



Conception robuste des roues aubagées désaccordées

M. Mbaye, Christian Soize, J.-P. Ousty

► **To cite this version:**

M. Mbaye, Christian Soize, J.-P. Ousty. Conception robuste des roues aubagées désaccordées. XVII-ème Colloque Vibrations, Chocs et Bruits, ECL Lyon, Jun 2010, Lyon, France. pp.1-14. hal-00773374

HAL Id: hal-00773374

<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-00773374>

Submitted on 13 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONCEPTION ROBUSTE DES ROUES AUBAGEES DESACCORDEES

Moustapha Mbaye¹, Christian Soize², Jean-Philippe Ousty¹

¹ Turbomeca, 64511 Bordes, France

² Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle,
MSME UMR 8208 CNRS 5 bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France

moustapha.mbaye@turbomeca.fr

RESUME. Dans le domaine de la conception des roues aubagées de turbomachines, de faibles variations dans les caractéristiques des aubes, du fait des tolérances de fabrication affectent la symétrie cyclique de la structure. Cette brisure de symétrie est appelée "désaccordage involontaire". L'une des conséquences de ce désaccordage involontaire sur le comportement dynamique des roues aubagées est une amplification des réponses forcées vibratoires. Pour réduire les niveaux d'amplification dynamique de la réponse forcée vibratoire des roues aubagées désaccordées involontairement une des solutions est d'effectuer un désaccordage dit "intentionnel" en modifiant les propriétés des matériaux de quelques aubes, les interfaces entre les aubes et le disque ou la forme de quelques aubes. Nous présentons dans ce papier un problème d'optimisation d'une roue aubagée en présence de désaccordage involontaire et en effectuant un désaccordage intentionnel. Le désaccordage intentionnel est effectué en modifiant géométriquement certaines aubes. Le désaccordage involontaire est pris en compte par un modèle probabiliste non paramétrique permettant de prendre à la fois en compte les incertitudes sur le modèle et sur les paramètres du problème. Afin de réduire les coûts en temps de calcul, un modèle réduit est construit en utilisant la méthode de réduction de modèles de roues aubagées désaccordées par modification géométrique développée basée sur l'utilisation des modes cycliques de chaque type de secteur de la roue. Une optimisation de la répartition des aubes modifiées sur la circonférence du disque est enfin effectuée et conduit à une conception de la roue aubagée d'application qui minimise les niveaux de la réponse forcée tout en étant robuste vis-à-vis des dispersions pouvant résulter du processus de fabrication.

1 INTRODUCTION

De faibles variations des caractéristiques des structures à symétrie cyclique du fait des tolérances de fabrication peuvent briser la cyclicité de la structure. On parle alors de désaccordage involontaire. Ce désaccordage involontaire peut engendrer une amplification des niveaux de la réponse forcée de la structure (voir par exemple [1, 2, 3]). Cependant, il est possible (voir par exemple [4, 5, 6, 7, 8]) de désaccorder intentionnellement les roues aubagées désaccordées involontairement dans le but de réduire les niveaux d'amplification de la réponse forcée. Les principales solutions technologiques de désaccordage intentionnel sont basées sur la modification des propriétés des matériaux de quelques aubes, des interfaces entre les aubes et le disque ou de la forme de quelques aubes. Dans cette étude, nous nous intéressons au désaccordage intentionnel par modification géométrique des aubes.

Pour les structures à symétrie cyclique, l'analyse vibratoire sur un secteur permet de reconstituer le comportement dynamique de la roue complète. Ce n'est cependant pas le cas pour les structures désaccordées qui nécessitent une analyse vibratoire de la roue complète ou une utilisation de méthodes de réduction de modèle consistant à projeter les opérateurs du système sur une base modale afin de réduire les coûts de calcul. Dans le cas où la structure est désaccordée intentionnellement par modification géométrique des aubes, très peu de méthodes permettent d'avoir des modèles réduits efficaces. Nous allons utiliser dans ce qui suit la méthode introduite dans [13] et qui consiste à utiliser les modes cycliques des différents types de secteur de la roue aubagée désaccordée géométriquement dans la base de projection. Pour les structures désaccordées involontairement, la nature aléatoire du désaccordage d'une aube à l'autre, du fait des tolérances de fabrication ou des dispersions des propriétés des matériaux nécessite une utilisation de modèles probabilistes. Nous utilisons dans cette étude un modèle probabiliste non paramétrique [15] qui prend aussi bien en compte les dispersions

sur les paramètres que les incertitudes de modélisation. Ce modèle est construit à partir du modèle réduit éléments finis de la structure.

Dans le but d'effectuer une conception robuste par désaccordage intentionnel des roues aubagées désaccordée involontairement, nous allons résoudre un problème d'optimisation qui consistera à répartir de façon optimale, et à faible coût en terme de temps de calcul les différentes aubes sur la roue aubagée en vue de minimiser les niveaux de réponse vibratoire et la sensibilité des roues aubagées vis-à-vis du désaccordage involontaire. Nous allons ainsi présenter une méthode d'optimisation rapide et efficace introduite dans [23].

2 MODÈLE RÉDUIT DE LA STRUCTURE DÉSAFFORDÉE INTENTIONNELLEMENT

Considérons le modèle éléments finis d'une structure à N aubes, désaccordée intentionnellement par modification géométrique des aubes, dont le comportement dynamique est à analyser dans le domaine fréquentiel. La bande fréquentielle d'analyse est notée $\mathbb{B} = [\omega_{min}, \omega_{max}]$, $0 < \omega_{min} < \omega_{max}$. Ainsi, l'équation de la dynamique s'écrit dans cette bande fréquentielle \mathbb{B} :

$$(-\omega^2[\underline{M}] + i\omega[\underline{D}] + [\underline{K}])\underline{u}(\omega) = \underline{f}_{exc}(\omega) + \underline{f}_{aero}(\omega, \underline{u}(\omega)), \quad (1)$$

où \underline{f}_{exc} est le vecteur des forces d'excitation dues aux distorsions de flux de l'écoulement fluide (silage d'un distributeur amont par exemple), \underline{f}_{aero} est le vecteur des forces aérodynamiques instationnaires de couplage fluide-structure dues aux vibrations des aubes, \underline{u} est le vecteur des déplacements de la structure complète, $[\underline{M}]$, $[\underline{D}]$, $[\underline{K}]$ sont les matrices de masse, dissipation et rigidité de la structure, et $i^2 = -1$. n_{dof} est la dimension du vecteur u . En introduisant la matrice de rigidité dynamique

$$[\underline{E}(\omega)] = -\omega^2[\underline{M}] + i\omega[\underline{D}] + [\underline{K}], \quad (2)$$

l'équation de la dynamique de la roue aubagée devient

$$[\underline{E}(\omega)]\underline{u}(\omega) = \underline{f}_{exc}(\omega) + \underline{f}_{aero}(\omega, \underline{u}(\omega)). \quad (3)$$

Pour construire le modèle réduit, nous constituons une base de projection $[\Psi]$ composée de α^* modes réels des différents types de secteur. Ces modes sont obtenus par simple analyse modale de chaque type de secteur en configuration de symétrie cyclique. La base de projection est ainsi composée d'une réunion des modes cycliques des différents types de secteurs qui composent la roue. De plus, elle est construite de telle sorte qu'au niveau de la structure complète, les matrices des différents secteurs sont projetées sur leurs propres modes cycliques lors du passage au problème généralisé. Des contraintes linéaires permettent d'imposer la continuité des modes aux interfaces entre secteurs. On peut ainsi écrire l'équation de changement de variable suivante :

$$\underline{u}(\omega) = [\Psi]\underline{q}(\omega), \quad (4)$$

où

$\underline{q} = [q_0, \dots, q_{N-1}]^T$ est le vecteur des coordonnées généralisées. Ce changement de variable permet d'écrire le problème généralisé suivant

$$[\underline{E}_{red}(\omega)]\underline{q}(\omega) = [\Psi]^T \underline{f}_{exc}(\omega) + [\Psi]^T \underline{f}_{aero}(\omega, [\Psi]\underline{q}(\omega)), \quad (5)$$

où l'opérateur dynamique réduit, de dimension (α^*, α^*) est défini par

$$[\underline{E}_{red}(\omega)] = [\Psi]^T [\underline{E}(\omega)] [\Psi], \quad (6)$$

$$[\underline{E}_{red}(\omega)]_{\beta, \alpha} = \sum_{p=0}^{N-1} (\psi_{\beta}^{\Omega_p})^T [\underline{E}(\omega)]^{pp} (\psi_{\alpha}^{\Omega_p}), \quad (7)$$

et les forces aérodynamiques généralisées sont définies par

$$\underline{g}_{exc}(\omega) = [\Psi]^T \underline{f}_{exc}(\omega), \quad \underline{g}_{aero}(\omega, \underline{q}(\omega)) = [\Psi]^T \underline{f}_{aero}(\omega, [\Psi]\underline{q}(\omega)), \quad (8)$$

α et β sont définis de telle sorte que $\alpha \in [1, \alpha^*]$ et $\beta \in [1, \alpha^*]$.

3 MODEL PROBABILISTE NON PARAMÉTRIQUE DE MODÉLISATION DU DÉSACCORDAGE INVOLONTAIRE

La construction du modèle probabiliste non paramétrique se fait sur la base du modèle réduit déterministe, par substitution des matrices réduites de l'équation de la dynamique par des matrices aléatoires. Cela permet alors d'obtenir, puis de résoudre une équation aléatoire du système dynamique incertain. Nous allons brièvement retracer dans ce qui suit, les grandes lignes de la construction de ce modèle probabiliste. Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à se référer à [15, 3, 13].

Le modèle probabiliste est construit de telle sorte que:

- C1: chaque matrice réduite déterministe (de masse, dissipation ou rigidité) est égale à la moyenne des matrice aléatoires correspondantes.
- C2: la signature de chaque matrice déterministe est conservée par la matrice aléatoire correspondante. Ce qui signifie qu'une matrice aléatoire doit être définie positive si la matrice déterministe correspondante est définie positive.
- C3: La solution de l'équation de la dynamique aléatoire doit être du second ordre.

Le modèle probabiliste est alors obtenu à partir de ces contraintes en utilisant le principe du maximum d'entropie.

Ainsi, si les matrices $[\mathbf{M}_{red}^p]$, $[\mathbf{D}_{red}^p]$ et $[\mathbf{K}_{red}^p]$ sont des matrices aléatoires indépendantes correspondant aux matrices aléatoires réduites de masse, de dissipation et de rigidité pour le secteur p , et $[\mathbf{A}_{red}(\omega)]$ la matrice complexe aléatoire des forces aérodynamiques généralisées, la contrainte C1 entraîne:

$$\mathcal{E}\{[\mathbf{M}_{red}^p]\} = [\underline{\mathbf{M}}_{red}^p], \quad \mathcal{E}\{[\mathbf{D}_{red}^p]\} = [\underline{\mathbf{D}}_{red}^p], \quad \mathcal{E}\{[\mathbf{K}_{red}^p]\} = [\underline{\mathbf{K}}_{red}^p], \quad \mathcal{E}\{[\mathbf{A}_{red}]\} = [\underline{\mathbf{A}}_{red}], \quad (9)$$

où $\mathcal{E}\{.\}$ désigne l'espérance mathématique.

La factorisation Choleski des matrices réduites symétriques définies positives de masse, dissipation et rigidité s'écrit:

$$[\underline{\mathbf{M}}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_M^p]^T [\underline{\mathbf{L}}_M^p], \quad [\underline{\mathbf{D}}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_D^p]^T [\underline{\mathbf{L}}_D^p], \quad [\underline{\mathbf{K}}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_K^p]^T [\underline{\mathbf{L}}_K^p]. \quad (10)$$

Cette factorisation permet de construire à l'aide de matrices aléatoires germes, des matrices réduites réelles aléatoires qui s'écrivent:

$$[\mathbf{M}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_M^p]^T [\mathbf{G}_M^p] [\underline{\mathbf{L}}_M^p], \quad [\mathbf{D}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_D^p]^T [\mathbf{G}_D^p] [\underline{\mathbf{L}}_D^p], \quad [\mathbf{K}_{red}^p] = [\underline{\mathbf{L}}_K^p]^T [\mathbf{G}_K^p] [\underline{\mathbf{L}}_K^p], \quad (11)$$

où $[\mathbf{G}_M^p]$, $[\mathbf{G}_D^p]$ et $[\mathbf{G}_K^p]$ sont des matrices réelles aléatoires dont la valeur moyenne est la matrice unité.

La matrice des forces aérodynamiques généralisées n'étant pas définie positive, n'admet pas de factorisation Choleski. Sa factorisation est alors effectuée en utilisant la décomposition définie dans [16]. Cette matrice s'écrit alors:

$$[\underline{\mathbf{A}}_{red}(\omega)] = [\underline{\mathbf{U}}(\omega)] [\underline{\mathbf{T}}(\omega)], \quad (12)$$

où $[\underline{\mathbf{U}}(\omega)]$ est une matrice complexe unitaire et $[\underline{\mathbf{T}}(\omega)]$ est une matrice complexe définie positive qui admet une factorisation de Choleski.

Le modèle probabiliste de la matrice des forces aérodynamiques généralisées s'écrit alors:

$$[\mathbf{A}_{red}(\omega)] = [\underline{\mathbf{U}}(\omega)] [\underline{\mathbf{L}}_T(\omega)]^T [\mathbf{G}_A] [\underline{\mathbf{L}}_T(\omega)], \quad (13)$$

où $[\mathbf{G}_A]$ est une matrice réelle aléatoire dont la valeur moyenne est la matrice unité.

Les contraintes C2 et C3 font que les matrices aléatoires $[\mathbf{G}_M^p]$, $[\mathbf{G}_D^p]$, $[\mathbf{G}_K^p]$ et $[\mathbf{G}_A]$ sont réelles, définies positives et vérifient:

$$\mathcal{E}\{[|\mathbf{G}_M^p|^{-1}|_F^2]\} < +\infty, \quad \mathcal{E}\{[|\mathbf{G}_D^p|^{-1}|_F^2]\} < +\infty, \quad \mathcal{E}\{[|\mathbf{G}_K^p|^{-1}|_F^2]\} < +\infty, \quad \mathcal{E}\{[|\mathbf{G}_A|^{-1}|_F^2]\} < +\infty, \quad (14)$$

où $[[.]]_F = (tr([.][.]^T))^{\frac{1}{2}}$. Les dispersions de ces 4 matrices aléatoires peuvent être contrôlées par les paramètres réels $\delta_M^p, \delta_D^p, \delta_K^p, \delta_A$ définis par:

$$\delta_F = \left\{ \frac{\mathcal{E}\{[[\mathbf{G}_F] - [\underline{\mathbf{G}}_F]]^2\}}{[\underline{\mathbf{G}}_F]} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{avec } F = \{\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K}, \mathbf{A}\}. \quad (15)$$

Les équations (11) et (13), permettent de voir que ces paramètres permettent de contrôler le niveau de dispersion des matrices aléatoires $[\mathbf{M}_{red}^p], [\mathbf{D}_{red}^p], [\mathbf{K}_{red}^p]$ et $[\mathbf{A}_{red}]$.

La représentation algébrique suivante de la matrice aléatoire $[\mathbf{G}]$ permet de construire des réalisations indépendantes qui sont utiles dans le cadre de la procédure de simulation numérique de Monte Carlo. Dans cette représentation, la matrice $[\mathbf{G}]$ s'écrit

$$[\mathbf{G}] = [L_G]^T [L_G] \quad , \quad (16)$$

où $[L_G]$ est la matrice aléatoire à valeurs dans l'espace des matrices réelles triangulaires supérieures de taille $n \times n$ correspondant à la factorisation de Choleski.

Les variables aléatoires $\{[L_G]_{jj'}, j \leq j'\}$ sont indépendantes dans leur ensemble.

Ces variables sont telles que

- Pour $j < j'$, la variable aléatoire $[L_G]_{jj'}$ à valeur réelle s'écrit

$$[L_G]_{jj'} = \delta(n+1)^{-1/2} U_{jj'} \quad , \quad (17)$$

où $U_{jj'}$ est une variable Gaussienne à valeur réelle centrée et de variance unité.

- Pour $j = j'$, la variable aléatoire $[L_G]_{jj}$ à valeur réelle positive s'écrit

$$[L_G]_{jj} = \delta(n+1)^{-1/2} \sqrt{2V_j} \quad , \quad (18)$$

où V_j est une variable aléatoire Gamma à valeur positive dont la fonction de densité de probabilité $p_{V_j}(v)$ par rapport à la mesure de Lebesgue dv sur \mathbb{R} s'écrit

$$p_{V_j}(v) = \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(v) \frac{1}{\Gamma(\alpha_j)} v^{(\alpha_j)-1} e^{-v} \quad , \quad \alpha_j = \frac{n+1}{2\delta^2} + \frac{1-j}{2} \quad . \quad (19)$$

4 MÉTHODE D'OPTIMISATION DE LA RÉPARTITION DES AUBES GÉOMÉTRIQUEMENT MODIFIÉES DANS LE CADRE DU DÉSACCORDAGE INTENTIONNEL

Les différentes géométries d'aubes obtenues par modification locale d'épaisseur doivent être réparties sur la roue. Différents types de motifs de répartition ont été testés par les chercheurs dans le passé. On peut notamment citer le désaccordage par alternance de deux aubes de fréquences différentes (Griffin et Hoosac [17]), le désaccordage périodique (Imregun et Ewins [18], Rzadkowski [19]), et le désaccordage harmonique (Castanier *et al.* [6], Castanier et Pierre [7], Kenyon et Griffin [20]). Le but de tous ces motifs de désaccordage est d'avoir une répartition des différents types d'aubes sur la roue optimisant son comportement aéromécanique. De manière générale, la pratique conseillée dans la littérature de répartition de différentes aubes sur une roue dans le cadre du désaccordage intentionnel est une répartition suivant des motifs répétitifs. Cela permet notamment de réduire de manière conséquente le nombre de répartitions à tester, car le nombre de répartitions possibles d'aubes différents sur une roue est généralement très grand (cf. tableau 1). Ce nombre de répartitions différentes peut d'ailleurs être approximé par $2^N/N$ lorsque N est grand comme on peut l'observer sur ce tableau.

Récemment, une nouvelle méthode permettant d'utiliser la physique du comportement dynamique des roues aubagées pour réduire les possibilités de répartition favorable a été introduite par (Han et Mignolet [23]) pour le cas de répartitions de deux types d'aubes sur une roue aubagée à N aubes. Nous allons utiliser cette méthode pour réduire le nombre de configurations de répartition à tester.

Nombre "N" d'aubes de la roue	Nombre de répartitions différentes
2	3
3	4
4	6
5	8
6	14
7	20
8	36
9	60
10	108
12	352
15	2192
20	52488
25	13422184

Table 1: Nombre de configurations de répartition de 2 types d'aubes différents sur une roue aubagée désaccordée à N aubes.

4.1 Principe de réduction des possibilités de répartition

Le principe de cette méthode est basé sur l'observation du comportement dynamique des roues aubagées. En effet, il a été constaté qu'en présence de couplage fort, les réponses vibratoires entre les aubes tendent à être globales au niveau de la roue, alors qu'en présence de couplage faible, ces interactions tendent à se localiser sur quelques aubes voisines. Ainsi, dans le cas d'une roue aubagée dont les aubes sont faiblement couplées par le disque, la disposition de plusieurs aubes consécutives du même type aura sur l'aube centrale du groupement un effet similaire à une disposition en configuration quasi-cyclique. Cela se traduit notamment par une forte sensibilité de la roue désaccordée intentionnellement aux faibles niveaux de désaccordage involontaire. Ainsi, pour améliorer le comportement dynamique de la roue, il faudrait avoir une répartition des différents types d'aubes présentant beaucoup d'alternances afin de limiter les échanges d'énergie vibratoire entre les aubes et donc d'atténuer le phénomène de localisation des réponses vibratoires. Dans le cas d'une roue aubagée dont les aubes sont fortement couplées par le disque, le raisonnement inverse est de mise.

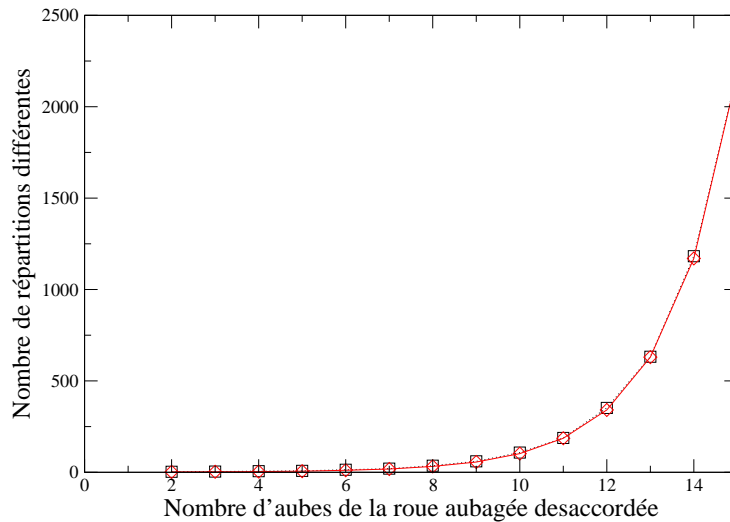


Figure 1: Evolution du nombre de configurations différentes de répartition de 2 types d'aubes sur une roue aubagée à N aubes en fonction du nombre N d'aubes de la roue aubagée.

Supposons que l'on ait deux types d'aubes (A et B) à utiliser pour réaliser une roue aubagée à N aubes. L'évolution du nombre de configurations différentes de répartitions de ces deux types d'aubes sur la roue en fonction du nombre d'aubes de la roue a l'allure d'une courbe exponentielle (cf. figure 1).

En suivant la logique précédente du comportement dynamique d'une roue aubagée en fonction de son niveau de couplage inter-aubes, la réduction du nombre de répartitions consiste à considérer que pour les deux types d'aubes A et B, si la répartition optimale présente peu d'alternances d'aubes différentes, elle pourra être reconstruite par une répartition de motifs de la forme AA ou BB. Si par contre la répartition optimale présente beaucoup d'alternances d'aubes différentes, elle pourra être reconstruite par une répartition de motifs de la forme AB ou BA. Dans les deux cas de figure, l'idée est de considérer des répartitions de deux groupements de deux aubes. Par conséquent, le nombre de possibilités de répartition est réduit. A titre d'illustration, pour une roue aubagée ayant 20 aubes, il existe 52488 répartitions différentes de deux types d'aubes, alors qu'en utilisant la méthode de réduction des possibilités de répartitions, tout se passe comme si on se ramenait à une roue aubagée à 10 aubes et seuls 2 fois 108 répartitions différentes seraient à tester. Cela représente un rapport de réduction de 243, et donc un gain en temps de calcul considérable. Dans la suite, nous retenons donc cette méthode de réduction des possibilités de répartition.

4.2 Validation de la méthode de réduction des possibilités de répartition

Nous présentons dans cette partie un test de validation de cette méthode sur une roue aubagée industrielle. L'idée ici est de comparer la meilleure configuration de répartition de deux types d'aubes en testant toutes les possibilités et en utilisant la méthode de réduction du nombre de configurations de répartition, dans le cadre du désaccordage intentionnel en vue de la réduction de la réponse forcée en présence de désaccordage involontaire. L'étude paramétrique du désaccordage involontaire est limitée aux seules incertitudes induites sur la matrice de raideur et donc au seul paramètre de dispersion δ_K .

4.2.1 Présentation du cas test de validation

La roue aubagée considérée (voir figure 2), dont le spectre est donné sur la figure (3) est une roue à 12 aubes pour avoir un nombre acceptable de configurations à tester.

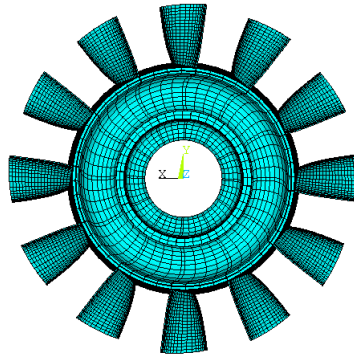


Figure 2: Roue aubagée à 12 aubes.

Ainsi, le nombre de répartitions différentes de deux types d'aubes est de 352 lorsqu'on considère une répartition d'une aube de type A et d'une aube de type B. Par contre, lorsqu'on considère une répartition des groupements d'aubes AA et BB ou AB et BA, le nombre de répartitions différentes est de 2 fois 14 = 28.

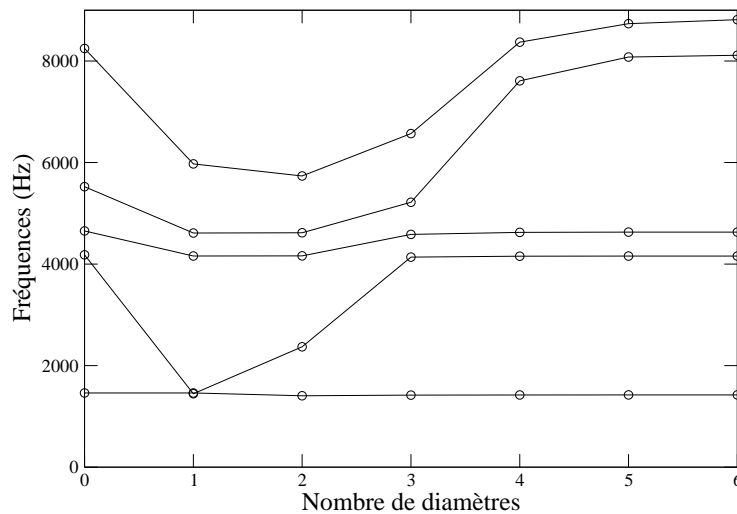


Figure 3: Spectre de la roue accordée : représentation des fréquences propres en fonction du nombre de diamètres des modes.

Pour l'étude de la réponse forcée, une excitation cyclique d'ordre 4 est appliquée sur la bande fréquentielle d'analyse $\mathbb{B}_f = [4400, 4750]$ Hz. La même excitation est appliquée en configuration accordée ou désaccordée. Pour avoir une grandeur indépendante du niveau d'excitation, on introduit le facteur d'amplification dynamique qui est une grandeur adimensionnelle qui représente le rapport entre l'amplitude maximale de la réponse forcée de la roue aubagée désaccordée et l'amplitude maximale de la réponse forcée de la roue aubagée accordée.

L'amortissement structural est introduit par l'intermédiaire d'un taux fixé ici à 0.3%. Pour le modèle réduit, la base de projection utilisée est constituée des modes dont les fréquences sont contenues dans la bande $[0, 8200]$ Hz pour le secteur nominal de la roue aubagée.

4.2.2 Application de la méthode de réduction des possibilités de répartition

Cette application est faite en réponse forcée. Dans un premier temps, on considère la roue sans désaccordage intentionnel mais avec désaccordage involontaire. Le niveau de désaccordage involontaire est défini par le paramètre de dispersion δ_K des aubes. On a alors calculé la réponse forcée pour différentes valeurs du paramètre de dispersion et on a obtenu la valeur $\delta_K^* = 0.07$ de δ_K pour laquelle le facteur aléatoire d'amplification dynamique est maximal avec une confiance de 99%. Dans un deuxième temps, on calcule les différentes configurations des roues désaccordées intentionnellement en présence du désaccordage involontaire correspondant à la valeur δ_K^* du paramètre de dispersion.

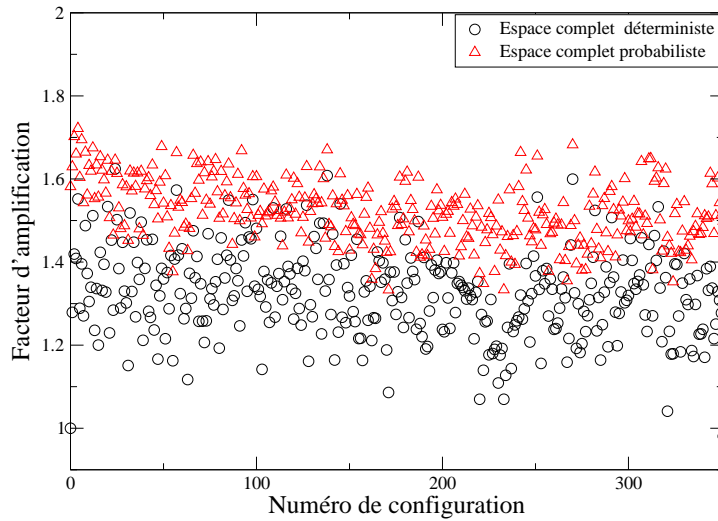


Figure 4: Niveaux du facteur d'amplification dynamique des différentes configurations de la roue désaccordée intentionnellement en présence de désaccordage involontaire (espace complet probabiliste) ou sans désaccordage involontaire (espace complet déterministe) pour toutes les possibilités (pas de réduction du nombre de configurations) de répartition (352 configurations).

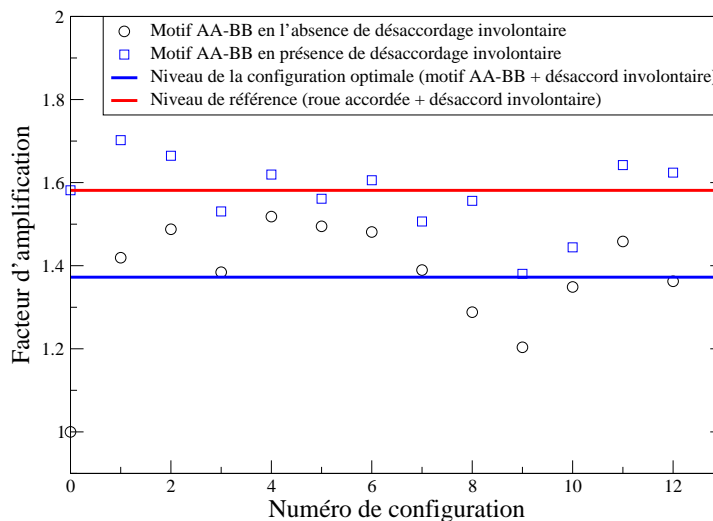


Figure 5: Niveaux du facteur aléatoire d'amplification dynamique des différentes configurations du sous-ensemble des 14 configurations réduites AA-BB.

La figure 4 montre les niveaux du facteur aléatoire d'amplification dynamique de la réponse forcée obtenus pour les 352 répartitions différentes possibles des deux types d'aubes A et B (espace complet) dans un cadre déterministe (absence de désaccordage involontaire) et probabiliste (présence de désaccordage involontaire). On y voit notamment que le facteur d'amplification de la réponse forcée de la roue aubagée est toujours plus élevé en présence de désaccordage involontaire quelque soit le désaccordage intentionnel.

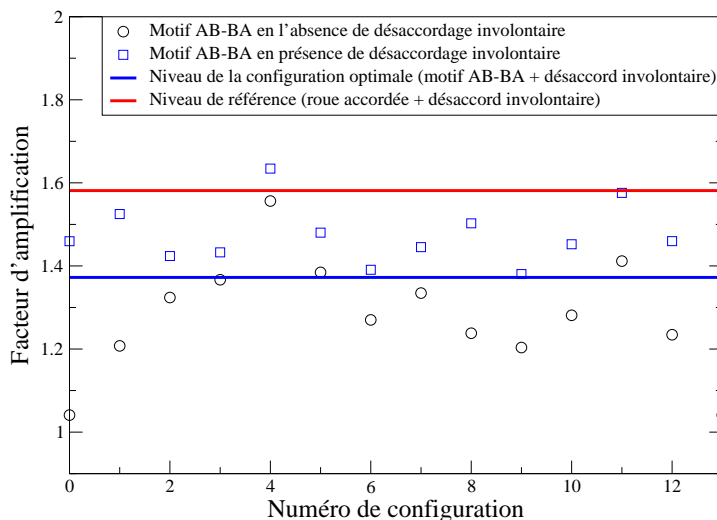


Figure 6: Niveaux du facteur aléatoire d'amplification dynamique des différentes configurations du sous-ensemble des 14 configurations réduites AB-BA.

Les figures 5 et 6 montrent les niveaux du facteur aléatoire d'amplification dynamique de la réponse forcée obtenus avec les motifs AA-BB et AB-BA (pour le sous ensemble de configurations réduites) dans un cadre déterministe (sans désaccordage involontaire) et probabiliste (avec désaccordage involontaires). Il en ressort que les configurations avec les motifs de répartition AB-BA ont globalement des niveaux d'amplification dynamique légèrement inférieurs à ceux obtenus pour les configurations avec les motifs AA-BB. La configuration optimale trouvée dans les deux cas de figure est la même. Il s'agit de la configuration de répartition suivante : AABBAABBAABB. Les figures 5, 6, et 7 montrent qu'il existe des configurations de désaccordage intentionnel qui sont plus sévères qu'une roue sans désaccordage intentionnel, à cause de la présence du désaccordage involontaire. Fort heureusement, il existe des configurations de désaccordage intentionnel qui sont moins sévères qu'une roue sans désaccordage intentionnel, en présence de désaccordage involontaire. Toutefois, la configuration optimale du désaccordage intentionnel en présence de désaccordage involontaire donne un facteur aléatoire d'amplification dynamique qui reste supérieur à celui de la roue désaccordée intentionnellement sans désaccordage involontaire. On voit donc ici le rôle essentiel du désaccordage involontaire dans le cadre de l'optimisation des configurations en désaccordage intentionnel. Les différents résultats obtenus valident la méthode de réduction du nombre de configurations de désaccordage intentionnel. Nous compléterons cette validation dans la suite.

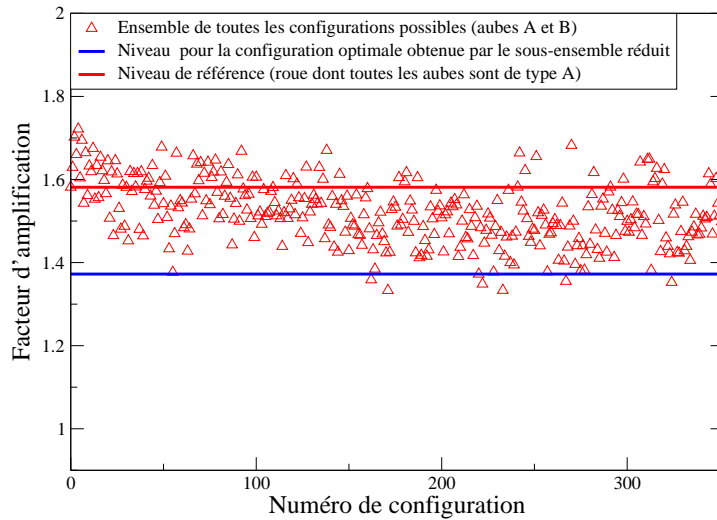


Figure 7: Niveaux du facteur aléatoire d'amplification dynamique des différentes configurations de l'ensemble des 352 configurations, comparés au niveau de la configuration optimale obtenue par le sous-ensemble réduit de configurations et la roue nominale de référence.

Nous allons maintenant exposer les résultats de l'évolution du facteur d'amplification dynamique en fonction du niveau de dispersion pour la roue nominale de référence et pour les configurations optimales obtenues. Au préalable, il est nécessaire de montrer que le nombre de simulations de Monte Carlo retenu est suffisant pour que le facteur d'amplification converge.

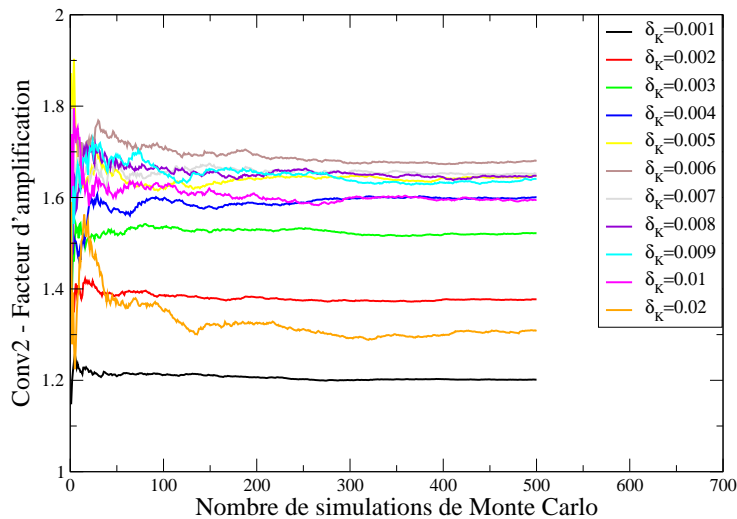


Figure 8: Convergence en moyenne d'ordre 2 du facteur aléatoire d'amplification dynamique pour la roue nominale de référence pour différentes valeurs δ_K de dispersion.

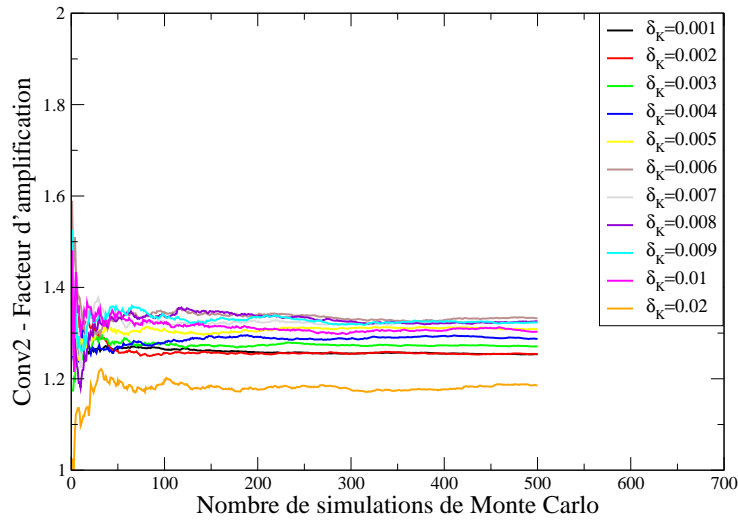


Figure 9: Convergence en moyenne d'ordre 2 du facteur aléatoire d'amplification dynamique de la roue avec désaccordage intentionnel optimal sur l'ensemble de toutes les configurations de répartition d'aubes A et B et pour différentes valeurs δ_K de dispersion.

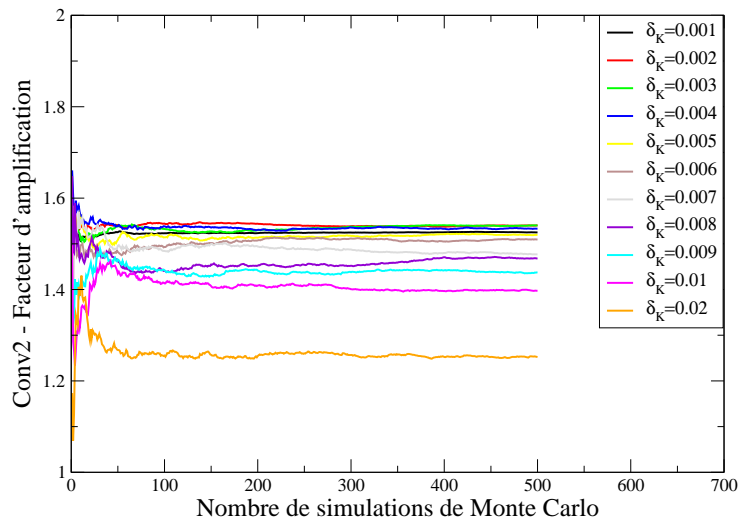


Figure 10: Convergence en moyenne d'ordre 2 du facteur aléatoire d'amplification dynamique de la roue avec désaccordage intentionnel optimal sur le sous-ensemble réduit des configurations d'aubes AB et BA et pour différentes valeurs δ_K de dispersion.

Les courbes de convergence du facteur aléatoire d'amplification dynamique sont données, en présence de désaccordage involontaire contrôlé par le paramètre de dispersion δ_K , sur la figure 8 pour la roue nominale de référence, sur la figure 9 pour la roue avec désaccordage intentionnel optimal sur l'ensemble de toutes les configurations de répartition d'aubes A et B, et sur la figure 10 pour la roue avec désaccordage intentionnel optimal sur le sous-ensemble réduit des configurations d'aubes AB et BA. Ces courbes montrent que 500 réalisations pour le solveur stochastique de Monte Carlo donnent une bonne convergence pour tous les cas de calcul considérés. Ce nombre de simulations de Monte Carlo est donc retenu pour l'étude de l'évolution du facteur aléatoire d'amplification dynamique en fonction du niveau de dispersion.

Les figures 11 et 12 montrent une comparaison des évolutions du facteur aléatoire d'amplification dynamique en fonction du niveau de désaccordage involontaire défini par le paramètre δ_K (1) pour la roue aubagée dont toutes les aubes sont de types A, (2) pour la configuration optimale de répartition des aubes A et B calculée sur l'ensemble de toutes les configurations et (3) pour la configuration optimale de répartition des groupements d'aubes AB et BA calculée sur le sous-ensemble réduit des configurations. Les graphes montrent le coefficient d'amplification pour une confiance de 95% pour la figure 11 et pour une confiance de 99 % pour la figure 12.

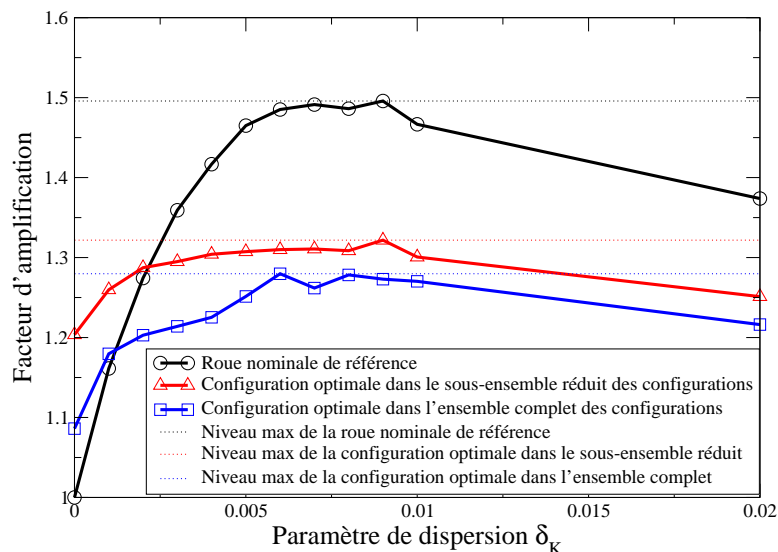


Figure 11: Comparaison de la sensibilité à la dispersion incluant le désaccordage involontaire de la roue nominale de référence (cercles), de l'optimum de le sous-espace réduit (triangles) et de l'optimum de l'espace complet (carrés) proba 95%.

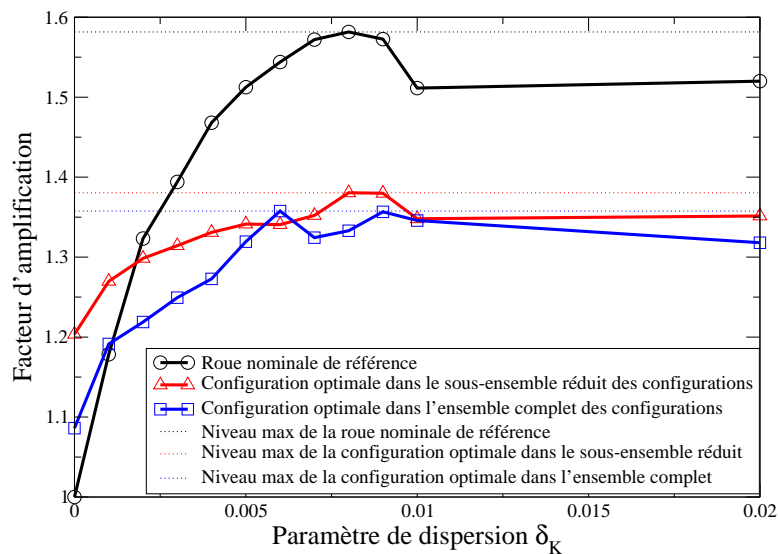


Figure 12: Comparaison de la sensibilité à la dispersion incluant le désaccordage involontaire de la roue nominale de référence (cercles), de l'optimum de le sous-espace réduit (triangles) et de l'optimum de l'espace complet (carrés) proba 99%.

Sur ces graphes, on voit que le niveau maximum d'amplification dynamique observé pour la roue aubagée avec désaccordage intentionnel optimal trouvé sur le sous-ensemble réduit des configurations de répartition (1.32 pour une confiance de 95% et 1.38 pour une confiance de 99%) est très proche de celui de la roue aubagée avec désaccordage intentionnel optimal trouvé sur l'ensemble de toutes les configurations de répartition (1.28 pour une confiance de 95% et 1.36 pour une confiance de 99%).

Ces résultats confirment le fait que l'utilisation de la méthode de réduction du nombre de configurations à analyser donne une approximation tout à fait acceptable et permet en très peu de configurations testées de trouver une configuration robuste dont le comportement dynamique est très favorable.

5 CONCLUSION

Nous avons effectué des investigations sur une manière d'optimiser le désaccordage intentionnel des roues aubagées afin de réduire leurs niveaux de réponse forcée. Nous avons alors fait le choix de construire différents types d'aubes et de les répartir sur la roue. Les différents types d'aubes sont obtenus par des modifications locales d'épaisseur. Le désaccordage involontaire est modélisé par une méthode probabiliste non paramétrique.

Ensuite, nous avons analysé deux possibilités de répartition des types d'aubes :

- réaliser une optimisation sur toutes les possibilités de répartition;
- réaliser une optimisation sur un sous-ensemble réduit de configurations de répartitions judicieusement choisies.

Face à la lourdeur de l'optimisation de toutes les répartitions possibles pour les roues à grand nombre d'aubes, nous avons choisi une optimisation de la répartition de deux types d'aubes sur la roue aubagée, dans un sous-ensemble réduit de répartition qui permet d'obtenir des configurations optimales de roues aubagées à des coûts de calculs très faibles.

REFERENCES

- [1] Whitehead, D., 1966. "Effects of Mistuning on the Vibration of Turbomachine Blades Induced by Wakes". *Journal of Mechanical Engineering Science*, **8**(1), pp. 15–21.
- [2] Dye, R., and Henry, T., 1969. "Vibration Amplitudes of Compressor Blades Resulting from Scatter in Blade Natural Frequencies". *ASME Journal of Engineering for Power*, **91**(3), pp. 182–187.
- [3] Capiez-Lernout, E., and Soize, C., 2004. "Nonparametric Modeling of Random Uncertainties for Dynamic Response of Mistuned Bladed-disks". *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **126**(3), pp. 610–618.
- [4] Ewins, D., 1969. "The Effects of Detuning upon the Forced Vibrations of Bladed Disks". *Journal of Sound and Vibration*, **9**(1), pp. 65–69.
- [5] Choi, B.-K., Lentz, J., Rivas-Guerra, A., and Mignolet, M., 2003. "Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Reduction of the Forced Response Effects of Unintentional Mistuning: Formulation and Assessment". *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **125**, pp. 131–140.
- [6] Castanier, M., Ottarson, G., , and Pierre, C., 1997. "Reduced Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks". *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, **119**(3), pp. 439–447.
- [7] Castanier, M., and Pierre, C., 2002. "Using Intentional Mistuning in the Design of Turbomachinery rotors". *AIAA Journal*, **40**(10), pp. 2077–2086.
- [8] Mignolet, M., Hu, W., and Jadic, I., 2000. "On the Forced Response of Harmonically and Partially Mistuned Bladed Disks. part 1: Harmonic Mistuning, part 2: Partial Mistuning and Applications". *International Journal of Rotating Machinery*, **6**(1), pp. 29–56.

- [9] Yang, M.-T., and Griffin, J., 2001. "A Reduced-Order Model of Mistuning using a Subset of Nominal System Modes". *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **123**(3), pp. 893–900.
- [10] Feiner, D., and Griffin, J., 2002. "A fundamental model of mistuning for a single family of modes". *Journal of Turbomachinery*, **124**, pp. 597–605.
- [11] Feiner, D., and Griffin, J., 2002. "Mistuning identification of bladed disks using fundamental mistuning model. part 1: Theory, part 2: Application". *Journal of Turbomachinery*, **126**, pp. 150–165.
- [12] Lim, S.-H., Castanier, M., and Pierre, C., 2004. "Vibration modeling of bladed disks subject to geometric mistuning and design changes". In Proceedings of the 45-th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, paper 2004-1686, Palm Springs, California, USA.
- [13] Mbaye, M., Soize, C., Ousty, J.-P., and Capiez-Lernout, E., 2009. "A reduced-order model of mistuned cyclic dynamical systems with blades geometric modifications using a basis of cyclic modes". *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Accepted for publication.
- [14] Ohayon, R., Sampaio, R., and Soize, C., 1997. "Dynamic Substructuring of Damped Structures using the Singular Value Decomposition". *ASME Journal of Applied Mechanics*, **64**(2), pp. 292–298.
- [15] Soize, C., 2001. "Maximum Entropy Approach for Modeling Random Uncertainties in Transient Elastodynamics". *Journal of the Acoustical Society of America*, **109**(5), pp. 1979–1996.
- [16] Soize, C., 2005. "Random Matrix Theory for Modeling Uncertainties in Computational Mechanics". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **194**, pp. 1333–1366.
- [17] Griffin, J. H., and Hoosac, T. M., 1984. "Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning". *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, **106**, pp. 204–210.
- [18] Imregun, M., and Ewins, D. J., 1984. "Aeroelastic vibration analysis of tuned and mistuned bladed systems". In Proceedings of the Second Symposium on Unsteady Aerodynamics of Turbomachines and Propellers, Cambridge, UK.
- [19] Rzadkowski, R., 1993. "The general model of free vibrations of mistuned bladed discs, part 1: Theory, part 2: Numerical results". *Journal of Sound and Vibration*, **173**(3), pp. 377–393.
- [20] Kenyon, J. A., and Griffin, J. H., 2001. "Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning". In Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2001, 2001-GT-0274.
- [21] Jones, W. J., and Cross, C. J., 2002. "Reducing mistuned bladed disk forced response below tuned resonant amplitudes". In Seventh National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Palm Beach, FL, USA.
- [22] Capiez-Lernout, E., Soize, C., Lombard, J.-P., Dupont, C., and Seinturier, E., 2005. "Blade Manufacturing Tolerances Definition for a Mistuned Industrial Bladed Disk". *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **127**(2), pp. 621–628.
- [23] Han, Y., and Mignolet, M. P., 2008. "Optimization of intentional mistuning patterns for the mitigation of the effects of random mistuning". In Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2008, GT-2008-51439.