



**HAL**  
open science

## Modélisation analytique de l'inducteur d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial

Bastien Dolisy, Smail Mezani, Thierry Lubin, Jean Lévêque

### ► To cite this version:

Bastien Dolisy, Smail Mezani, Thierry Lubin, Jean Lévêque. Modélisation analytique de l'inducteur d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial. Jeunes Chercheurs en Génie Électrique (JCGE'2013), Jun 2013, Saint-Nazaire, France. pp.1-9. hal-00827940

**HAL Id: hal-00827940**

**<https://hal.science/hal-00827940>**

Submitted on 5 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation analytique de l'inducteur d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial

B. Dolisy<sup>1,2</sup>, S. Mezani<sup>1</sup>, T. Lubin<sup>1</sup>, J. Lévêque<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire GREEN, Université de Lorraine, Faculté des Sciences et Technologies, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy.

<sup>2</sup> DGA/DS/MRIS, 7-9 rue des Mathurins, 92221, Bagneux Cedex

*bastien.dolisy@univ-lorraine.fr*

**RESUME** – Dans le domaine de la motorisation électrique, les supraconducteurs sont utilisés pour augmenter le champ magnétique dans l'entrefer et ainsi accroître la compacité des machines électriques. L'utilisation de matériaux supraconducteurs impose des températures de fonctionnement très basses qui demandent l'emploi de dispositifs cryogéniques tels que des cryostats (enceintes permettant d'isoler un système thermiquement). Pour transmettre le couple délivré par la machine à sa charge à travers le cryostat, on propose l'utilisation d'un accouplement magnétique comportant des bobines supraconductrices dans le milieu cryogénique et des aimants à l'extérieur. Les avantages seraient ceux d'une transmission sans contact [1] (absence d'usure mécanique, protection naturelle contre les surcharges, etc.) et permettraient de se passer des "torques tubes". La topologie étudiée ici concerne un accouplement à flux axial. La modélisation électromagnétique de ce dispositif est typiquement un problème 3D. On se propose d'établir un modèle analytique en 3D pour déterminer la distribution du champ magnétique. Les contraintes dues à la dépendance du courant critique de l'induction magnétique sont prises en compte afin de déterminer les ampères-tours maximum pour une température de fonctionnement donnée. Les calculs analytiques sont validés par éléments finis.

**ABSTRACT** – Superconductors are used to increase the magnetic field in the airgap of electrical machines and thus increase their compactness. The use of superconducting materials imposes very low operating temperatures which require the use of cryogenic devices such as cryostats (enclosure to isolate a heat system). To transmit the torque delivered by the machine to its load through the cryostat, we propose to study a magnetic coupling between superconducting coils and magnets. The benefits would be those of a non-contact transmission (no mechanical friction, self overload protection, etc.) and avoid the use of torque tubes. The studied coupling is of axial type whose computation requires a 3D model. We then propose a 3D analytical model to determine the magnetic field distribution in the coupling. The dependence of the critical current of the HTS coils vs. flux density distribution is taken into account in order to determine the maximal electric loadability of the coupling. The analytical results are validated through finite element computations.

**MOTS-CLES** – Supraconducteur, accouplement magnétique, modélisation analytique, courant critique.

## 1. Introduction

De nos jours, l'utilisation de machines électriques de fortes puissances s'est généralisée dans diverses applications industrielles telles que la propulsion navale ou la génération d'énergie éolienne. Ces applications imposent un cahier des charges très optimisé en termes d'encombrement et de masse tout en gardant des couples de sortie très élevés.

Ainsi, il y a un réel besoin industriel de motorisation électrique compacte. Les solutions conventionnelles utilisant du cuivre et des aimants permanents se heurtent à des limites technologiques. L'induction maximale dans l'entrefer est limitée par la saturation des parties ferromagnétiques (surtout les dents statoriques) et la taille des machines par un critère de refroidissement. Le développement de ces machines ne permettra donc pas une révolution significative des performances en termes de compacités (2 à 3 fois celle d'aujourd'hui). C'est pourquoi, on se tourne vers l'utilisation de nouveaux matériaux tels que les supraconducteurs pour augmenter le champ magnétique dans l'entrefer [2].

Dans notre cas, on s'intéresse au développement d'une machine électrique à flux axial possédant un inducteur bobiné avec du ruban supraconducteur (Figure 1.1) et un induit en cuivre. Le rotor interagit avec le stator (partie moteur) et avec un accouplement magnétique (supraconducteur/aimant) pour sortir, sans contact, le couple produit par le moteur vers l'extérieur du cryostat.

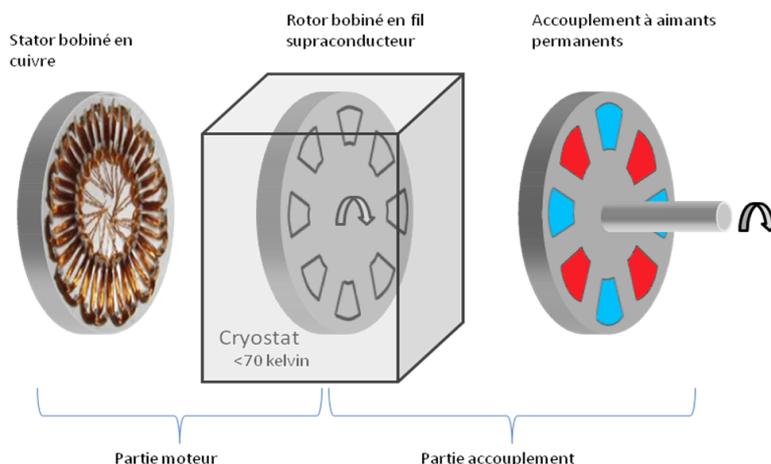


Figure 1.1 : Topologie du moteur à flux axial supraconducteur étudié.

Dans ce papier, on présente une méthode de modélisation analytique de l'inducteur supraconducteur en 3D. Le but étant de pouvoir calculer les inductions magnétiques dans l'inducteur pour nous permettre de réaliser un dimensionnement. Comparé à un logiciel de calcul utilisant des méthodes de résolution par éléments finis, une méthode analytique nous permet de gagner beaucoup de temps de calcul.

Une deuxième partie sera consacrée au calcul du courant maximal admissible par la bobine avant qu'elle ne transite et passe d'un état supraconducteur à un état normal (forte résistivité).

## 2. Modélisation analytique 3D de l'inducteur

### 2.1 Description du problème et hypothèses

L'inducteur supraconducteur est composé de plusieurs bobines supraconductrices représentant chacune un pôle de la machine. Ces bobines sont fixées sur une culasse magnétique, mais ne comportent pas dans leurs structures de noyaux ferromagnétiques. En effet, au vu des amplitudes de champ magnétique créé par l'inducteur, ces parties en fer seraient inévitablement saturées.

La périodicité du moteur nous permet de réaliser un dimensionnement sur un pôle tout en imposant une condition périodique.

Les hypothèses permettant la modélisation sont les suivantes :

- Linéarisation de l'inducteur au rayon moyen [3]: permet de poser le problème en coordonnées cartésiennes.
- Perméabilité des parties ferromagnétiques infinies (On ne résout rien dans le fer).
- Modélisation de la bobine sous forme de 4 barres de courant (Figure 2.1) : cette hypothèse conduit à prendre en compte les courants suivants deux composantes, ici  $x$  et  $y$ . [4]

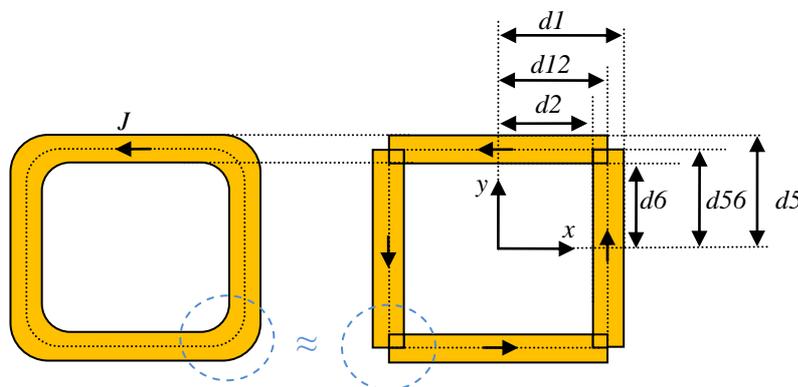


Figure 2.1 : Hypothèse de modélisation de la bobine supraconductrice.

- Condition anti-périodique suivant l'axe  $x$  (conditions réelles rencontrées dans le moteur) et condition anti-périodique suivant l'axe  $y$  (condition fictive) pour pouvoir résoudre le problème (Figure 2.2). Attention, pour que les bobines fictives suivant l'axe  $y$  n'influent pas la solution, il faut imposer  $ly \gg lx$  de tel sorte à avoir  $B=0$  en  $y=ly$ .

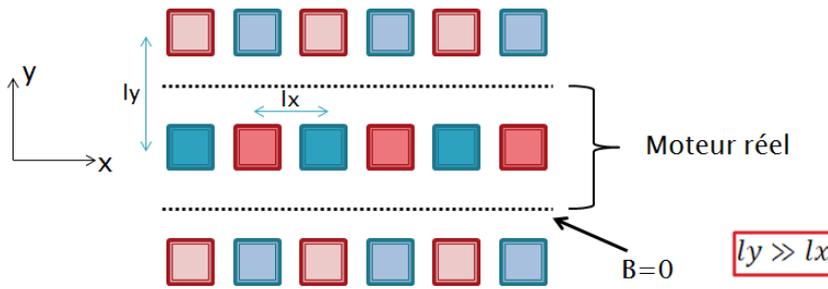


Figure 2.2 : Conditions aux frontières utilisées dans le modèle analytique.

La Figure 2.3 représente notre domaine dans le plan  $(x,z)$ . Le domaine I  $(0 \leq z \leq hb)$  implique une formulation en potentiel vecteur magnétique car il comporte des courants et pour le domaine II  $(hb \leq z \leq h2)$ , constitué uniquement d'air, on utilise une formulation en potentiel scalaire magnétique.

De plus, en  $z=0$  et  $z=h2$ , on retrouve nos deux culasses magnétiques. Etant donné que les lignes de champs magnétiques rentrent orthogonales à la surface ferromagnétique, on impose comme condition aux frontières l'équation (1).

$$\vec{n} \wedge \vec{H} = 0 \text{ avec } \vec{n} \text{ la normale sortante à la surface considérée} \quad (1)$$

## 2.2 Principe de la méthode

Pour résoudre ce problème, il faut trouver les équations générales et particulières dans chaque domaine.

L'équation générale sera la même quelque soit le domaine. On la trouve en résolvant l'équation de Laplace en 3D (2) dans la totalité du domaine (on a choisi arbitrairement  $\Psi$  comme nom de variable) :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} -lx \leq x \leq lx \\ -ly \leq y \leq ly \end{cases} \quad (2)$$

Pour résoudre cette équation, on utilise les conditions aux frontières (3). Ces conditions concernent l'anti-périodicité qu'on retrouve dans le moteur ou l'accouplement suivant l'axe  $x$  et d'une anti-périodicité fictive suivant l'axe  $y$  qui est présentée sur la Figure 2.2.

$$\Psi|_{x=lx} = -\Psi|_{x=-lx} \quad (3)$$

$$\Psi|_{y=ly} = -\Psi|_{y=-ly}$$

Enfin, on utilise la méthode de séparation des variables pour trouver la solution générale du problème :

$$\Psi(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [E \cdot e^{k \cdot z} + F \cdot e^{-k \cdot z}] \cdot (A \cdot \cos(wn \cdot x) + B \cdot \sin(wn \cdot x)) \cdot (C \cdot \cos(wm \cdot y) + D \cdot \sin(wm \cdot y)) \quad (4)$$

$$\text{Avec } wn = \frac{n\pi}{2lx}, \quad wm = \frac{m\pi}{2ly} \quad \text{et} \quad k = \sqrt{wn^2 + wm^2}$$

$A, B, C, D, E$  et  $F$  sont des coefficients qu'il faut déterminer avec les conditions de passage entre les domaines.

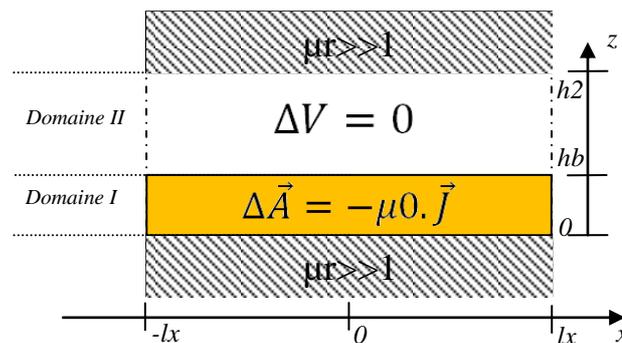


Figure 2.3 : Représentation du domaine de résolution dans le plan  $(x,z)$ .

- Domaine I :

L'équation à résoudre dans le domaine I comporte un second membre qui prend en compte la présence des courants.

$$\begin{aligned} \Delta A_x &= -\mu_0 \cdot J_x \\ \Delta A_y &= -\mu_0 \cdot J_y \\ \Delta A_z &= 0 \end{aligned} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} -lx \leq x \leq lx \\ -ly \leq y \leq ly \\ 0 \leq z \leq hb \end{cases} \quad (5)$$

Pour résoudre cette équation il faut déterminer l'expression de  $J_x(x,y)$  et  $J_y(x,y)$  en décomposant les courants en série de Fourier avec l'aide de la Figure 2.1:

$$\begin{aligned} J_x(x,y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_{nmx} \cdot \cos(w_n \cdot x) \cdot \sin(w_m \cdot y) \\ \text{Avec} \quad J_{nmx} &= \frac{16 \cdot J}{n \cdot m \cdot \pi^2} \cdot \sin(w_n \cdot d12) \cdot [\cos(w_m \cdot d6) - \cos(w_m \cdot d5)] \\ J_y(x,y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_{nmy} \cdot \sin(w_n \cdot x) \cdot \cos(w_m \cdot y) \\ \text{Avec} \quad J_{nmy} &= -\frac{16 \cdot J}{n \cdot m \cdot \pi^2} \cdot \sin(w_m \cdot d56) \cdot [\cos(w_m \cdot d2) - \cos(w_m \cdot d1)] \end{aligned} \quad (6)$$

Au final dans ce domaine, on trouve les solutions suivantes :

$$\begin{aligned} A_x(x,y,z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (A_I \cdot e^{k \cdot z} + B_I \cdot e^{-k \cdot z}) + \frac{\mu_0 \cdot J_{nmx}}{k^2} \right] \cdot \cos(w_n \cdot x) \cdot \sin(w_m \cdot y) \\ A_y(x,y,z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (C_I \cdot e^{k \cdot z} + D_I \cdot e^{-k \cdot z}) + \frac{\mu_0 \cdot J_{nmy}}{k^2} \right] \cdot \sin(w_n \cdot x) \cdot \cos(w_m \cdot y) \\ A_z(x,y,z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [E_I \cdot e^{k \cdot z} + F_I \cdot e^{-k \cdot z}] \cdot \sin(w_n \cdot x) \cdot \sin(w_m \cdot y) \end{aligned} \quad (7)$$

- Domaine II :

Le domaine II ne possède aucune source de champ magnétique, on ne retrouve donc pas de second membre dans l'équation régissant le domaine.

L'équation complète dans ce domaine est alors la même que l'équation générale (4).

La solution après simplification s'écrit:

$$\begin{aligned} V(x,y,z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [A_{II} \cdot e^{k \cdot z} + B_{II} \cdot e^{-k \cdot z}] \cdot \cos(w_n \cdot x) \cdot \cos(w_m \cdot y) \\ \text{pour} \quad &\begin{cases} -lx \leq x \leq lx \\ -ly \leq y \leq ly \\ hb \leq z \leq h2 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Pour que le problème puisse être résolu, il faut trouver les  $8 \times N \times M$  coefficients inconnus dans (7) et (8) (où  $N$  et  $M$ , nombres d'harmoniques pris en compte dans le problème). Pour cela, les conditions aux frontières entre les domaines (9) doivent nous donner un système d'équations comportant les  $8 \times N \times M$  équations liants les coefficients entre eux.

$$\begin{aligned} \vec{n} \times \vec{H} &= 0 & \text{En } z=0 \text{ et } z=h2 \\ B_{zI} &= B_{zII} \\ H_{xI} &= H_{xII} & \text{En } z=hb \\ H_{yI} &= H_{yII} \end{aligned} \quad (9)$$

De plus, on adopte la jauge de Coulomb dans la région I qui permet d'écrire:

$$\operatorname{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

Une fois que le système d'équations est complet, les coefficients sont calculés par la méthode d'inversion de matrice.

Les inductions magnétiques sont calculées par la suite en posant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \vec{B}_I &= -\mu_0 \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(V) \\ \vec{B}_{II} &= \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{A}) \end{aligned} \quad (11)$$

### 3. Détermination du courant critique de la bobine

La densité de courant admissible d'une bobine supraconductrice ne dépend pas uniquement du refroidissement comme une bobine de cuivre mais également du champ magnétique appliqué sur le ruban. Plus la température et le champ magnétique seront élevés, plus les caractéristiques du supraconducteur en termes de courant critique ( $J_c$ ) seront dégradées. Cette dégradation se présente sous forme d'une augmentation des pertes dans le supraconducteur, donc d'une augmentation de la résistivité des matériaux.

La résistivité non linéaire est modélisée par une loi en puissance :

$$E = Ec \times \left( \frac{J}{J_c(T, B)} \right)^{n(T, B)} \quad (12)$$

Avec  $Ec$ , la valeur du champ électrique critique, imposé arbitrairement, dans la littérature à une valeur de  $1 \mu\text{V}/\text{cm}$ .

$J_c$  et  $n$  dépendent de la température de fonctionnement et du champ magnétique appliqué.

Cette dépendance envers le champ magnétique à été modélisée par la formule de Kim [5] qui exprime  $n$  et  $J_c$  en fonction du champ magnétique.

De plus, on constate que les supraconducteurs de type II possèdent un comportement anisotropes face au champ magnétique qui n'est pas pris en compte dans le modèle de Kim. Le champ magnétique perpendiculaire au ruban supraconducteur aura une incidence plus élevée sur les dégradations de ses caractéristiques.

Plusieurs auteurs ont développé des lois empiriques pour modéliser cette anisotropie à température fixée, on peut par exemple utiliser ces expressions de  $J_c(B)$  et  $n(B)$  [6]:

$$J_c(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{J_{c0}}{\left( 1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_0} \right)^{\beta}} \quad n(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{n_0}{1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_{n0}}} \quad (13)$$

- $n_0$  : constante représentant la valeur de  $n$  sous champ nul
- $Bn_0$  : constante caractérisant la dépendance du  $n$  vis-à-vis de  $B$  (Telsa)
- $J_{c0}$  : constante égale la densité de courant critique sous champ nul ( $\text{A}/\text{mm}^2$ )
- $B_0$  : constante caractérisant le matériau (Telsa)
- $k$  : facteur d'anisotropie ( $<1$ )
- $\beta$  : coefficient caractérisant la dépendance vis-à-vis du champ magnétique
- $B_{\parallel}$  : champ magnétique appliqué parallèle
- $B_{\perp}$  : champ magnétique appliqué perpendiculaire

$Bn_0$ ,  $B_0$ ,  $\beta$  et  $k$  sont déterminés par approximation au sens des moindres carrés des courbes expérimentales  $n(B)$  et  $J_c(B)$ .

En injectant (13) dans (12), on peut obtenir la valeur du champ électrique dans toute la bobine supraconductrice à partir des inductions obtenues avec le modèle analytique.

La valeur du champ électrique sera l'image des pertes dans le ruban.

La difficulté est de détecter les endroits où le champ électrique est grand devant  $E_c$ . Ces points seront le siège de fort échauffement du fil qui pourrait se diffuser dans la bobine et la faire transiter. La stabilité du système reposera alors sur le système cryogénique qui acceptera des augmentations locales du champ électrique plus ou moins élevées.

En termes de dimensionnement, nous imposons deux critères sur le champ électrique.

Un critère de surveillance du champ électrique maximum. Pour cela, on va chercher l'endroit où  $E$  est maximum et on va le comparer à  $E_c$ .

Un deuxième critère est basé sur le calcul de la tension aux bornes de la bobine. Cette tension est calculée par l'expression de la puissance totale dissipée dans la bobine. Le calcul considère que le courant qui circule dans la bobine est constant et homogène sur la section droite de la bobine :

$$P = U.I = \iiint_V E(x, y, z).J. dV \text{ avec } J = \frac{N.I}{S} \tag{14}$$

$$\text{Par identification } U = \frac{N}{S} \iiint_V E(x, y, z). dV$$

On compare ensuite  $U$  à la valeur de  $U_c$  ( $U_c = E_c.L_b$ , où  $L_b$  représente la longueur du ruban constituant de la bobine). Si  $U$  est supérieur à  $U_c$ , les pertes dans la bobine sont considérées comme excessives.

## 4. Résultats

### 4.1 Validation des inductions magnétiques obtenues avec la modélisation analytique

Pour vérifier les résultats obtenus avec le modèle analytique, on fixe aléatoirement les dimensions d'un inducteur linéaire. **Les amplitudes de champ magnétique et électrique calculées par la suite ne seront donc pas représentatives des performances réelles d'un inducteur supraconducteur.**

Ces caractéristiques sont données dans le Tableau 1. La validation du modèle est effectuée en comparant les résultats analytiques avec ceux d'un calcul par éléments finis 3D effectués sous COMSOL MULTIPHYSICS®.

Tableau 1 : Dimension de l'inducteur supraconducteur.

Paramètres	Descriptions	Valeurs
2.lx	Longueur du domaine suivant x, mm	100
2.ly	Longueur du domaine suivant y, mm (ly>>lx)	500
e=h2-hb	Épaisseur de l'entrefer, mm	20
hb	Hauteur de la bobine, mm	4,1
d1	Dimension externe de la bobine suivant x, mm	40
d5	Dimension externe de la bobine suivant y, mm	40
Ep=d1-d2	Épaisseur de la bobine, mm	10
J	Densité de courant dans la bobine, A/mm²	20

Sur la Figure 4.1, on compare la norme de l'induction magnétique en  $z=1,4cm$  entre le modèle analytique (a) et la méthode numérique (b). Le modèle analytique effectue le calcul en 0,63 secondes en prenant en compte 30 harmoniques suivant x et y (le nombre d'harmonique représente la précision du calcul), alors que le logiciel de calcul numérique met environ 10 minutes.

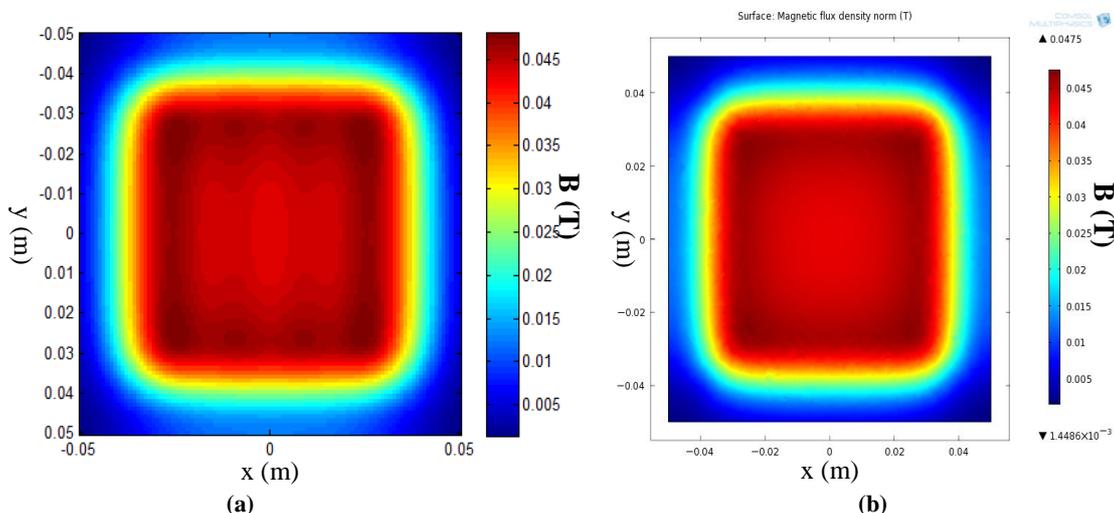


Figure 4.1: Comparaison de la norme de l'induction en  $z=1,4cm$ , (a) Modèle analytique, (b) Méthode numérique.

Pour mieux apprécier la précision du modèle analytique, la Figure 4.2 compare  $B_x(x)$  et  $B_z(x)$  en  $z=1,4cm$  et  $y=0$  entre les deux méthodes.

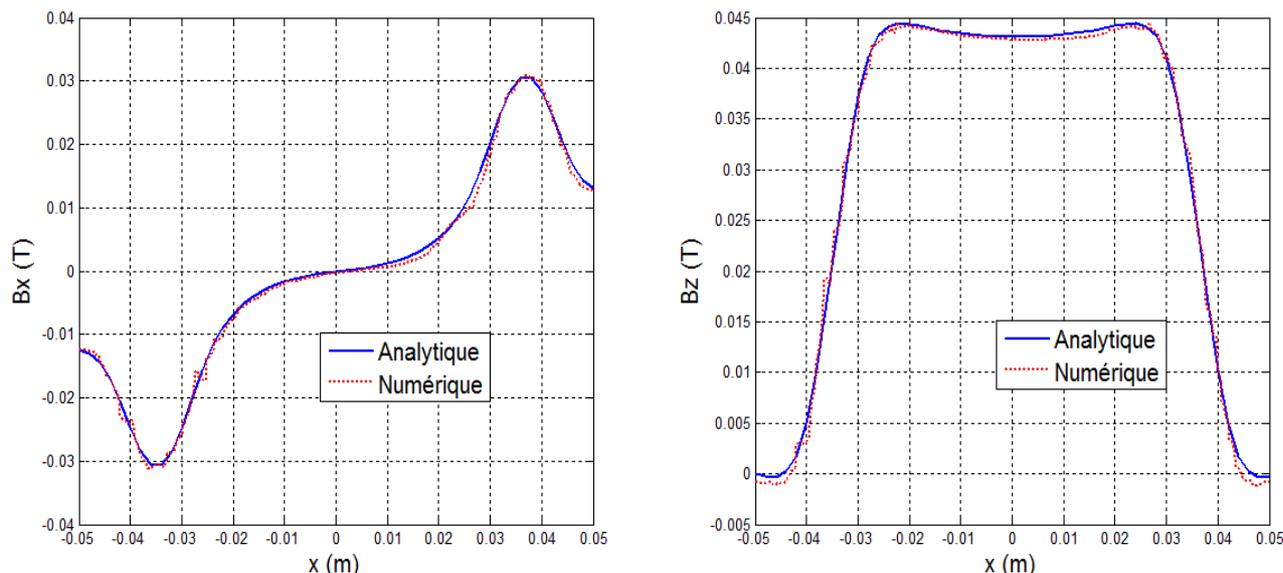


Figure 4.2 : Comparaison de  $B_x(x)$  et  $B_z(x)$  en  $z=1,4cm$  et  $y=0$  entre le modèle analytique et numérique.

On peut également calculer la force d'attraction ( $F_z$ ) entre la bobine supraconductrice et la culasse ferromagnétique qui se trouve en face. Pour cela, on utilise le tenseur de Maxwell sur une surface au centre de l'entrefer. On trouve ainsi 2.13 N avec le modèle analytique contre 2.02 N par éléments finis, soit une erreur de 5,44%. Ces différents résultats permettent de valider le modèle analytique.

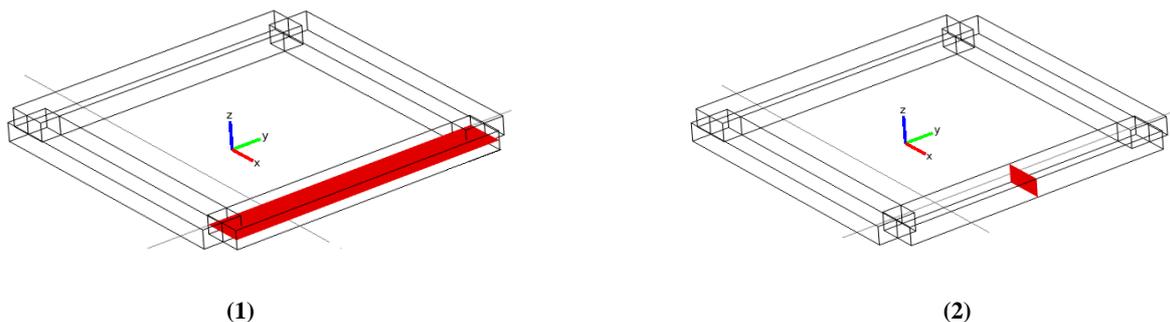
## 4.2 Champ électrique dans la bobine

Les caractéristiques du ruban en BSSCO sont représentées dans le Tableau 2. A partir de ces paramètres on détermine le champ électrique dans le supraconducteur avec les méthodes analytique et numérique.

Tableau 2 : Caractéristiques du ruban BSSCO utilisé dans le modèle [7].

Paramètres	Descriptions	Valeurs
$J_c0$	Constante de l'expression $J_c(B)$ , A/mm <sup>2</sup>	55
$B_0$	Constante de l'expression $J_c(B)$ , T	0.008
$\beta$	Constante de l'expression $J_c(B)$	0.58
$k$	Facteur d'anisotropie	0.1
$n_0$	Constante de l'expression $n(B)$	15
$B_{n0}$	Constante de l'expression $n(B)$ , T	0.1
$l_s$	Largeur du ruban, mm	4.1
$eps$	Épaisseur du ruban avec isolant, mm	0.24
$k_f$	Coefficient de foisonnement	0.8
$N$	Nombre de spires de la bobine	33

La représentation du champ électrique dans la bobine se fera sur les deux surfaces ci-dessous. La surface (1) représente une coupe d'une barre de courant en son milieu suivant  $x$  et  $y$  et la deuxième (2) une coupe suivant  $x$  et  $z$ . Sur cette barre, la composante perpendiculaire du champ magnétique sera  $B_x$ .



(1) (2)  
Figure 4.3 : Surfaces utilisées pour représenter le champ électrique.

La Figure 4.4 représente une comparaison entre le calcul du champ électrique sur la surface (1) avec l'utilisation du modèle analytique (a) et numérique (b).

Quand le critère  $E/E_c$  est localement supérieur à 1, cela signifie que la valeur du courant critique  $J_c$  a été dépassé. Les pertes par effet Joule ne seront plus négligeables et la stabilité du système sera liée à la puissance cryogénique du système.

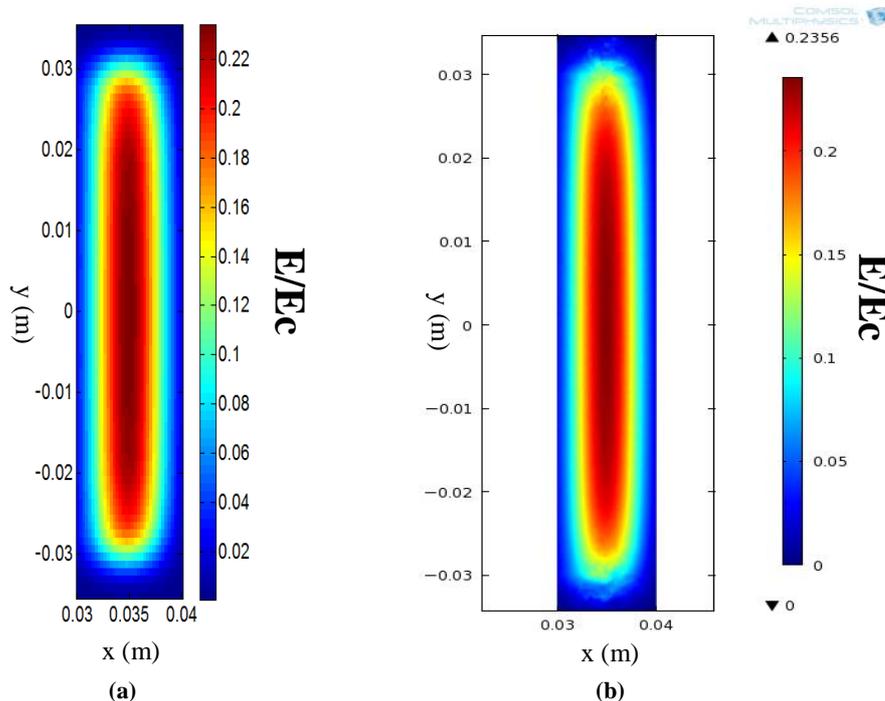


Figure 4.4 :  $E/E_c$  sur la surface (Figure 4.3 (1)) entre la méthode analytique (a) et numérique (b).

Sur la Figure 4.5, on calcule le champ électrique (a) et la composante du champ magnétique  $B_x$  (b) sur la surface (2).

On constate un fort champ électrique dans la bobine quand la composante du champ magnétique perpendiculaire (ici  $B_x$ ) est maximale.

La surface (2) possède le champ électrique le plus élevé de l'ensemble de la bobine. Il faudra lors d'un dimensionnement être attentif aux amplitudes de champ électrique maximum dans cette zone.

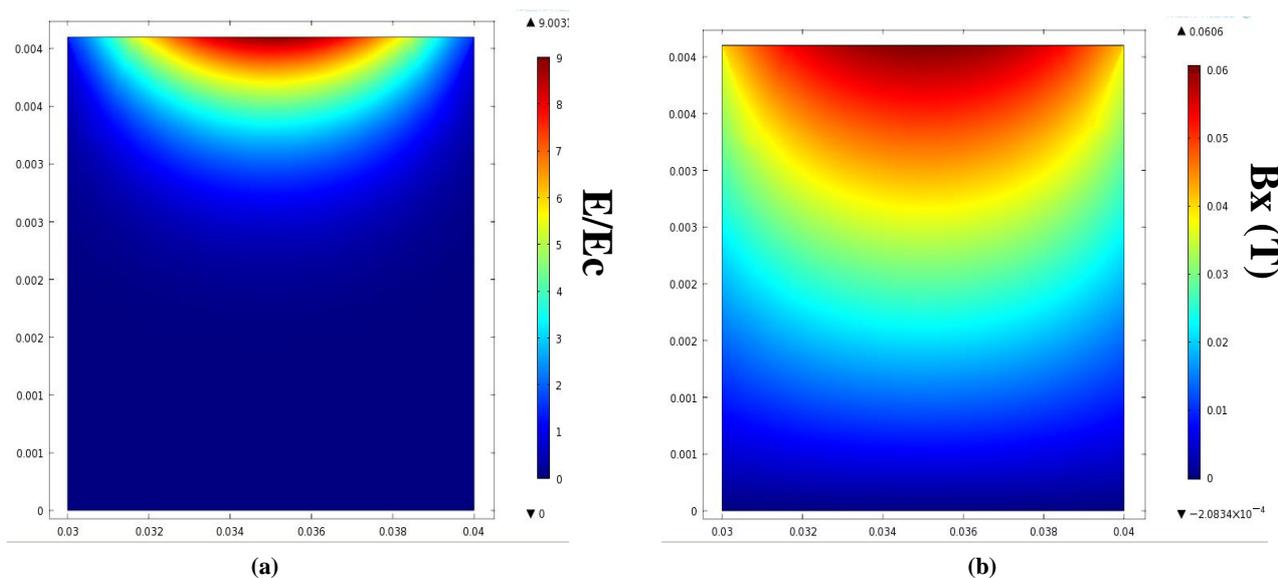


Figure 4.5 : Représentation de l'induction  $B_x$  (b) et du critère  $E/E_c$  (a) sur la surface (2) de la Figure 4.3.

En faisant varier le courant dans la bobine, on retrouve la loi en puissance décrite par

l'équation (12). Sur la Figure 4.6, on aperçoit cette tension calculée par la méthode analytique et numérique.

Sans optimisation des deux méthodes, la méthode analytique trouve ce résultat en 9 minutes avec 50 harmoniques suivant x et y (le calcul local du champ électrique demande une grande précision sur le champ magnétique: on est ainsi forcé d'augmenter le nombre d'harmonique), alors que la méthode numérique nécessite un temps de calcul de 50 minutes.

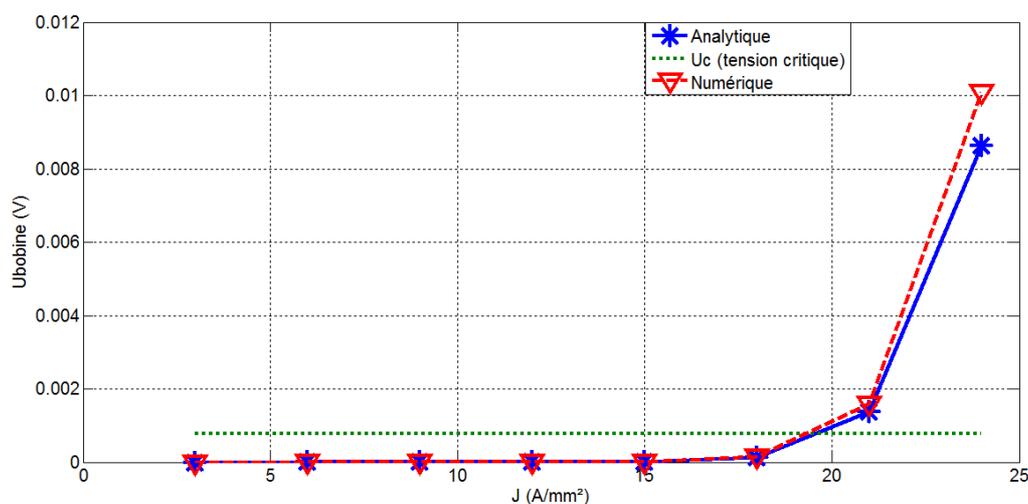


Figure 4.6 : Tension aux bornes de la bobine en fonction du courant.

Les deux méthodes nous donnent une densité de courant critique ( $J_c$ ) de la bobine de 20A/mm<sup>2</sup>.

## 5. Conclusion

Dans ce papier, nous avons présenté une méthode de modélisation analytique d'un inducteur supraconducteur en 3D. Comparé aux méthodes numériques, ce modèle analytique permet de réaliser un pré-dimensionnement d'un dispositif très rapidement. Nous avons validé notre modèle en comparant les résultats sur le champ magnétique obtenus, avec ceux d'un logiciel utilisant le calcul par éléments finis.

Nous avons également intégré dans le modèle, la loi en puissance du ruban supraconducteur pour tenir compte de la dépendance du courant critique vis à vis du champ magnétique. Nous avons ainsi constaté que la partie de la bobine la plus proche de l'entrefer possède les pertes les plus élevées. De plus, un calcul de la tension aux bornes de la bobine nous apporte un aperçu des pertes totales dans l'inducteur.

Pour finir, ce modèle pourra être utilisé dans un algorithme de dimensionnement qui tiendra compte des pertes dans le supraconducteur en surveillant un critère de champ électrique maximum ( $E/E_c$ ) et un critère sur la tension s'appliquant aux bornes de la bobine ( $U/U_c$ ). Par contre, une étude paramétrique doit être effectuée pour valider l'hypothèse de linéarisation du modèle analytique dans le cadre de machine cylindrique.

## Références

- [1] J. F. Charpentier, N. Fadli, and J. Jennane, "Study of Ironless Permanent Magnet Devices Being Both a Coupling and an Axial Bearing for Naval Propulsion", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 39, pp. 3235-3237, 2003.
- [2] A. Rezzoug, J.-P. Caron, J. Lévêque, D. Netter, B. Douine, K. Berger, et E. H. Ailam, "Les supraconducteurs: des propriétés aux applications électrotechniques", EF'2003.
- [3] Lubin, T. and Mezani, S. and Rezzoug, A, G, "Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings", *IEEE Trans. On Energy Conversion*, vol. 27, pp. 536-546, 2012.
- [4] Smeets, JPC and Overboom, TT and Jansen, JW and Lomonova, EA, "Three-Dimensional Magnetic Field Modeling for Coupling Calculation Between Air-Cored Rectangular Coils", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 47, pp. 2935-2938, 2011.
- [5] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, et A. R. Strnad, "Critical Persistent Currents in Hard Superconductors", *Physical Review Letters*, vol. 9, no. 7, p. 306-309, oct. 1962.
- [6] F. Gömöry et B. Klinčok, "Self-field critical current of a conductor with an elliptical cross-section", *Superconductor Science and Technology*, vol. 19, no. 8, p. 732-737, août. 2006.
- [7] S. Bendali, "Dimensionnement d'un moteur supraconducteur HTc", Thèse de doctorat de l'Université de Lorraine, décembre 2012.