



# Estimer l'incertitude de modèles en dynamique des structures industrielles

S. Audebert, Anas Batou, S Daouk, Christian Soize, F. Louf

► **To cite this version:**

S. Audebert, Anas Batou, S Daouk, Christian Soize, F. Louf. Estimer l'incertitude de modèles en dynamique des structures industrielles. 13e Congrès Français d'Acoustique et 20ème colloque Vibrations, SHocks and NOise 2016, Apr 2016, Le Mans, France. pp.1-6. hal-01303186

**HAL Id: hal-01303186**

**<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-01303186>**

Submitted on 16 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Estimer l'incertitude de modèles en dynamique des structures industrielles

S. Audebert <sup>a,b</sup>, A. Batou <sup>c</sup>, S. Daouk <sup>d</sup>, C. Soize <sup>c</sup> et F. Louf <sup>d</sup>

<sup>a</sup> EDF R&D, EDF Lab Clamart,  
1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart, France

<sup>b</sup> Institut des Sciences Mécaniques et Applications Industrielles,  
EDF-CEA-ENSTA-CNRS 9219, 1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart, France

<sup>c</sup> Université Paris-Est Marne-la-Vallée, Laboratoire MSME, UMR 8208 CNRS,  
5, Bd Descartes, 77454 Marne-La-Vallée Cedex 2, France

<sup>d</sup> LMT-Cachan, ENS Cachan, Université Paris 6, CNRS,  
61 avenue du Président Wilson, 94230 Cachan, France

Un des objectifs du projet FUI SICODYN (pour des Simulations crédibles via la COrrélation calculs-essais et l'estimation d'incertitudes en DYNamique des structures) 2012-2016 [1, 2, 3] est la quantification du niveau de confiance associé au résultat d'une simulation, capable de représenter à la fois l'incertitude de modèle et l'incertitude paramétrique. Nombre de méthodes sont éprouvées pour l'estimation de l'incertitude liée aux paramètres ; l'incertitude de modèle, liée aux choix de modélisation, demeure plus difficilement quantifiable. Trois méthodes, permettant d'estimer a priori l'incertitude totale, sont testées sur une structure industrielle assemblée.

La méthode mixte probabiliste paramétrique-non paramétrique permet d'introduire classiquement des incertitudes sur les paramètres, considérés en tant que variables aléatoires, et des incertitudes sur le modèle lui-même en considérant ses matrices constitutives de masse et de raideur aléatoires ; les hyper-paramètres caractérisant ces deux modèles stochastiques peuvent éventuellement être identifiés à l'aide de données expérimentales.

Une méthode particulièrement adaptée aux assemblages est basée sur l'utilisation combinée de la sous-structuration dynamique et des techniques de propagation d'incertitudes, probabilistes ou non. Les incertitudes peuvent être introduites, non seulement au niveau des paramètres du modèle, mais également sur les liaisons et les caractéristiques modales des sous-structures (fréquences propres, déformées modales), grandeurs plus globales qui résultent directement des choix de modélisation. Les temps de calcul, nécessaires au grand nombre de tirages, peuvent, de plus, être drastiquement réduits.

La théorie des méconnaissances, également dédiée aux assemblages, a pour ambition de globaliser tous les types d'incertitudes au niveau des sous-structures. Les grandeurs incertaines sont supposées varier dans des intervalles dont les bornes sont probabilisées. Initialement applicable dans le cas de faibles méconnaissances, la méthode a été étendue aux fortes méconnaissances.

Ces trois méthodes ont été appliquées sur tout ou partie d'une pompe installée dans les centrales thermiques françaises, dont les caractéristiques modales expérimentales ont préalablement été identifiées.

## 1 Contexte

Les résultats issus de simulations numériques sont utilisés dans l'industrie en phase de conception ou lors d'expertise de matériels, composants et systèmes complexes. D'importantes décisions, en termes de coût et de sécurité, doivent être prises à l'examen de résultats de calculs, relativement à des conditions nominales, hors domaine normal de fonctionnement, voire accidentelles. En particulier, le comportement vibratoire doit être souvent prédit pour un ensemble générique des systèmes dynamiques, dont les caractéristiques peuvent comporter des variations. Aussi la quantification a priori de la confiance associée aux modèles numériques est-elle devenue une nécessité.

Diverses opérations de benchmarking ont été organisées dans le cadre du projet SICODYN afin d'observer la variabilité des caractéristiques modales de systèmes de taille et de complexité variable. Si la détermination numérique des caractéristiques modales d'un composant d'un seul tenant est réalisée avec une variabilité relativement restreinte, typiquement 5% à 12% sur les fréquences propres, la variabilité observée sur des assemblages de plusieurs constituants, boulonnés par exemple, s'accroît vite ; qui plus est, l'appariage des modes propres, évident sur des structures simples, peut même devenir problématique.

La détermination a priori, par calcul, de l'incertitude correspondant à la variabilité réellement observée lors de benchmarks, constitue un défi à plusieurs titres : - elle doit

être en mesure de rendre compte à la fois de l'incertitude de modèle et de l'incertitude paramétrique ; - son applicabilité industrielle, concernant notamment les temps de calcul liés à l'exécution d'un grand nombre de calculs déterministes sur des modèles de grande taille, doit être assurée.

Après un rappel de la classification usuelle des sources d'incertitudes, trois méthodes, permettant d'estimer a priori l'incertitude totale, soit l'incertitude de modèle plus l'incertitude paramétrique, sont présentées et testées sur une structure industrielle assemblée : il s'agit de la méthode mixte paramétrique-non paramétrique, d'une méthode basée sur l'utilisation combinée de la sous-structuration dynamique et des techniques de propagation d'incertitudes, probabilistes ou non, et de la théorie des méconnaissances.

## 2 Les sources d'incertitude

On distingue généralement les sources d'incertitudes suivantes :

- L'incertitude de modèle ou erreur de modèle ;
- L'incertitude paramétrique ou sur les variables d'entrée ;
- L'incertitude numérique.

### 2.2 L'incertitude de modèle

Ce type d'incertitude résulte d'hypothèses de modélisation et de simplifications effectuées en réponse au manque de connaissance ou de compréhension du système réel. Deux catégories la composent : l'erreur de discrétisation et l'erreur d'idéalisation et l'erreur de discrétisation. L'erreur de discrétisation est introduite par les méthodes numériques comme les éléments finis ; elle est relative par exemple à un maillage trop grossier ne permettant pas d'atteindre la convergence des quantités d'intérêt ou aux éventuelles troncatures présentes dans les méthodes de condensation. L'erreur d'idéalisation est illustrée par exemple par :

- Les simplifications de la structure étudiée, par exemple quand une plaque est traitée comme une poutre, dont le caractère erroné dépend du rapport longueur sur largeur et de la bande de fréquences ;
- La prise en compte inappropriée de propriétés massiques, par représentations ponctuelles avec excentrement négligé de masses au lieu de masses distribuées ;
- La non prise en compte dans les formulations éléments finis de phénomènes tels que le cisaillement dans la torsion des poutres ;
- La simplification de la géométrie ;
- Le traitement sous hypothèse linéaire d'une structure à comportement non linéaire ;
- La représentation simplifiée de conditions aux limites et de liaisons complexes (fondation élastique rigide encastrée) ;
- La prise en compte de chargements de manière simplifiée et non exhaustive.

### 2.3 L'incertitude paramétrique

Ce type d'incertitude concerne les valeurs des paramètres d'entrée, à modèle donné, par exemple :

- Les propriétés matériau telles que le module d'Young et la masse volumique ;
- Les propriétés des sections de poutre telles que les moments d'inertie ;
- Les épaisseurs des plaques et coques ;
- Les raideurs de ressorts.

### 2.4 L'incertitude numérique

Cette incertitude, relative à l'implémentation dans les codes de calcul, est généralement considérée comme négligeable devant les autres incertitudes citées ci-dessus.

## 3 Différents méthodes pour estimer l'incertitude totale

L'application de trois méthodes différentes est effectuée dans le cadre du projet FUI SICODYN sur des modèles de structures industrielles complexes.

### 3.1 La méthode généralisée paramétrique - non paramétrique [4]

#### 3.1.1 Principe

Le principe de la méthode mixte paramétrique - non paramétrique est l'élaboration d'un modèle numérique stochastique tenant compte à la fois et séparément des incertitudes de modèle et des incertitudes sur les paramètres de ce modèle, dans un contexte probabiliste. Un modèle éléments finis nominal est préalablement construit. Le modèle probabiliste des paramètres incertains est ensuite élaboré en considérant les paramètres incertains comme des variables aléatoires ; parallèlement le modèle probabiliste relatif aux incertitudes de modèle est construit en considérant les matrices de masse et de raideur par des matrices aléatoires (Figure 1). Les densités de probabilité a priori des paramètres du modèle et les matrices aléatoires de masse et de raideur dépendent de paramètres inconnus, appelés hyper-paramètres, typiquement les moyennes et coefficients de variation. Ils sont identifiés à partir de tirages de Monte Carlo via l'application du maximum de vraisemblance et de données expérimentales, en minimisant un critère d'écart entre données simulées et observations mesurées.

## The generalized probabilistic approach: principle

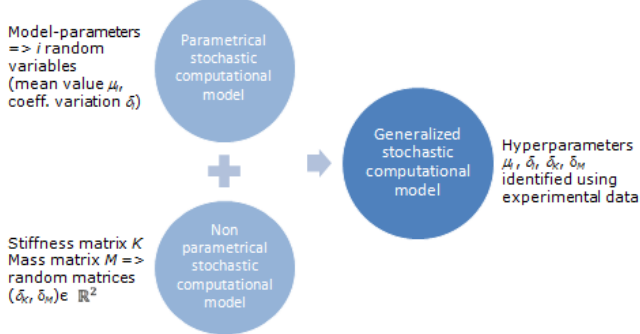


Figure 1: Principe de la méthode généralisée paramétrique – non paramétrique.

### 3.1.2 Application à une pompe

La méthode généralisée est appliquée sur un modèle de pompe (Figure 2) dont les caractéristiques modales expérimentales ont pu être identifiées sur site. Les 9 paramètres du modèle jugés les plus sensibles et incertains suite à une étude de sensibilité préalable sont les modules d'Young, des épaisseurs de plaque au niveau inférieur, ainsi que des raideurs de liaison modélisant la condition à la limite inférieure, totalisant  $9 \times 2 = 18$  hyper-paramètres, plus les deux paramètres associés aux matrices aléatoires, soit 20 hyper-paramètres.

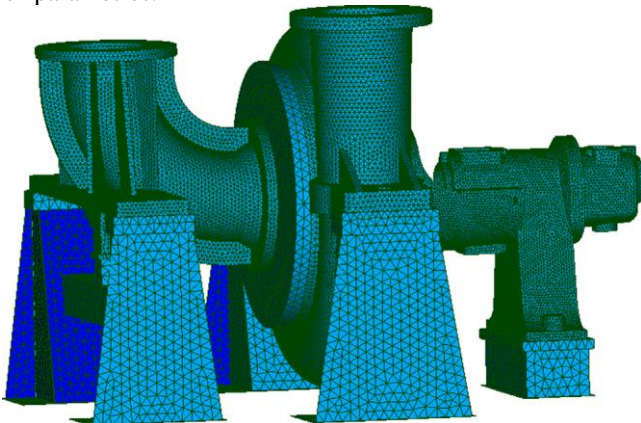


Figure 2 : Modèle éléments finis de la pompe.

La validation du modèle complet probabiliste obtenu après identification des hyper-paramètres est réalisée par comparaison des densités de probabilité des 6 premières valeurs propres de la matrice de raideur avec les valeurs correspondantes mesurées. On constate sur la Figure 3 que les 5 premières valeurs propres sont prédites avec un haut niveau de probabilité : la sixième valeur propre est prédite avec un plus faible niveau de probabilité, mais est néanmoins située favorablement dans l'intervalle de prédiction.

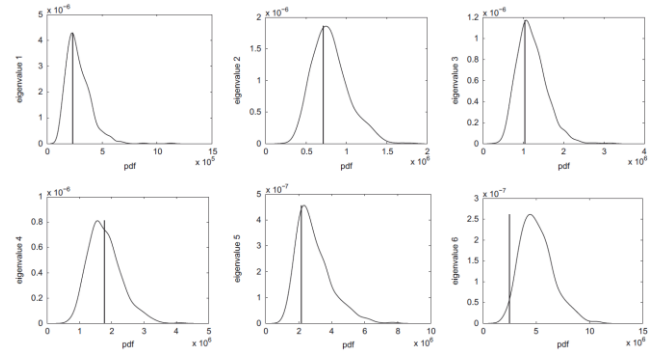


Figure 3 : Densités de probabilité des 6 premières valeurs propres de la matrice de raideur ; traits verticaux : valeurs mesurées correspondantes.

## 3.2 Méthode combinée probabiliste et sous-structuration [5,6]

### 3.2.1 Principe

Une méthode, spécifique à la dynamique des structures, consiste à utiliser conjointement la sous-structuration dynamique, et des méthodes classiques d'estimation des incertitudes paramétriques. La sous-structuration dynamique, particulièrement adaptée aux structures constituées de plusieurs composants assemblés, consiste à assembler les bases modales représentant le comportement dynamique de chaque sous-structure, permettant de représenter le comportement global par un modèle plus léger et de réduire ainsi drastiquement les temps de calcul. Couplée à des méthodes classiques de propagation d'incertitudes, elle présente les avantages suivants :

- Réduction du temps calcul des séries de simulations déterministes et ré-analyse limitée aux sous-structures à paramètres incertains ;
- Introduction possible des incertitudes au niveau des caractéristiques globales des sous-structures (fréquences propres, déformées modales), et non plus seulement au niveau des paramètres tels que les caractéristiques matériau. Par ce biais, l'incertitude de modèle est intrinsèquement prise en compte, dans la mesure où les variations des caractéristiques modales des composants sont à la fois relatives au modèle choisi et aux incertitudes sur les paramètres ;
- Possibilité de description des incertitudes variable selon les composants (probabiliste, possibiliste...).

### 3.2.2 Application à un sous-assemblage de la pompe

Le système dynamique sur lequel est appliquée cette méthode est l'assemblage de deux composants de la pompe, que sont le support de palier et le châssis, constitués respectivement de fonte et d'acier, dont les modèles CAO sont présentés Figure 4. Ces composants sont reliés entre eux par deux boulons ; l'ensemble est considéré en configuration libre-libre.

L'analyse modale de l'assemblage est effectuée via la sous-structuration dynamique, en utilisant 30 modes d'interfaces de Craig-Bampton et 20 modes à interfaces fixes par composant.

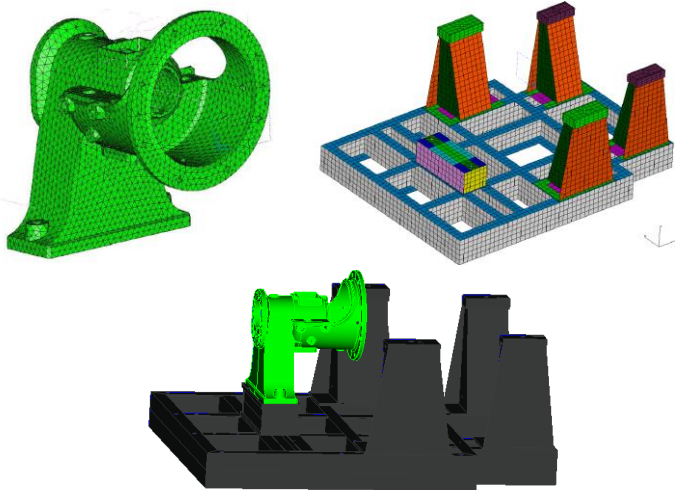


Figure 4 : Modèles CAO du support de palier, du châssis, et assemblage boulonné des deux composants

L'analyse des incertitudes est réalisée en considérant uniquement des variations sur les fréquences propres de chaque composant, supposées suivre une loi uniforme. Les intervalles de variation des fréquences propres des composants à interfaces fixes ont été déduits de la variabilité qui a pu être préalablement observée lors d'un benchmark numérique relatif aux caractéristiques modales des sous-structures en condition libre-libre.

Des simulations de Monte Carlo basées sur 1000 tirages ont été effectuées, afin de pouvoir dégager des statistiques sur les quantités d'intérêt, à savoir les fréquences propres de l'assemblage boulonné.

Tableau 1: Statistiques relatives aux premières fréquences propres de l'assemblage et aux fréquences propres des composants séparés

Mo de	Support de palier		Châssis		Assemblage de 2 composants	
	Moyenne (Hz)	Coeff de variation (%)	Moyenne (Hz)	Coeff de variation (%)	Moyenne (Hz)	Coeff de variation (%)
1	91.4	43.2	13.9	103.8	37.6	23.1
2	133.8	46.4	27.6	207.6	48.8	12.8
3	251.1	45.3	35.3	145.3	96.5	6.4
4	262.7	44.3	94.1	69.2	108.7	6.2
5	314.3	43.9	98.9	76.1	116.7	4.6
6	353.1	45.0	103.2	51.9	123.1	3.3
7	523.0	46.7	120.9	44.3	141.7	3.2

Le Tableau 1 montre les statistiques relatives aux premières fréquences propres de l'assemblage, par comparaison à celles des composants séparés. On peut constater que le coefficient de variation (i.e. rapport écart-type sur valeur moyenne) des fréquences propres de l'assemblage est nettement plus faible que celui introduit sur les valeurs des fréquences propres des sous-structures.

La sensibilité de la première fréquence propre de l'assemblage aux deux premières fréquences propres du support de palier et du châssis est représentée sur les graphes de la Figure 5, respectivement en bleu et rose. Les nuages de points bleus indiquent l'absence de dépendance de la première fréquence propre de l'assemblage aux premières fréquences propres du support de palier ; en revanche, la dépendance de la première fréquence propre de l'assemblage est nettement dépendante des premières fréquences propres du châssis (nuage de points roses). Ce résultat, dont on a pu également montrer qu'il se généralise aux fréquences propres de l'assemblage d'ordre supérieur, est dû au caractère plus raide du support de palier, par comparaison au châssis. Le comportement dynamique de l'assemblage est alors dicté par celui du châssis ; ce résultat indique que les caractéristiques modales du châssis doivent par conséquent être déterminées le plus précisément possible, en vue de l'étude optimale du comportement dynamique de l'assemblage.

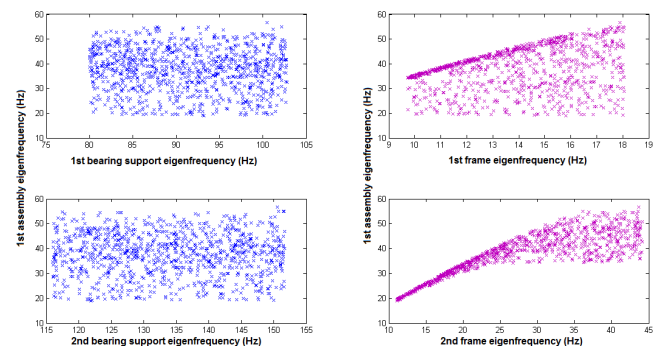


Figure 5 : Dépendance de la première fréquence propre de l'assemblage aux deux premières fréquences propres des composants

### 3.3 Théorie des méconnaissances [7]

#### 3.3.1 Principe

La théorie des méconnaissances consiste à globaliser toutes les sources d'incertitudes au niveau des sous-structures, via une variable interne *LOK* définie sur un intervalle dont les bornes suivent une loi de probabilité. Elle peut donc être considérée comme une extension de la théorie des intervalles, dont l'objectif est de réduire la surestimation de l'incertitude sur les quantités d'intérêt résultant de la simple propagation des intervalles d'incertitudes des paramètres incertains. Ainsi, cette méthode permet la quantification des écarts entre un modèle déterministe et une famille de structures nominalement identiques présentant des variabilités, liés à la fois aux incertitudes de modèles et aux incertitudes paramétriques. Bien que développée initialement dans le domaine de la dynamique des structures, elle est suffisamment générale pour autoriser son application dans divers domaines. Elle a été étendue au cas des grandes méconnaissances dans le cadre du projet SICODYN.

### 3.3.2 Application à un assemblage cône-cylindre

L'assemblage considéré, inspiré de constituants simplifiés de la pompe, est l'assemblage d'un cône et d'un tube cylindrique (Figure 6), constitué d'acier. La partie la plus large du cône est supposée encastrée. Le modèle, comportant 3240 éléments finis et environ 20000 degrés de liberté, est représentatif, par la taille, d'un composant industriel. Les quantités d'intérêt sont les trois premières fréquences propres de l'ensemble.

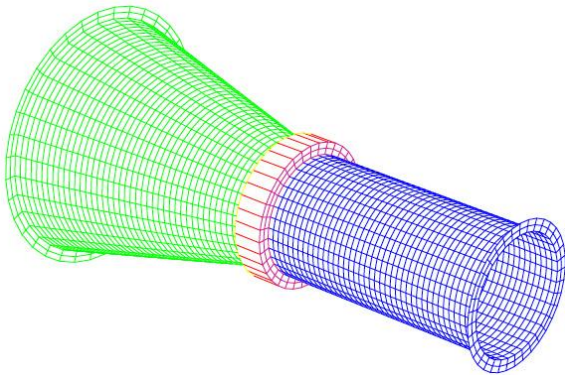


Figure 6 : Maillage de l'assemblage cône-cylindre

La théorie de la méconnaissance est appliquée ci-après et comparée à d'autres méthodes, dans le cas restrictif de la seule prise en compte d'incertitudes paramétriques. Le paramètre incertain est le module d'Young de chaque sous-structure, supposé être représenté par une variable aléatoire définie par :

$$E = \bar{E}(1 + \delta\eta) \quad (1)$$

Avec  $\delta = 0.08$  et  $\eta$  une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle  $[-1; +1]$ . Ainsi la variable interne aléatoire *LOK* suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[-0.08; +0.08]$ .

Les résultats sont présentés comparativement à ceux relatifs aux méthodes de Monte Carlo MCS (référence), de perturbation PER et du sous-espace de réduction SR. Afin d'obtenir des statistiques représentatives, 20 000 tirages sont effectués : les bornes correspondant à une probabilité  $P = 0.99$  sont extraites des densités de probabilité relatives aux quantités d'intérêt : elles définissent le plus petit intervalle contenant 99% des valeurs des fréquences propres (Tableau 2).

Tableau 2 : Intervalles à 99% relatifs aux trois premières fréquences propres (20 000 tirages)

$i$	1	2	3
$\bar{F}_i$ (Hz)	211.69	699.28	760.76
MCS	[203.7 ; 219.4]	[672.8 ; 724.3]	[732.0 ; 787.7]
PER	[203.8 ; 219.5]	[673.3 ; 724.8]	[732.6 ; 788.6]
SR	[203.7 ; 219.4]	[672.8 ; 724.3]	[732.0 ; 787.7]
LOK	[203.7 ; 219.4]	[673.2 ; 724.2]	[733.2 ; 787.1]

On note la cohérence des intervalles déterminés par ces différentes méthodes. Il semble que la théorie des méconnaissances conduise, sur cet exemple, à des résultats moins conservatifs que ceux de référence obtenus par la méthode de Monte Carlo, les intervalles à 99% étant plus restreints.

L'examen de l'erreur algébrique maximale sur les bornes des intervalles à 99%, en regard du temps de calcul, montre un gain notable en temps calcul, moyennant l'acceptation d'une légère erreur, en faveur de la méthode de perturbation et de la théorie des méconnaissances (Tableau 3).

Tableau 3 : Erreur algébrique maximale sur les bornes de l'intervalle à 99% et temps calcul (20 000 tirages)

	Erreur (%)	Temps CPU
MCS	0. (référence)	27.13 h
PER	[0.08 ; 0.07]	1 min
SR	[0.00 ; 0.00]	1.93 h
LOK	[0.16 ; -0.06]	1 min

## 5 Conclusion

La quantification a priori de la confiance associée aux modèles numériques, représentant notamment le comportement dynamique des structures complexes, est devenue une nécessité car d'importantes décisions en termes de coûts et de sécurité peuvent en dépendre. Aussi le projet FUI SICODYN (pour des SIMulations crédibles via la CORRélation calculs-essais et l'estimation d'incertitudes en DYNAMique des structures) 2012-2016 s'est attaché à fournir des méthodologies et des résultats quantitatifs sur l'exemple d'une pompe industrielle, assemblage de plusieurs composants, essentiellement boulonnés.

Trois méthodes ont été appliquées sur tout ou partie d'un modèle de cette pompe, permettant d'estimer a priori l'incertitude totale, soit l'incertitude de modèle et l'incertitude paramétrique : la méthode mixte paramétrique-non paramétrique, une méthode basée sur l'utilisation combinée de la sous-structuration dynamique et des techniques de propagation d'incertitudes, probabilistes ou non, et la théorie des méconnaissances.

## Remerciements

The support of the FUI (Fonds Unique Interministériel) is gratefully acknowledged.

The 13 partners currently involved in 2012-2016 SICODYN project are:

AIRBUS Defence & Space, CETIM, EDF R&D, LMT ENS Cachan, Institut FEMTO-ST UMR CNRS 6174, LAMCOS UMR CNRS 5259 INSA Lyon, MSME UMR-CNRS 8208, NECS Numerical Engineering and Consulting Service, PHIMECA Engineering, SAMTECH, SOPEMEA, SULZER Pompes France, VIBRATEC.

## Références

- [1] S. Audebert, SICODYN International Benchmark on dynamic analysis of structure assemblies: variability and numerical-experimental correlation on an industrial pump, *Mécanique et Industries*, 11(6) 439-451 (2010).
- [2] S. Audebert, SICODYN International benchmark on dynamic analysis of structure assemblies: variability and numerical-experimental correlation on an

- industrial pump (part 2), *Mechanics & Industry* 15 (1) 1-17 (2014).
- [3] S. Audebert, FUI 2012-2015 SICODYN Project (pour des Simulations crédibles via la Corrélation calculs-essais et l'estimation des incertitudes en DYNamique des structures), Proceedings IXXe Symposium Vibrations, SHocks and NOise, Aix en Provence, France, 17-19/06/14 (2014).
- [4] A. Batou, C. Soize, S. Audebert, Model identification in computational stochastic dynamics using experimental modal data, *Mechanical Systems and Signal Processing* **50-51**, 307-322 (2015).
- [5] L. Hinke, F. Dohnal, B.R. Mace, T.P. Waters, N.S. Ferguson, Component mode synthesis as a framework for uncertainty analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 324, 161-178 (2009).
- [6] S. Audebert, F. Fall-Lo, Uncertainty analysis on a pump assembly using component mode synthesis, Proceedings M. Papadrakakis, V. Papadopoulos, V. Plevris (eds.). COMPDYN 2013 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Kos Island, Greece, 12-14 June 2013 (2013).
- [7] S. Daouk, F. Louf, O. Dorival, L. Champaney, S. Audebert, Stochastic modeling of uncertainties: a review of basic methods and application to simple and complex structures, *Mechanics & Industry*, Volume 16, Number 404, 1-10 (2015).