

LES des transferts thermo-convectifs dans l'écoulement turbulent d'un fluide d'Ostwald de Waele dans une conduite cylindrique chauffée

P. S. Gnambo, Meryem Ould-Rouiss, P Orlandi, Xavier Nicolas

► To cite this version:

P. S. Gnambo, Meryem Ould-Rouiss, P Orlandi, Xavier Nicolas. LES des transferts thermo-convectifs dans l'écoulement turbulent d'un fluide d'Ostwald de Waele dans une conduite cylindrique chauffée. Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. pp.66267. hal-01196945

HAL Id: hal-01196945

<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-01196945>

Submitted on 10 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES des transferts thermo-convectifs dans l'écoulement turbulent d'un fluide d'Ostwald de Waele dans une conduite cylindrique chauffée

P.S. Gnambo^a, M. Ould-Rouiss^a, P. Orlandi^b, X. Nicolas^a

a. Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle MSME, UMR 8208 CNRS, 5 bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France,
Sourou.Gnambo^a@u-pem.fr

b. Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale, Università La Sapienza, Rome, Italy

Résumé :

Les transferts de chaleur dans l'écoulement forcé turbulent pleinement développé d'un fluide d'Ostwald de Waele dans une conduite cylindrique, chauffée avec une densité de flux de chaleur uniforme, sont déterminés par simulation numérique à grande échelle, pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement n et un nombre de Reynolds $Re = 4000$. Diverses quantités statistiques sont estimées (profils de vitesse et de température moyens, rms des fluctuations, tension de Reynolds, flux de chaleur turbulents, coefficients de frottement et du nombre de Nusselt).

Abstract :

Heat transfer in fully developed turbulent flow of power-law fluid in a cylindrical stationary pipe is investigated numerically by the use of large eddy simulation for various power law indices a Reynolds number $Re = 4000$. Many statistics are estimated (mean velocity and temperature profiles, rms of fluctuating variables, Reynolds shear stress, turbulent heat fluxes, friction factor and Nusselt number).

Mots clefs : LES, Smagorinsky non-Newtonien, modèle d'Ostwald de Waele, transferts thermiques

1 Introduction

Le problème du transfert de chaleur dans les écoulements turbulents des fluides non-Newtoniens sont importants pour de nombreux procédés industriels tel que l'industrie alimentaire, les opérations biochimiques, le transport dans les solutions de polymères ... Une meilleure compréhension des mécanismes physiques mis en jeu dans ces écoulements et des transferts thermiques permettra d'optimiser les performances des machines utilisées dans l'industrie. On trouve, dans la littérature, quelques rares études, essentiellement analytiques ou expérimentales, concernant le transfert de masse ou de chaleur dans l'écoulement turbulent d'un fluide d'Ostwald de Waele non-thermodépendant, dans une conduite cylindrique chauffée :

Sandall et al. (1986) [1] se sont intéressés au transfert de masse dans ce type d'écoulement. Ils ont confronté leurs expériences (estimant le nombre de Sherwood), pour trois valeurs de l'indice d'écoulement ($n = 0,902 ; 0,875 ; 0,854$), à différentes corrélations du nombre de Stanton afin de trouver une corrélation décrivant correctement le nombre de Sherwood expérimental. Whangskarn et Ghorashi (1990) [2] ont utilisé l'analogie entre transferts de quantité de mouvement et de chaleur en vue d'établir numériquement une corrélation pour le nombre de Stanton, en régimes transitoire et turbulent, pour l'écoulement de fluides pseudoplastiques ($n < 1$), dans un tube chauffé. Ils précisent que la valeur du nombre de Prandtl doit être élevée dans cette corrélation. Quaresma et Lima (1998) [3] ont étudié analytiquement ce problème et ont établi les profils de température et estimé les nombres de Nusselt pour divers nombres de Reynolds, de Prandtl et de l'indice d'écoulement n . Ils observent des variations notables du nombre de Nusselt local avec les valeurs croissantes du nombre de Reynolds, pour n fixé. Ces variations sont d'autant plus prononcées que le nombre de Prandtl augmente.

Dans ce travail, nous avons considéré l'écoulement forcé turbulent pleinement développé du fluide non-Newtonien d'Otswald de Waele, dans une conduite cylindrique chauffée avec une densité de flux de chaleur uniforme imposée sur la paroi. Le tenseur de cisaillement s'écrit : $\tau = K\dot{\gamma}^n$ avec la viscosité apparente $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$ où K est la consistance du fluide, n l'indice d'écoulement ($n < 1$ pour les fluides rhéofluidifiants, $n > 1$ pour les fluides dilatants et $n = 1$ pour les fluides Newtoniens). Le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ est défini en fonction du taux de déformation S_{ij} par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

L'objectif de ce travail est d'étudier, pour un nombre de Reynolds $Re = 4000$, l'influence de l'indice d'écoulement n sur les champs dynamique et thermique par simulation numérique à grande échelle (LES) avec un modèle sous-maille de Smagorinsky non-Newtonien, modèle récemment proposé par Ohta et Miyashita (2014) [4]. C'est un modèle de Smagorinsky standard modifié et adapté pour l'étude des écoulements de fluides non-Newtoniens. L'effet de n sur les diverses statistiques (profils moyens de vitesse et de température, rms des fluctuations de vitesses et de température, tension de Reynolds, flux de chaleur turbulents, viscosité apparente, coefficients de frottement, nombre de Nusselt) est analysé. Les prédictions sont comparées aux résultats disponibles de la littérature. L'objectif est également une contribution à l'amélioration des modèles sous-maille afin de mieux prédire les transferts thermo-convectifs dans les écoulements turbulents de fluides non-Newtoniens.

2 Equations mathématiques et modèle numérique

2.1 Equations mathématiques

Les équations filtrées gouvernant l'écoulement d'un fluide incompressible sont rendues adimensionnelles en utilisant la vitesse sur l'axe du profil de vitesse axiale analytique laminaire U_{cL} ($U_{cL} = (3n + 1)U_b/(n + 1)$ avec U_b la vitesse moyenne de l'écoulement laminaire) et le rayon de la conduite R comme échelles de vitesse et de longueur. La température adimensionnelle est définie ainsi :

$$\Theta = \frac{\langle T_b(z) \rangle_{\theta,r} - T(\theta, r, z, t)}{T_{ref}} \quad (2)$$

avec $\langle T_b(z) \rangle_{\theta,r}$ la température débitante, $T_{ref} = \phi_p / \rho C_p U_{cL}$ la température de référence, ϕ_p le flux de chaleur uniforme imposé sur la paroi, C_p la capacité calorifique du fluide et ρ sa masse volumique. La forme générale des équations adimensionnelles est :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_s} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\gamma}^{n-1} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{\Theta} - \bar{T}_{\Theta j}) - \bar{u}_z \frac{d}{dz} \langle \bar{T}_p \rangle_{\theta} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \bar{\Theta} \quad (5)$$

où Re_s est le nombre de Reynolds de simulation défini comme $Re_s = \rho U_{cL}^{2-n} R^n / K$.

$\bar{\tau}_{ij}$ et $\bar{T}_{\Theta j}$ sont le tenseur de cisaillement et le flux de chaleur sous-maille. Ils sont modélisés par :

$$\bar{\tau}_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

$$\bar{T}_{\Theta j} = -\alpha_t \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad (7)$$

où ν_t et α_t sont respectivement les viscosité et diffusivité turbulentes reliées par le nombre de Prandtl turbulent, $Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}$ ($Pr_t = 0.6$ dans la présente étude). Dans le modèle de Smagorinsky standard (valable pour le fluide Newtonien), la viscosité ν_t est donnée par la relation :

$$\nu_t = (C_s f_s \Delta)^2 \bar{S}_{ij} \quad (8)$$

où f_s est la fonction de Van Driest utilisée comme fonction d'atténuation des effets de paroi. Ohta et Miyashita (2014) [4] ont adapté ce modèle à l'étude des fluides non-Newtoniens en introduisant une fonction correctrice $f_\eta = \frac{\eta_w}{\eta}$ afin de tenir compte des variations de viscosité. La viscosité ν_t pour un fluide non-Newtonien prend alors la forme :

$$\nu_t = C_s f_s (f_\eta \Delta)^2 \bar{S}_{ij} \quad (9)$$

Avec ce modèle de Smagorinsky non-Newtonien, Ohta et Miyashita (2014) [4] ont réalisé des LES d'écoulements turbulents dans un canal, pour deux lois rhéologiques : une viscosité en loi de puissance avec $n = 0,85$ et $n = 1.15$ et une viscosité suivant le modèle de Casson. Ils ont montré que le modèle de Smagorinsky non-Newtonien prédit mieux les écoulements turbulents étudiés, mieux que le modèle de Samgorinsky standard.

2.2 Modèle numérique

Les équations (3-5) écrites en coordonnées cylindriques sont résolues par une méthode aux différences finies centrées. La singularité introduite par l'axe ($r = 0$) est contournée en considérant les variables primitives $q_r = r.v_r$, $q_\theta = v_\theta$ et $q_z = v_z$ et en utilisant un maillage décalé. L'intégration en temps est faite par une méthode à pas de temps fractionné. La résolution en temps des équations de quantité

de mouvement utilise une méthode de Runge-Kutta précise à l'ordre trois, pour les termes convectifs, et une méthode de Crank-Nicholson pour les termes diffusifs. Un maillage uniforme et des conditions aux limites périodiques sont considérées dans les directions azimutale et axiale. Dans la direction radiale, le maillage non uniforme est affiné au voisinage de la paroi grâce à une fonction en tangente hyperbolique. La longueur de la conduite est $L = 20R$. Le maillage 65^3 , qui est un bon compromis entre temps CPU et précision, prédit convenablement les statistiques (en accord avec les résultats disponibles de la littérature). La table 1 liste les paramètres des simulations conduites à $CFL = 1.7$, pour $Re_s = 4000$ et trois valeurs de n (0,75 ; 1 ; 1,2) où U_b est la vitesse moyenne de l'écoulement turbulent, U_c la vitesse au centre de la conduite, $U_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho}$ la vitesse de frottement et Re_{MR} le nombre de Reynolds de Metzner et Reed défini par :

$$Re_{MR} = \frac{\rho D^n \bar{U}^{2-n}}{8^{n-1} K \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (10)$$

Paramètres	$n = 0.75$	$n = 1.0$	$n = 1.2$
Δz^+	41.14	50.08	59.85
$(r\Delta\theta)^+$	12.85	15.73	18.80
Δr_{min}^+	0.054	0.040	0.034
Δr_{max}^+	12.00	8.87	7.56
U_b/U_{cL}	0.533	0.494	0.502
U_c/U_{cL}	0.687	0.647	0.662
U_τ/U_{cL}	0.033	0.036	0.039
Re_{MR}	4870	4449	4512

TABLE 1 – Paramètres des simulations LES et quantités moyennes

3 Résultats et validations

3.1 Vitesse et température moyennes

Les figures 1(a) et 1(b) illustrent les profils moyens de vitesse axiale et de température normalisés respectivement par la vitesse de frottement et la température de frottement ($T_\tau = \phi_p/\rho C_p U_\tau$), en fonction de la distance à la paroi Y^+ ($Y^+ = y\rho U_\tau/\eta_w$). Les prédictions du modèle de Smagorinsky non-Newtonien pour la vitesse axiale sont en très bon accord avec les résultats DNS de Rudman et al. (2004) [5] pour $n = 0.75$ (Fig. 1(a)) et s'accordent avec les lois universelles dans les couches visqueuse et logarithmique. Le profil de température est bien décrit par la loi $\Theta^+ = PrY^+$ dans la zone de conduction, et s'accorde avec la loi logarithmique pour $n = 1$ (Fig. 1(b)). Dans la couche logarithmique, la vitesse axiale diminue avec l'augmentation de l'indice n , tandis que la température moyenne augmente.

3.2 Viscosité moyenne

L'évolution de la viscosité moyenne rapportée à la viscosité à la paroi, $\langle \eta \rangle / \eta_w$, en fonction du taux de cisaillement est illustrée sur la figure 2. Les plus petites valeurs du taux de cisaillement sont localisées au centre de la conduite, tandis que les plus élevées sont situées proche de la paroi. Pour $n = 1$, on retrouve une viscosité constante égale à celle à la paroi. Pour $n < 1$, la viscosité du fluide pseudoplastique

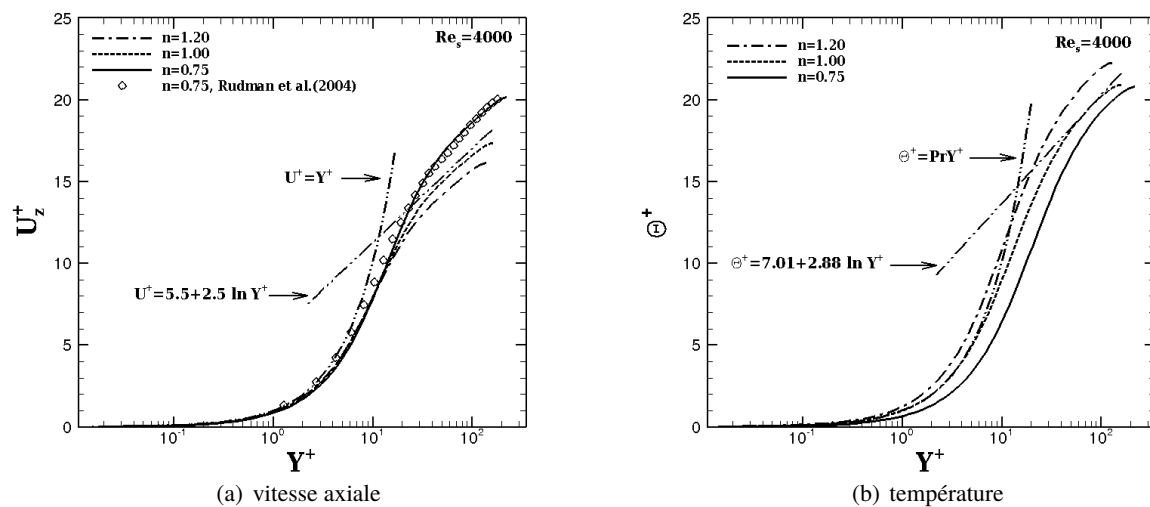


FIGURE 1 – Champs moyens de turbulence

augmente avec la diminution du taux de cisaillement : elle croît donc de la paroi vers le centre de la conduite, car le fluide tend à se comporter comme un solide lorsqu'on se rapproche du centre de la conduite. Un comportement inverse est observé pour les fluides dilatants ($n > 1$) qui deviennent plus visqueux avec l'augmentation du taux de cisaillement. La figure 2(b) indique que la viscosité apparente est constante jusqu'à $Y^+ \simeq 5$ pour n fixé. Avec l'augmentation de n , elle augmente pour $Y^+ < 35$, alors qu'elle diminue pour $Y^+ > 35$.

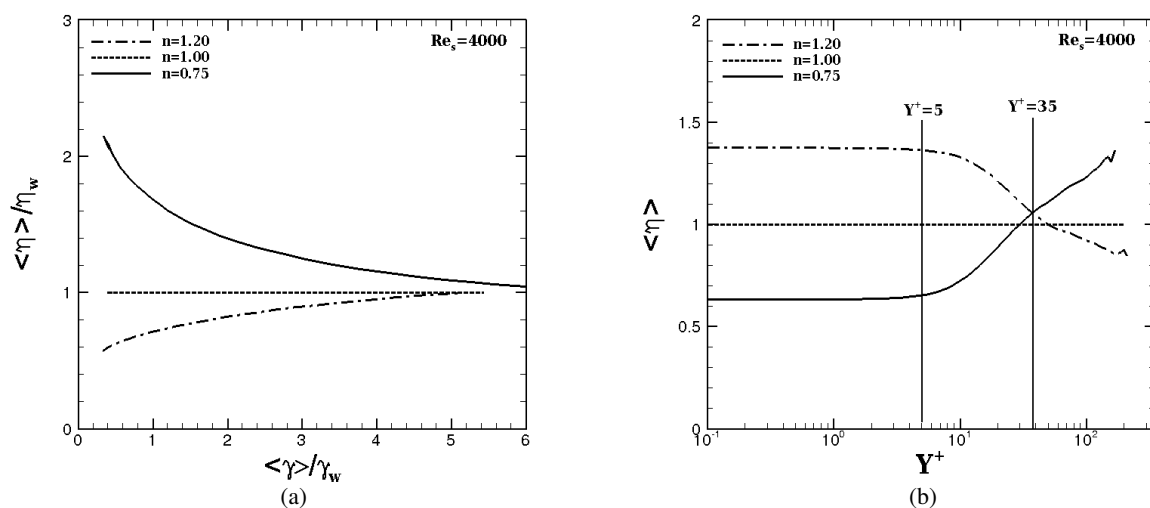


FIGURE 2 – Viscosité moyenne

3.3 Intensités de turbulence

La fluctuation de vitesse axiale normalisée par la vitesse moyenne au centre de la conduite est représentée sur la figure 3(a). Les fluctuations de vitesse axiale atteignent leur maximum dans la zone tampon ($10 < Y^+ < 30$) quelque soit la valeur de n . Ces maximums se déplacent vers le centre de la conduite lorsque l'indice d'écoulement n augmente. Les fluctuations de vitesse axiale sont réduites proche de la paroi quand n augmente et amplifiées après la position du pic (maximum). Ceci est dû au fait que la viscosité apparente croît avec l'augmentation de n proche paroi (sous couche visqueuse) et diminue en s'éloignant de la paroi (cf. Fig 2(b)). En conséquence, les fluctuations turbulentes sont plus intenses loin de la paroi (ie après le pic) quand $n > 1$ et proche de la paroi quand $n < 1$. Les fluctuations de température, Fig. 3(b), présentent dans la zone tampon un maximum qui semble augmenter lorsque la valeur de n diminue. Ces fluctuations de température sont plus intenses pour le fluide rhéofluidifiant ($n < 1$), car en $Y^+ = 20$, où se situe le maximum, les fluides rhéofluidifiants sont moins visqueux que les fluides dilatants ($n > 1$) (cf. Fig. 2(b)). Nos prédictions LES sont en bon accord avec les résultats DNS de Rudman et al. (2005) [5] (cf. Fig. 3(a), $n = 0.75$) et de Redjem (2008) [6] (cf. Fig. 3(b), $n = 1$).

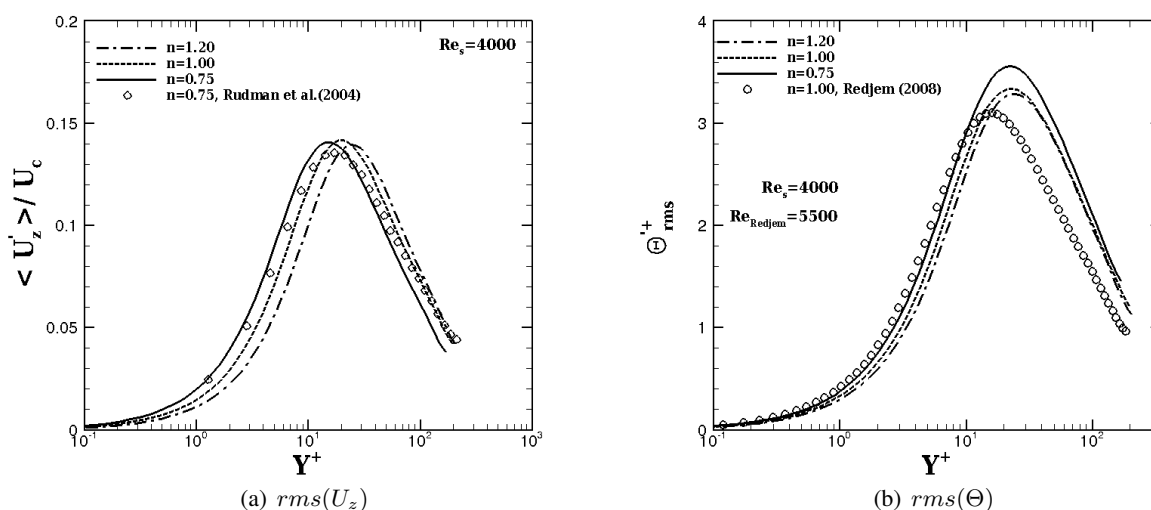


FIGURE 3 – Intensités de turbulence

3.4 Flux de chaleur turbulents

La tension de Reynolds $\langle u'_r u'_z \rangle$ est en bon accord avec le résultat DNS de Rudman et al. [5] pour $n = 0,75$ (pas montré ici). Lorsque n varie, elle se comporte comme les fluctuations de vitesse axiale. Les distributions des flux de chaleur turbulents axial et radial adimensionnés par rapport à la vitesse et à la température de frottement, pour différentes valeurs de n , sont présentées sur la figure 4. Le flux de chaleur turbulent axial (Fig. 4(a)) varie comme la rms des fluctuations de température (cf. Fig. 3(b)) avec un maximum qui croît lorsque la valeur de n diminue. Les pics de flux de chaleur axial se déplacent vers le coeur de la conduite quand n croît. Cette figure montre clairement que la turbulence diffuse plus de flux axial pour les fluides rhéofluidifiants que les dilatants. Ce flux de chaleur axial est dominant dans la zone tampon. L'influence de n sur le pic du flux de chaleur radial (Fig. 4(b)), est très faible comparée

à celle sur le pic du flux de chaleur axial. Les flux de chaleur axial et radial présentent des tendances acceptables par rapport aux résultats DNS de Redjem (2008) [6] (cf. Figs. 4(a) et 4(b)). On peut noter toutefois que les nombres de Reynolds entre les deux études sont légèrement différents : 5500 pour [6] et $Re_s = 4000$ dans notre cas.

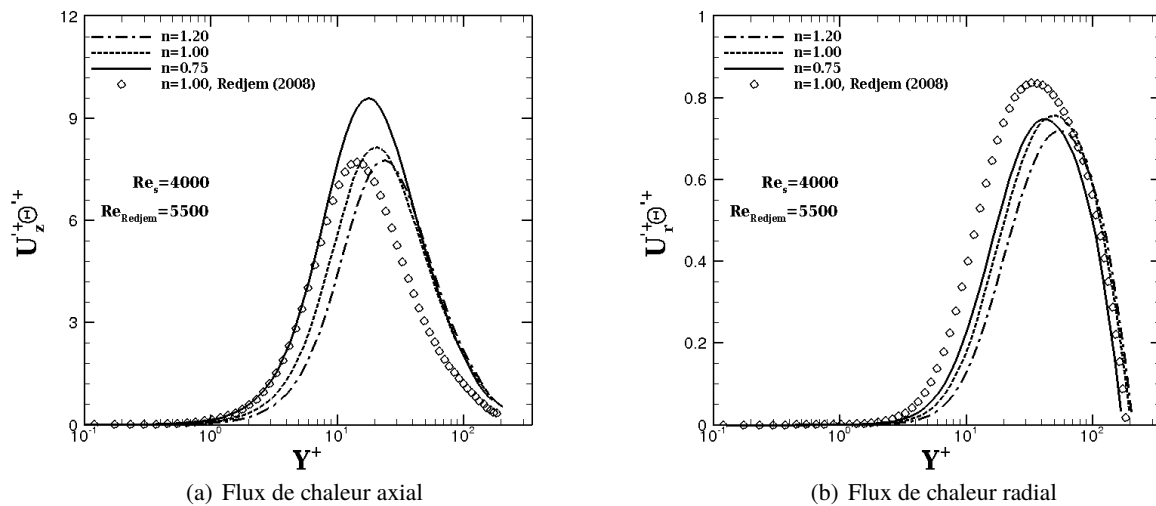


FIGURE 4 – Flux de chaleur turbulent

3.5 Coefficient de frottement et nombre de Nusselt

Le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt sont respectivement déterminés par :

$$f = 2 \frac{\tau_p}{\rho U_b^2} \quad (11)$$

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (12)$$

où τ_p , U_b , h , D et k désignent respectivement la contrainte à la paroi, la vitesse moyenne de l'écoulement turbulent, le coefficient de transfert thermique, le diamètre de la conduite et la conductivité thermique du fluide. Le coefficient de frottement augmente avec l'indice n (cf. Tab.2). Les prédictions de la présente LES sont comparées à la corrélation de Dodge et Metzner (1959) [8] définie par :

$$f_{DM} = \frac{a}{Re_{MR}^b} \quad (13)$$

où $a = 0.0665 + 0.01175n$, $b = 0.365 - 0.177n + 0.062n^2$ et Re_{MR} est le nombre de Reynolds de Metzner et Reed défini à la section 2.2. Cette corrélation donne un écart variant entre 9 % et 14.5 % (cf. Tab. 2). Un résultat similaire a été obtenu par Rudman et al. (2004) [5] : leurs prédictions DNS donnent un écart de 10 % à 15 % plus grand que les valeurs de la corrélation de Dodge et Metzner (1959) [8]. Les valeurs du coefficient de frottement des fluides rhéofluidifiants sont comparées aux corrélations de Frank Schuk et Gomes (1987) [8], d'Ostwald de Waele et Gomes (1987) [8] et de Hanks et Ricks (1975)

[9] définies respectivement par :

$$f_{FSG} = 0.110n^{0.616}Re_{MR}^{-0.287} \quad (14)$$

$$f_{OWG} = 0.069n^{0.666}Re_{MR}^{-0.233} \quad (15)$$

$$f_{HR} = 0.0682n^{-1/2}/Re_{MR}^{1/(1.87+2.39n)} \quad (16)$$

	$n = 0.75$	$n = 1.00$	$n = 1.20$
$f \cdot 10^3$	8.85	10.46	12.54
$f_{DM} \cdot 10^3$	7.79	9.58	10.53
$f_{FSG} \cdot 10^3$	8.06	8.44	9.87
$f_{OWG} \cdot 10^3$	8.25	9.99	—
$f_{HR} \cdot 10^3$	8.18	9.73	—

TABLE 2 – Coefficient de frottement pour $Re_s = 4000$

Les valeurs de f de cette étude montrent un écart de 3,7 % à 10,4 % à la corrélation f_{FSG} (14), 0,4 % à 7,4 % à la corrélation f_{OWG} (15) et 1,4 % à 15,3 % à la corrélation f_{HR} (16) (cf. Tab. 2).

Les nombres de Nusselt prédits dans cette étude (Tab. 3) sont comparés aux résultats de la littérature : la DNS de Redjem (2008) [6], la corrélation de Gnielinski (1976) [10], la solution numérique de Quaresma (1998) [11] et la corrélation de Dittus et Boelter (1930) [12] qui s'écrit :

$$Nu_{DB} = 0.0243Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (17)$$

Nous pouvons citer aussi la corrélation de Pinho et Coelho (2010) [13] définie par :

$$St = 0.0152Re_{MR}^{-0.155}Pr_{MR}^{-2/3} \quad (18)$$

où Pr_{MR} est le nombre de Prandtl de Metzner et Reed donné par la relation :

$$Pr_{MR} = K \left(\frac{3n+1}{4n} \frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1} \frac{C_p}{k} \quad (19)$$

n	Pr	Nu	Nu_{DB}	Gnielinski (1976)	Redjem (2008)	Quaresma (1998)
0.70	11	45.41	—	—	—	45.30
0.70	100	109.69	—	—	—	111.94
0.75	1	17.48	—	—	—	—
1.00	1	18.45	20.14	21.06	22.3	—
1.20	1	17.75	—	—	—	—

TABLE 3 – Comparaison des nombres de Nusselt en fonction de n et Pr

n	St	Pinho et Coelho (2010)
0.75	0,00437	0.004247
0.90	0,00460	0.004207
1.00	0,00461	0.004202
1.20	0,00444	0.004223

TABLE 4 – Nombre de Stanton comparé à la corrélation de Pinho et Coelho (2010) [13] pour $Pr = 1$ et $Re_s = 4000$

Un écart d'environ 8 % est obtenu par rapport à la formule de Dittus et Boelter (1930) [12] et 2 % à 10 % par rapport à la relation de Pinho et Coelho (2010) [13]. Nos prédictions LES du nombre de Nusselt pour $n = 0.7$ sont en bon accord avec les calculs de Quaresma (1998) [11], avec un écart de 0.2 % pour $Pr = 11$ et de 2 % pour $Pr = 100$. Les transferts thermiques dans les fluides rhéofluidifiants augmentent faiblement lorsque le comportement tend vers celui du Newtonien. En effet, la couche de conduction diminue légèrement quand n tend vers 1, ce qui favorise le transfert du flux de chaleur et entraîne l'augmentation rapide des gradients de température. Le nombre de Nusselt du fluide Newtonien ($n = 1$) donné par notre modèle LES est un peu surestimé par rapport au résultat DNS de Redjem (2008) [6].

4 Conclusion

L'écoulement turbulent pleinement développé des fluides d'Ostwald de Waele (non-thermodépendants) dans une conduite cylindrique chauffée est correctement simulé à l'aide de LES avec le modèle de Smagorinsky non-Newtonien. Les estimations des profils de température, rms, flux de chaleur et nombre de Nusselt sont raisonnablement satisfaisantes. Elles ont été estimées en supposant un nombre de Prandtl turbulent égal à 0.6. Des études plus approfondies concernant l'influence du nombre de Prandtl turbulent (Pr_t) sur le champ thermique sont en cours afin d'améliorer les résultats obtenus dans cette première étude

Références

- [1] O.C. Sandall, O.T. Hanna, K. Amarnath, 1986. Experiments on Turbulent Non-Newtonian Mass Transfer in a Circular Tube. *AIChE Journal*, 32, 12, 2095-2098.
- [2] Prapat Whangskarn and Bahman Ghorashi, 1990. Heat and Momentum Transfer Analogies for the Transitional and Turbulent Flow of a Non-Newtonian Power-Law Fluid in a Heated Pipe. *Heat and Mass Transfer*, 17, 2, 167-178.
- [3] J.N.N. Quaresma and J.A. Lima, 1998. Thermally Developing Turbulent Flow of Pseudoplastic Fluids within Circular Tubes. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 25, 8, 1105-1114.
- [4] T. Ohta et M. Miyashita, 2014. DNS and LES with an extended Smagorinsky model for wall turbulence in non-Newtonian viscous fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 206, 29-39.

[5] M. Rudman, H.M. Blackburn, L.J.W. Graham et L. Pullum, 2004. Turbulent pipe flow of shear-thinning fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 118, 33-48.

[6] L. Redjem-Saad, 2008. Simulation numérique des transferts de chaleur turbulents par convection forcée dans des conduites cylindriques et des espaces annulaires. Phd Thesis, Université Paris Est Marne-la-Vallée.

[7] D.W. Dodge, A.B. Metzner, 1959. Turbulent flow of non-Newtonian systems, *AIChE J.* 5(2) 189-204.

[8] F.J.A.D. Gomes, 1987. Hydraulic, Power Law models, calculation method using rational polynomial models. Technical Meeting on software Developing in Drilling Operations, CAPER/87, Salvador, Brazil, (in Portuguese).

[9] R.W. Hanks et B.L. Ricks, 1975. Transitional and turbulent pipe flow of pseudoplastic fluids. *Journal of Hydraulics*, 9, 39-44.

[10] V.Gnielinski, 1976. Neue gleichungen für den wärme- und den stoffübergang in turbulent durchströmten rohren und kanalen, *Int. Chem. Eng.* 16, 359.

[11] J. N. N. Quaresma, 1998. Thermally developing turbulent flow of pseudoplastic fluids within circular tubes. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 25, No.8, 1105-1114.

[12] F.W. Dittus, L.M.K. Boetler, 1930. Heat transfer in automobile radiators of turbular type, *Univ. Calif. Pub. Eng.*, 443.

[13] F. T. Pinho et P. M. Coelho, 2010. Non-Newtonian heat transfert. CEFT/DEMec, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal.