

Identification of the orthotropic elastic properties by coupled "experimental results - numerical simulation": application to base of PET bottles under pressure
Identification des propriétés élastiques orthotropes par couplage " expérimentation - simulation numérique " : application aux fonds de bouteilles soufflées en PET

Yun Mei Luo, Luc Chevalier, E. Monteiro

► **To cite this version:**

Yun Mei Luo, Luc Chevalier, E. Monteiro. Identification of the orthotropic elastic properties by coupled "experimental results - numerical simulation": application to base of PET bottles under pressure Identification des propriétés élastiques orthotropes par couplage " expérimentation - simulation numérique " : application aux fonds de bouteilles soufflées en PET. Matériaux & Techniques, EDP Sciences, 2011, 99 (4), pp.437-448. 10.1051/mattech/2011044 . hal-00773167

HAL Id: hal-00773167

<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-00773167>

Submitted on 21 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Identification des propriétés élastiques orthotropes par couplage
« expérimentation - simulation numérique » : application aux fonds
de bouteilles soufflées en PET**

**Identification of the Orthotropic Elastic Properties by Coupled
« Experimental Results - Numerical Simulation »: Application to
Base of PET Bottles Under Pressure**

Yun Mei Luo*, Doctorante

Université Paris-Est, Laboratoire MSME FRE 3160 CNRS

5 boulevard Descartes - Champs sur Marne

77454, MARNE LA VALLEE Cedex 2, France

E-mail : yunmei.luo@univ-paris-est.fr

Numéro de téléphone : +33(0)160957796

Télécopie : +33(0)160957799

Luc Chevalier, Professeur

E-mail : Luc.Chevalier@univ-paris-est.fr

Numéro de téléphone : +33(0)160957785

Télécopie : +33(0)160957799

Eric Monteiro, ATER

E-mail : eric.monteiro@univ-paris-est.fr

Numéro de téléphone : +33(0)160957197

Télécopie : +33(0)160957799

* Auteur correspondant

Résumé

La validation, par la simulation numérique, des bouteilles en polyéthylène téréphtalate (PET) soufflées est un enjeu industriel important qui nécessite d'identifier les caractéristiques du matériau PET. Dues à des elongations bi axiales importantes lors du soufflage, on observe des propriétés mécaniques très différentes sur les bouteilles par rapport à celles des préformes, ce qui rend difficile la mise en œuvre d'une simulation par éléments finis d'une bouteille sous pression interne tant que ses propriétés mécaniques ne sont pas connues précisément. L'objectif de notre travail est d'identifier les propriétés orthotropes du fond pétaloïde de la bouteille. La méthode de stéréo corrélation est utilisée afin de reconstruire la surface 3D du fond. En comparant la surface 3D initiale à celle sous pression, on peut déterminer les déformations membranaires. Ces résultats, couplés à la simulation numérique par éléments finis donnant le champ de contraintes, permet d'identifier les propriétés élastiques. Deux fonds, l'un constitué de vallées larges (VL) entre chaque pied et l'autre de vallées étroites (VE) présentent des comportements très différents lorsqu'ils sont soumis à une pression interne. Le cas VL présente un mode de déformation non linéaire qui est discuté dans la dernière section.

Mots-clés :

Stereo corrélation, champ de déformation, bouteille en polyéthylène téréphtalate, base pétaloïdale, identification par couplage expérimentation-simulation

Abstract

Validation of stretched blown bottles of polyethylene terephthalate (PET) by using numerical simulation is an important industrial goal. This necessitates the identification of the PET material characteristics. Because the biaxial elongation of macromolecules induces great modifications of the mechanical properties of the material, it is difficult to manage an accurate simulation: properties are not well known in the base or neck region of the bottles. The aim of the work presented here is to provide an identification tool for the orthotropic elastic properties in the 3D regions of PET bottles of soda waters. A stereo correlation tool has been developed in order to build digital 3D surface. By comparing the initial surface with the same surface when the bottle is under pressure, it is possible to evaluate the membrane strains at each point of the petaloid surface. Coupled with a finite element simulation managed on the same bases, these results allow the identification of the induced mechanical properties. Two bases, one with large valleys (VL) between the five feet and one with small valleys (VS) which highlight very different behavior when bottles are submitted to internal pressure. The deformation of the VL base presents non-linearities that are discussed in the last section of the paper.

Keywords

Stereo correlation, strain field measurement, polyethylene terephthalate bottles, petaloid base, identification by coupled experimental-calculation

1. Introduction

Le polyéthylène téréphtalate (PET) est un polymère thermoplastique aromatique semi-cristallin de la famille des polyesters saturés. Le PET amorphe obtenu par injection en moule froid peut cristalliser au dessus de T_g sous l'effet d'une déformation alors que sans déformation la cristallisation serait bien plus longue (plusieurs heures). Différents états de déformation induisent la cristallisation, notamment le cisaillement simple ^[1, 2], la traction uni-axiale ou la traction bi-axiale ^[3-5]. La cristallisation induite par la déformation va engendrer une forte orientation cristalline et donc des anisotropies mécaniques. De nombreux travaux ^[6-9] ont porté sur la caractérisation de la cristallisation induite pour chaque type d'étirage : à force constante, à vitesse constante et à vitesse de déformation constante. Ces travaux se sont principalement attachés à la description physico-chimique de la cristallisation induite et à la description cinématique de la déformation. Chaque étirage a ainsi été décrit en termes de l'orientation d'unités structurales pour chacune des phases : cristalline et amorphe.

Très récemment, les travaux de Benoît Cosson ^[10] ont apporté une modélisation globale du procédé de bi-étirage soufflage prenant en compte l'évolution de la microstructure matérielle pour prévoir le comportement élastique de la bouteille. La prédiction des modules de Young sur le contour cylindrique de la bouteille soufflée est validée par la mesure : la simulation donne des résultats précis et les modules prévus dans la région régulière de la bouteille, où le PET est fortement étiré dans les directions ortho-radiales et longitudinales, sont très près des modules expérimentaux mesurés.

Pour généraliser cette approche aux formes 3D soufflées, notre domaine d'étude se concentre sur une partie plus complexe de la bouteille : la base de pétaloïde. Le PET n'est pas autant étiré dans cette région lors du procédé et les propriétés mécaniques sont plus faibles que dans la région centrale de la bouteille. De plus, parce que les allongements sont hétérogènes dans cette région, la distribution de modules est hétérogène aussi.

Nous présentons ici, une procédure d'identification pour définir la distribution de modules élastiques dans les fonds pétaloïdes. La procédure implique une phase expérimentale où une technique de stéréo corrélation est développée pour construire le champ de déformations sur la surface 3D de la base pétaloïde. L'autre phase est numérique : il s'agit de simulations par éléments finis sur la même géométrie. La comparaison mène à la distribution des propriétés élastiques sur cette surface. Les développements sont illustrés sur deux modèles différents de fonds pétaloïdes qui présentent des comportements différents lors de la mise sous pression des bouteilles.

Sidel a développé deux fonds de bouteilles pétaloïdes qui exhibent des comportements radicalement différents. Le premier fond (VL) est conçu avec une vallée de grande largeur entre chacun des cinq pieds et les flancs de pieds sont presque parallèles. Le deuxième fond (VE) présente une petite vallée entre deux pieds et les flancs des pieds sont moins raides que ceux du fond VL (voir la figure 1).

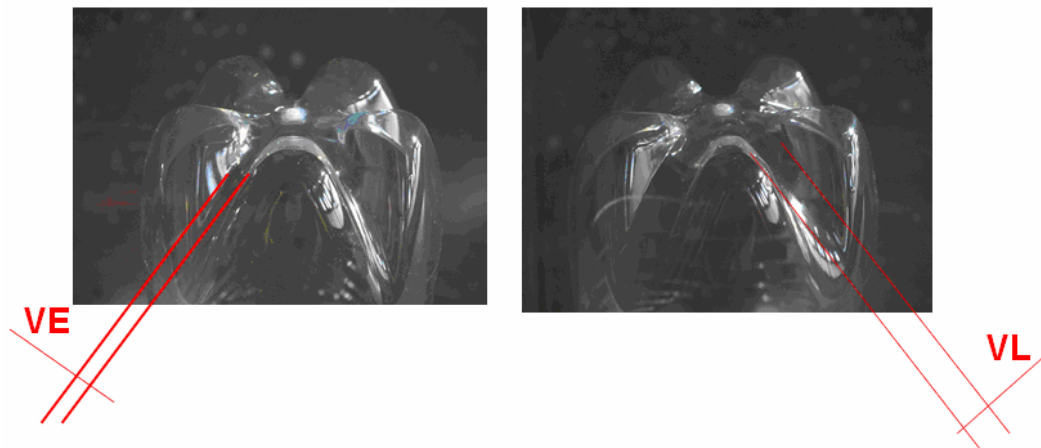


Fig. 1 Vallée étroite (VE) entre les pieds (à gauche) ou vallée large (VL) entre les pieds (à droite).

Fig. 1: Small valley (VS) between feet (left) or large valley (VL) between feet (right).

Le test Carter, Environmental Stress Cracking (ESC), valide le terme des fonds à l'une des causes les plus fréquentes de rupture fragile de polymères thermoplastiques. Dans le cadre du test ESC, on mesure la durée durant laquelle la bouteille résiste à une pression de 5,3 bar lorsque son fond est immergé dans une solution de soude à 0,2%. La bouteille doit tenir 10 minutes avant d'éclater. La rupture s'initie à partir de fissures naissant le plus souvent sur les flancs des vallées entre les pieds. La géométrie et la structure de la matière dans cette zone sont particulièrement complexes.

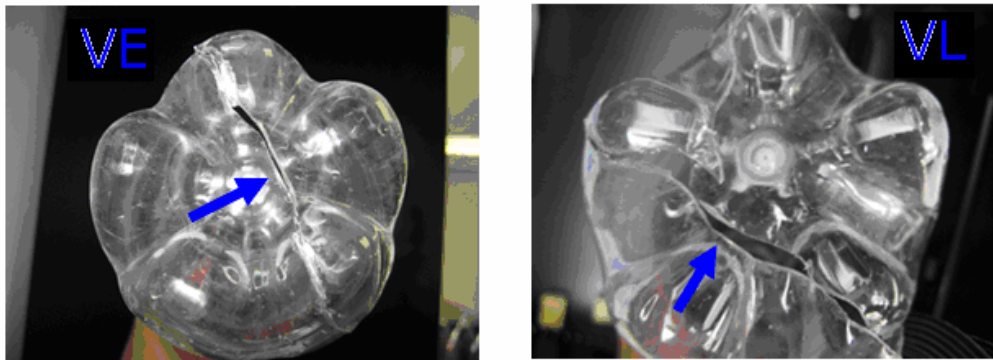
Dans le tableau 1, on peut voir que la variation standard est presque la même pour les deux conceptions du fond pétaloïde, mais la valeur moyenne de la durée du test est clairement plus basse pour la petite vallée, la plupart des bouteilles évaluées ne peuvent pas atteindre les 10 minutes et la conception n'est pas validée.

En construisant la fonction de densité de probabilité pour "la durée avant le cracking", on peut définir la région de confiance pour 95 % des tests sur chaque conception (voir la figure 2). Dans le cas VE, la région de confiance est [1,2, 47 min]. Dans le cas VL, la région de confiance est [28,5, 74,1 min] : très peu de bouteilles seront rejetées.

	VL	VE
Temps moyen	51,3	17,7 min
Ecart type	13,6	14,2 min
Temps Minimum	21,0	1,0 min
Temps Maximum	> 60,0	58,0 min

Tableau 1. Comparaison des résistances au test ESC entre les fonds VE et VL

Table 1: comparison of the resistance to ESC test between VS or VL bottles



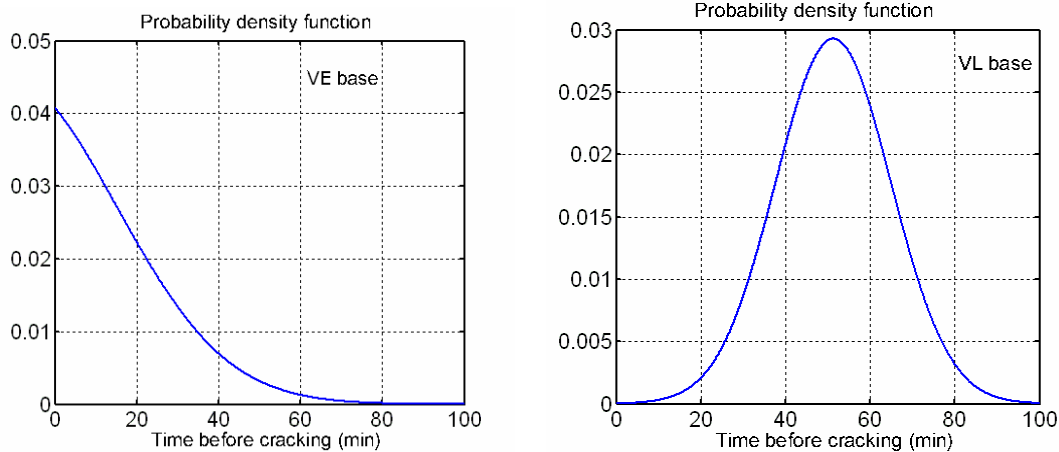


Fig. 2 Fonction de densité de probabilité pour le temps avant cracking. Le fond VL résiste beaucoup mieux que VE.

Fig. 2: Probability density function for the “time before cracking” variable. The VL base resists much better than the VS one.

Dans les sections suivantes, on cherche à expliquer l'origine d'une telle différence entre les deux bases en analysant la déformation des fonds pétaloïdes sous pression.

2. Procédure expérimentale

2.1. Méthode utilisant la stéréo corrélation

Afin de connaître les coordonnées tridimensionnelles d'une surface 3D à l'aide de deux caméras, on utilise le principe de triangulation ^[11,12]. Étant donnés deux points homologues dans les deux images stéréoscopiques, il leur correspond deux rayons optiques dans l'espace, l'intersection de ces deux rayons conduit aux coordonnées tridimensionnelles du point de la scène correspondant. On cherche la correspondance des points homologues par auto corrélation d'images à l'aide du logiciel Correli^[13] développé sous Matlab. Les calculs de corrélation sont effectués dans l'espace de

Fourier en utilisant des transformées rapides de Fourier (FFT).

Dans ce travail, on utilise la base de CorreliGD déjà présentée dans ^[14] pour développer la technique de stéréo corrélation. Compte tenu de la faible distance entre les deux caméras (200 mm) et celle, plus importante, entre le support des caméras et l'objet mesuré (supérieure à 1800 mm), le problème géométrique de triangulation peut être simplifié et réduit à une simple relation de linéarité entre les décalages des points entre les deux images et la profondeur z de la surface.

A partir de deux caméras visant la même zone sous un angle différent ($\pm\alpha$ sur la figure 3), chaque point M de coordonnées (x, y, z) dans l'espace est représenté par deux points, à savoir M_1 dans l'image 1 et M_2 dans l'image 2. Le décalage δV observé entre ces deux points est proportionnel à la cote z de M .

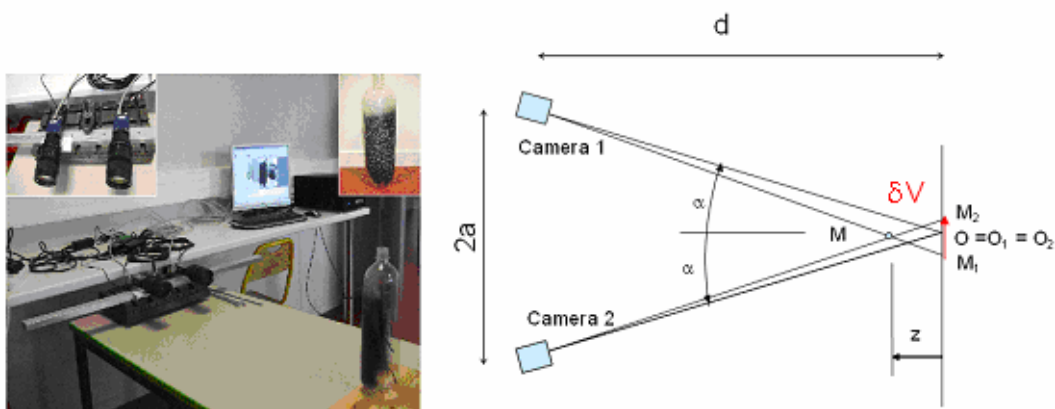


Fig. 3 Principe de la stéréo corrélation, deux caméras CCD sont utilisées et les déplacements apparents δU et δV servent à la détermination de la profondeur z .

Fig. 3: Stereo correlation apparatus, two CCD cameras are used and the apparent displacements δU and δV lead to the determination of the depth z .

Si les deux caméras sont fixées dans le même plan horizontal et qu'on règle les focales à l'identique, alors la composante de déplacement vertical δU est nulle, et il ne reste que le décalage horizontal (composante de déplacement δV) entre les deux images. La triangulation donne la relation géométrique :

$$z = -\frac{d}{2a + \delta V} \delta V \approx -\frac{d}{2a} \delta V \quad (1)$$

On note $2a$ la distance entre les deux caméras et d la distance entre la bouteille et le point milieu entre les deux caméras. La technique a été validée sur deux cas :

- Le cas d'un bloc parallélépipédique. On s'intéresse à la représentation précise d'un angle vif de 90° . On choisit les meilleurs paramètres du logiciel Correli (taille de masque la plus faible, pas fin de la grille d'étude) pour la finesse de représentation de l'angle. Ces paramètres sont retenus et utilisés pour l'étude d'un cylindre de dimensions proches de celles du bloc (et proche de celles d'une bouteille).

- Le cas d'un cylindre de révolution. On s'intéresse à la représentation précise du rayon du cylindre. La valeur de a est fixée à 100 mm et la valeur de d est autour de 2000 mm de sorte que l'angle entre les caméras n'excède pas 2α où $\alpha = 0,05$ rad. Dans ces conditions, la technique de stéréo corrélation appliquée au cylindre permet de déterminer le bon rayon du cylindre en ajustant la valeur de d , c'est la phase d'étalonnage de la méthode. Avec $d = 1850$ mm, on obtient le bon rayon du cylindre.

A partir de cet étalonnage et du choix optimal des paramètres, la stéréo corrélation nous permet de construire la surface 3D du fond pétaloïde.

En comparant la surface initiale du fond avec la surface déformée du même fond sous

pression, on peut déterminer les composantes du déplacement (U, V, W) pour chaque point du fond.

2.2. Évolution d'épaisseur

Les calculs par éléments finis sont fait avec le logiciel Patran. Le choix d'un maillage coque est fait dans le module 'mesh'. Comme les épaisseurs sont variables dans le fond de la bouteille, on renseigne l'épaisseur de la coque au moment de sa création. Pour cela, des mesures d'épaisseur ont été réalisées sur les fonds le long des vallées et sur les pieds. Compte tenu de la faible différence entre l'évolution de l'épaisseur du coté pieds et du côté vallée, une même fonction d'interpolation est choisie pour décrire l'évolution de l'épaisseur suivant le rayon par rapport à l'axe longitudinal de la bouteille. On obtient deux fonctions qui permettent de modéliser l'évolution d'épaisseur dans les cas VE et VL.

Dans le cas VE :

$$\begin{aligned} r < 2,5 & \quad f(r) = 3,8 \\ r \geq 2,5 & \quad f(r) = 3,10 * \exp(-((r - 8,791) / 12,23)^2) + 1,457 * \exp(-((r + 6,361 \times 10^4) / 5,066 \times 10^4)^2) \end{aligned} \quad (2a)$$

Dans le cas VL :

$$\begin{aligned} r < 2,5 & \quad f(r) = 3,54 \\ r \geq 2,5 & \quad f(r) = 3,197 * \exp(-((r - 9,055) / 15,43)^2) + 3,07 * \exp(-((r + 9,9 \times 10^4) / 6,628 \times 10^4)^2) \end{aligned} \quad (2b)$$

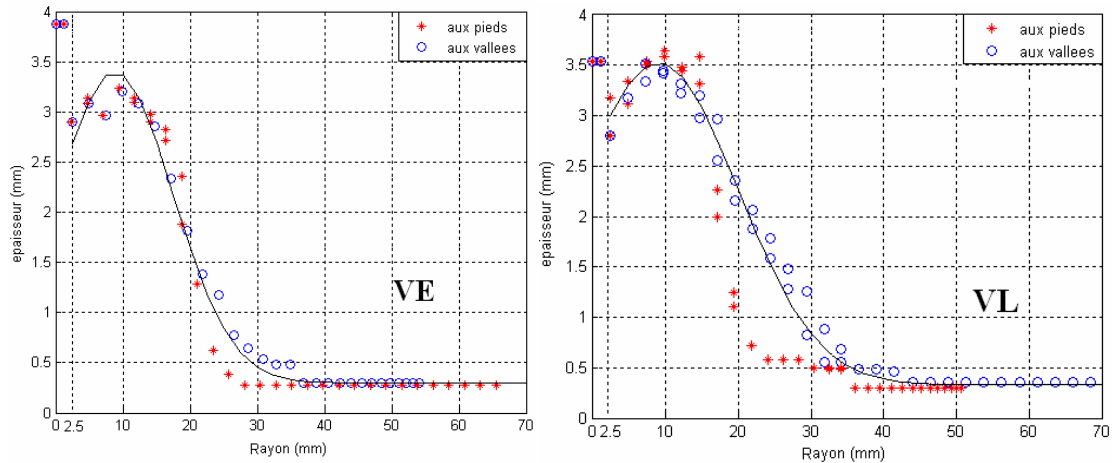
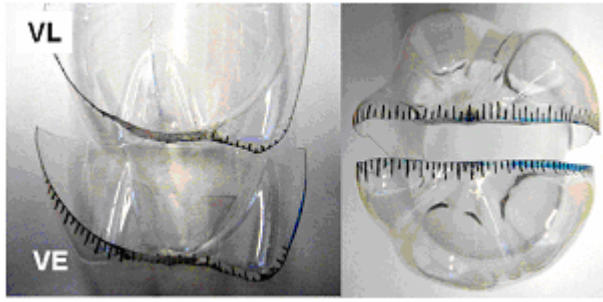


Fig. 4 Evolution de l'épaisseur.

Fig. 4: Thickness distribution.

3. Détermination numérique des déformations et des contraintes

3.1. Détermination le champ de déformation

3.1.1. Calcul du champ de déformation membranaire

L'étape de construction de la surface 3D permet de déterminer la coordonnée z pour chaque point de la surface projetée dans le plan (\bar{x}, \bar{y}) : la technique utilisée pour la détermination du déplacement des points d'une surface du type $z = f(x,y)$ consiste à compléter les composantes U, V par la composante W obtenue par comparaison des coordonnées z de la surface déformée avec celle de la surface initiale. Puisque toutes ces fonctions dépendent des coordonnées x et y des images initiales, on peut calculer les tenseur des déformations $\underline{\underline{\epsilon}}_{3D}$ par :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial U}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y}; \varepsilon_{zz} = 0 \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right); \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right); \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (3)$$

Pour déterminer les déformations membranaires, on fait la projection des composantes de la matrice des déformations 3D dans le plan tangent à la surface. Pour cela il est nécessaire de construire en chaque point M de la surface, un repère local $(M, \vec{n}, \vec{t}, \vec{s})$. \vec{t} et \vec{s} sont les deux vecteurs du plan tangent ; \vec{n} est le vecteur normal au plan tangent. Le calcul des déformations membranaires $\underline{\underline{\varepsilon}}_{2D}$ se fait par l'opérateur de projection Π .

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(2D)} = \Pi \underline{\underline{\varepsilon}}_{(3D)} \Pi^T \quad (4)$$

Avec :

$$\Pi = \begin{pmatrix} t_x & t_y & t_z \\ s_x & s_y & s_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

A partir des composantes $\varepsilon_{tt}, \varepsilon_{ss}, \varepsilon_{ts}$ de $\underline{\underline{\varepsilon}}_{2D}$, on peut calculer les déformations principales par les relations suivantes :

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{tt} + \varepsilon_{ss} + \sqrt{(\varepsilon_{tt} - \varepsilon_{ss})^2 + 4\varepsilon_{st}^2}}{2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_{tt} + \varepsilon_{ss} - \sqrt{(\varepsilon_{tt} - \varepsilon_{ss})^2 + 4\varepsilon_{st}^2}}{2} \quad (6)$$

3.1.2. Application aux fonds de bouteilles

En utilisant la stéréo corrélation comme présentée dans les sections précédentes, on détermine le champ de déformation sur la peau extérieure du fond de bouteille sous une pression de 5 bar. On définit une grille d'étude rectangulaire plus grande que le diamètre extérieur de la bouteille et on ne traite que les points situés dans la zone

d'étude circulaire (voir figure 5) pour le tracé des surfaces et le calcul des déformations.

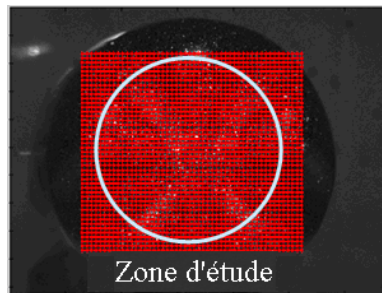


Fig. 5 Zone d'étude.

Fig. 5: The region of interest.

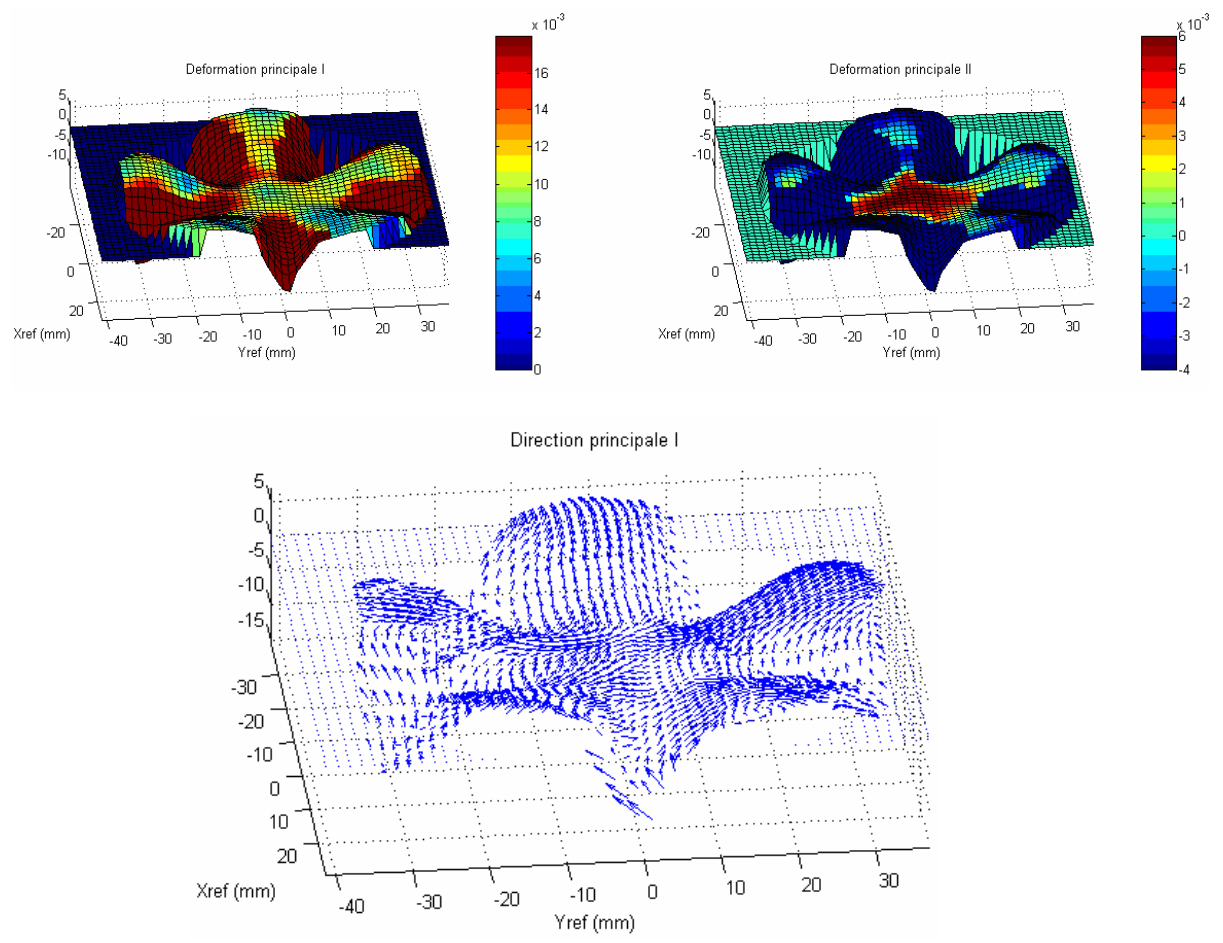


Fig. 6 Déformations principales et la direction principale 1 sous pression 5 bar du fond VE.

Fig. 6: Distribution of the principal strains and principal direction 1 for VS under 5

bar of internal pressure.

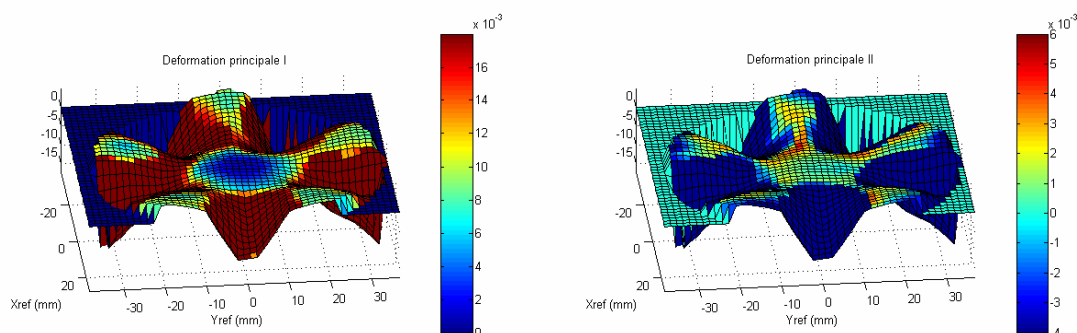


Fig. 7 Déformations principales sous pression 5 bar du fond VL.

Fig. 7: Distribution of the principal strains for VL under 5 bar of internal pressure.

On voit que pour deux géométries différentes de fonds pétaloïdes (VE et VL), les champs de déformations ne sont pas identiques. La figure 6, pour le fond VE, montre que la déformation principale ε_1 vaut presque 0,6 % dans la zone du point d'injection (PI), elle atteint 1 % dans les pieds et augmente plus vite (supérieure à 1,8 %) dans les vallées. ε_2 est positive autour du point d'injection et négative dans les autres zones, notamment dans les vallées. La figure 7 nous montre le même phénomène dans le fond VL. On peut constater que ε_1 et ε_2 au PI sont plus faibles dans le cas VL que dans le cas VE. L'écart entre les valeurs dans les pieds et dans les vallées est plus grand dans le cas VL que dans le cas VE. Sur la figure 6, on a aussi tracé les directions principales pour le cas VE. Dans les vallées, l'étirage radial est la déformation principale la plus importante. Sur les flancs, les directions principales sont perpendiculaires à la ligne de plus grande pente. Dans les pieds, les déformations sont plus fortes dans le sens radial. On retrouve les mêmes propriétés dans le cas VL.

3.2. Calcul par éléments finis des fonds de bouteille

La simulation numérique par éléments finis du problème mécanique est effectuée avec les logiciels Patran-Nastran. On utilise des éléments de coques élastiques à 3 nœuds. Pour le calcul, le module de Young est supposé uniforme et égal à 1200 MPa, le coefficient de poisson égal à 0,38. Le chargement est imposé via une pression interne et à l'instar du problème de cylindre sous pression, nous supposons que la distribution des contraintes ne dépend que de la pression et de la géométrie mais non du module. L'épaisseur du modèle suit la loi identifiée lors des mesures (voir figure 8).

On se focalise sur le fond pétaloïde et on impose des conditions en déplacement $u_\theta = u_z = 0$ sur le cercle supérieur du fond de bouteille (quand z est maximum), la pression est égale à 5 bar (même condition que pour les mesures par stéréocorrélation).

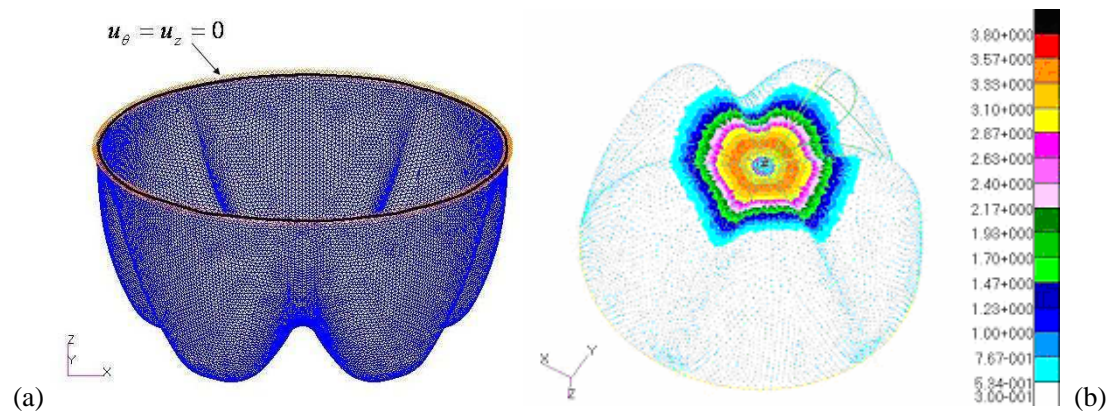


Fig. 8 Maillage du fond pétaloïde avec 24000 nœuds. (a) Les conditions aux limites $u_\theta = u_z = 0$ imposées sur le cercle supérieur. (b) Visualisation de l'évolution d'épaisseur.

Fig. 8: Linear shell elements used to mesh the petaloid base (about 24000 nodes). (a)

boundary conditions applied on the top circle: $u_\theta = u_z = 0$; (b) Implementation of the thickness evolution.

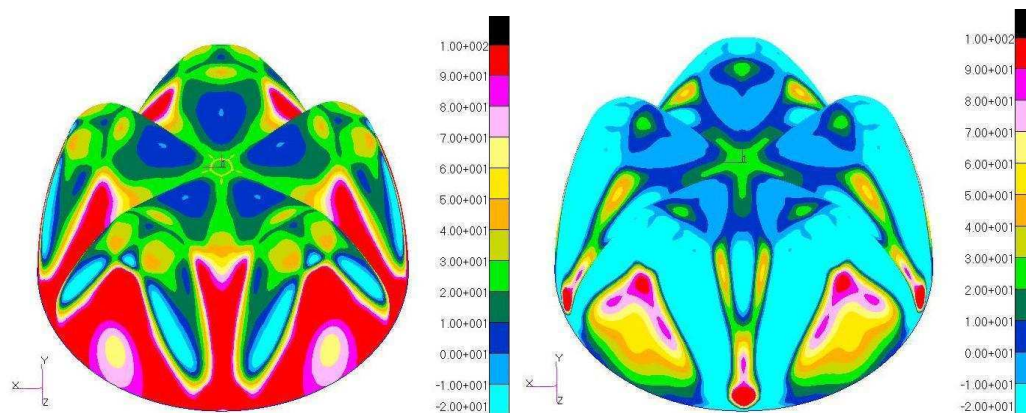


Fig. 9 Résultats des simulations numériques au cas VE. Les contraintes principales maximales σ_1 (à gauche) et les minimales σ_2 (à droite) dans la peau extérieure du fond..

Fig. 9: Finite element simulation on VS for an internal pressure of 5 bar. (a) the major principal stress σ_1 ; (b) the mid principal stress σ_2 on the 3D outside surface of the petaloid base.

4. Résultats et discussion

4.1. Principe de l'identification

Par stéréo corrélation, nous avons déterminé les déformations principales membranaires ε_1 et ε_2 associées aux deux directions principales \bar{k}_1 et \bar{k}_2 du plan tangent à la surface extérieure de la bouteille sous pression. Par éléments finis, nous avons déterminé les contraintes principales σ_1 et σ_2 associées aux deux mêmes directions principales \bar{k}_1 et \bar{k}_2 . On constate que les directions principales obtenues par ces deux méthodes sont suffisamment proches pour permettre l'identification du

comportement élastique orthotrope dans ce repère. Pour cela il faut identifier les 4 caractéristiques E_1 , E_2 , ν_{12} et ν_{21} à partir du système suivant :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{21}\sigma_2}{E_2} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E_2} - \frac{\nu_{12}\sigma_1}{E_1} \end{aligned} \quad \text{avec : } \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (7)$$

Or il n'y a que 3 équations. De plus, la relation qui assure la symétrie de l'opérateur d'élasticité impose de grands écarts sur les coefficients de Poisson dès lors que le matériau est fortement anisotrope en module.

Pour les polymères isotropes, il est connu que le coefficient de Poisson est d'autant plus proche de 0,5 (incompressibilité) que le matériau est souple. Initialement de 0,38, le coefficient de Poisson initial ν_0 évolue aussi durant le soufflage. L'effet d'un bi-étirage du PET durant le soufflage conduit à une augmentation des modules et donc logiquement à une diminution des coefficients de Poisson ν_{12} et ν_{21} par rapport à ν_0 .

Si E_1 est plus grand que E_2 alors la relation de symétrie implique :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \Rightarrow \frac{\nu_{12}}{\nu_{21}} = \frac{E_1}{E_2} > 1 \rightarrow \nu_{12} > \nu_{21} \quad (8)$$

Une manière d'éclairer le problème serait de procéder à des découpages d'échantillon dans le sens longitudinal et transversal de la zone cylindrique d'une bouteille afin de vérifier la valeur des coefficients de Poisson. Sans argument expérimental, pour assurer que les deux coefficients sont inférieurs à ν_0 on choisit de fixer $\nu_{12} = \nu_0$.

4.2. Procédure d'identification

Si on impose $\nu_{12} = \nu_0$ on peut calculer les modules inconnus : E_i . L'égalité imposée

par la symétrie de l'opérateur d'élasticité permet d'écrire le système initial sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_0 \sigma_2}{E_1} & E_1 &= \frac{\sigma_1 - \nu_0 \sigma_2}{\varepsilon_1} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E_2} - \frac{\nu_0 \sigma_1}{E_1} & E_2 &= \frac{\sigma_2 (\sigma_1 - \nu_0 \sigma_2)}{\varepsilon_2 \sigma_1 - \nu_0 (\sigma_2 \varepsilon_2 - \sigma_1 \varepsilon_1)} \end{aligned} \quad (9)$$

En chaque point de la grille de la zone d'étude circulaire, on peut ainsi identifier les propriétés élastiques. Ce qui donne :

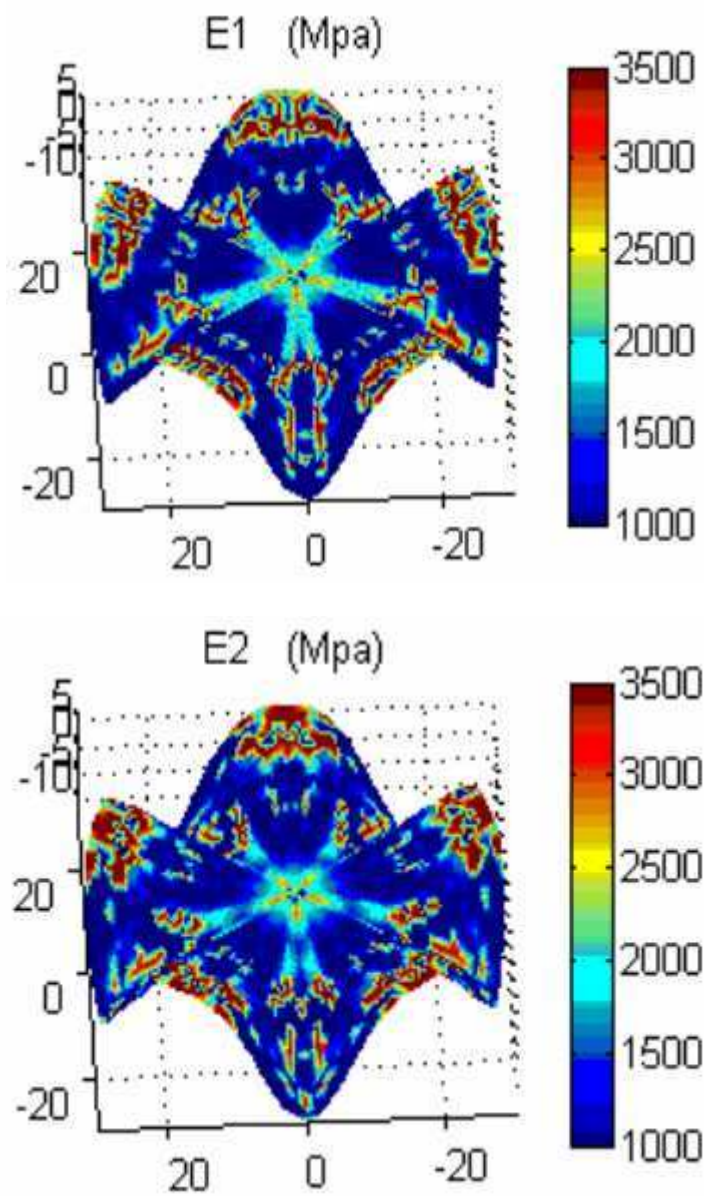


Fig. 10 Module de Young E_1 et E_2 du fond de VE dans le cas $\nu_{12} = \nu_0$.

Fig. 10: Identification of Young's E_1 and E_2 for the VS petaloid base when $\nu_{12} = \nu_0$.

Les 2 figures ci-dessus nous montrent que E_1 et E_2 n'évoluent pas de la même façon : le comportement est orthotrope. E_1 et E_2 sont faibles dans les vallées : le matériau reste isotrope et amorphe dans ces zones. E_1 augmente sur les pieds mais pas E_2 : l'étirage durant le soufflage semble être plutôt uni axial et, compte tenu de la 1^{ère} direction principale, plutôt radial sur les pieds.

On peut conclure que le renforcement ne se fait pas de la même façon dans les deux directions. E_1 et E_2 sont quasi identiques au point d'injection (PI) : à cet endroit l'étirage est bi axial équilibré et comme l'épaisseur est grande, le PET n'est pas orienté et on s'attend à avoir $E_1 = E_2 = 1900$ MPa.

4.3. Procédure d'identification des propriétés orthotropes

On constate que les contraintes obtenues par le calcul réalisé pour un comportement isotrope, associées aux déformations mesurées, donnent des valeurs de E_1 et E_2 différentes : le comportement semble donc orthotrope. On réinjecte les propriétés identifiées dans le modèle éléments finis, et par le même processus, on identifie le nouveau champ de modules E_1 et E_2 . On itère ce processus, calculs des contraintes et identifications des modules E_i 50 fois (voir figure 11). Sur la figure 12, on peut voir que dès la première itération (calcul isotrope), les E_i sont quasiment identifiés. Un calcul isotrope à pression imposée donne donc bien les contraintes et des E_i proches de ceux déterminés par un calcul orthotrope. Les valeurs E_i au PI, malgré les petites

oscillations, converge après très peu d'itération.

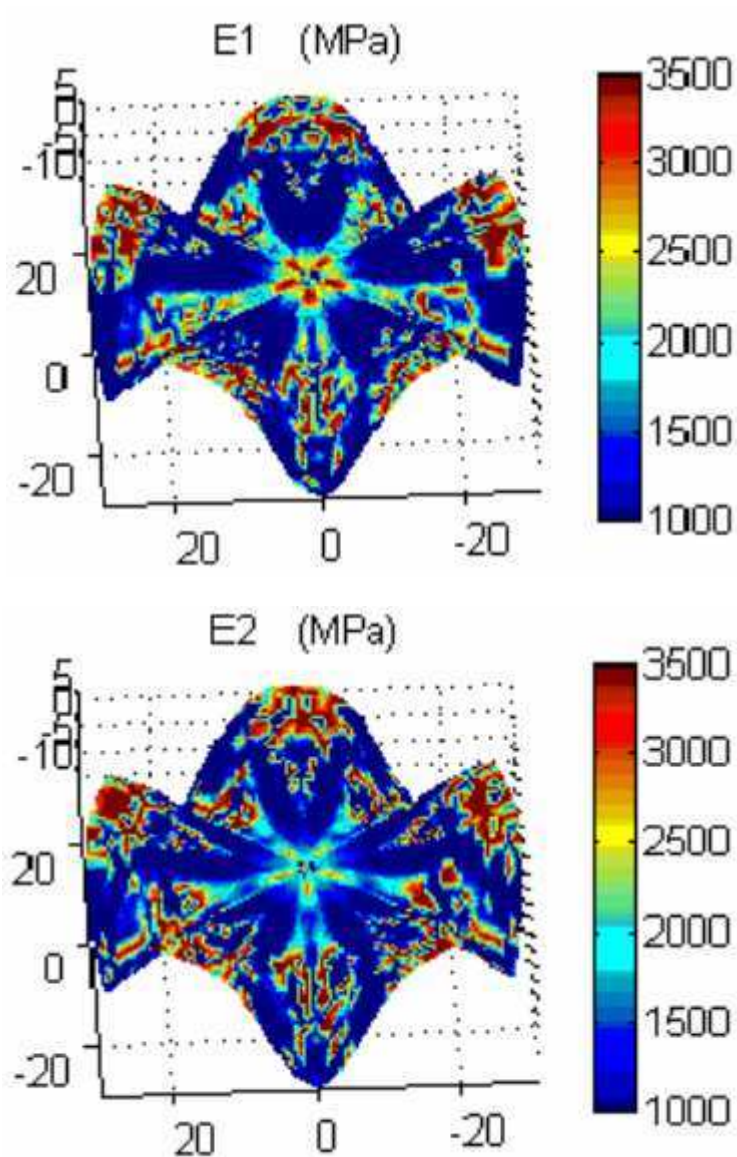


Fig. 11 Module de Young E_1 et E_2 du fond de VE après 50 itérations.

Fig. 11: Identification of Young's E_1 and E_2 for the VS petaloid base after 50 iterations.

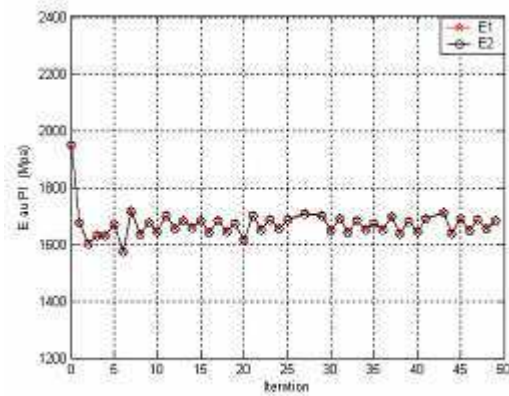


Fig. 12 Evolution des valeurs de module E_1 et E_2 au PI. En ce point les 2 valeurs sont identiques.

Fig. 12: Modulus evolution at injection gate. At this point, the two values are equal.

4.4. Le cas VL

Le cas VL est plus complexe. Si on identifie les modules E_i à partir du calcul linéaire dans le cas VL, sous l'hypothèse de $\nu_{12} = \nu_0$, on obtient des modules élastiques très élevés : ils dépassent 3500 MPa.

L'évolution des déformations et des contraintes sous l'effet de la pression dans la zone du point d'injection est assez linéaire pour le fond de VE. Pour le fond VL, elle est clairement non linéaire avec une déformation négative au début de la mise sous pression de 1-2bar, et une augmentation à partir de 3 bar. Ce phénomène de 'respiration' peut expliquer la différence de comportements pour VE et VL au test ESC mais rend la procédure d'identification plus complexe puisqu'il faut procéder à une simulation non linéaire pour VL.

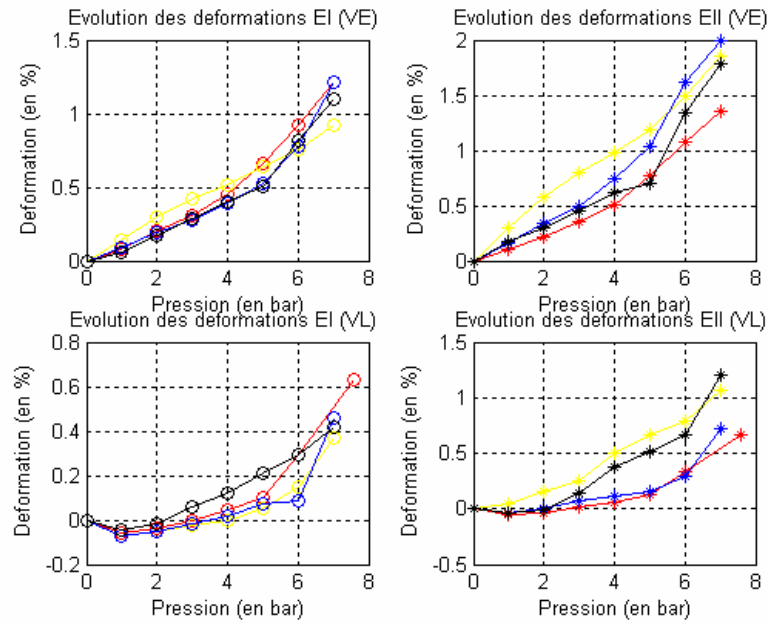


Fig. 13 Evolution des déformations sous l'effet de la pression dans la zone du point d'injection, les deux figures du haut présentent le cas VE, celles du bas, le cas VL.

Fig. 13: Strain components evolution versus internal pressure at the injection gate.

The two upper figures show the case VE, the lower ones show the case VL.

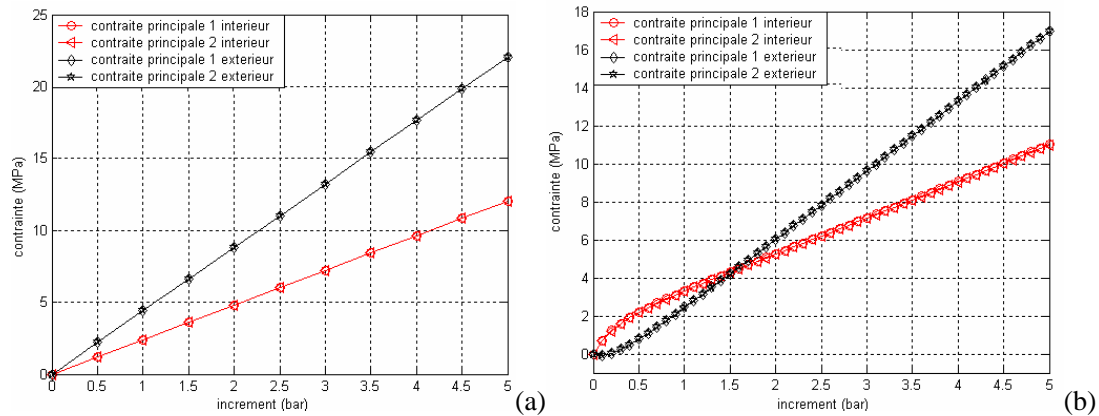


Fig. 14 Evolution des contraintes dans la zone du point d'injection au cas VE (à gauche) et au cas VL (à droite).

Fig. 14: Principal stresses at the injection gate for VS (left) and VL (right) bases.

Il reste néanmoins une contradiction pour le cas VL car si le comportement est isotrope en ce point, l'allure de contrainte principale extérieure devrait passer par une

phase négative pour 1-2 bar et redevenir positive. Ce n'est pas le cas et cela est certainement dû aux conditions limites trop rigidifiantes si on ne procède qu'à la simulation éléments finis sur le fond et non sur toute la bouteille.

5. Conclusions

Des mesures de champs de déformations membranaires ont été réalisées sur des fonds pétaloïdes de bouteilles en PET, des surfaces très fortement non planes. La validité de la mesure a été vérifiée à l'aide de mesures sur des solides étalons de dimensions voisines.

Des simulations numériques ont été réalisées sous l'hypothèse que le PET était élastique isotrope. Le champ de contraintes ainsi obtenu, peu sensible aux propriétés de rigidité, permet une évaluation des modules élastiques.

Le PET des fonds pétaloïdes est clairement hétérogène et assez anisotrope dès qu'on s'éloigne du point d'injection. Les tensions les plus fortes sont radiales et compte tenu des déformations radiales mesurées, c'est dans cette direction que le matériau se renforce le plus lors du soufflage. Un processus itérative converge assez vite pour obtenir les propriétés orthotropes. Finalement, les contraintes principales et les E_i déterminés par un calcul isotrope sont assez proches des contraintes et des E_i déterminées à l'issue de ce processus. Les valeurs atteignent leur convergence après quelques itérations de calculs. Ce qui confirme que, à pression imposée, le champ des contraintes dépend très peu du comportement.

Les vallées larges (VL) présentent un comportement élastique non linéaire lors de la mesure des déformations, ceci est confirmé par les contraintes obtenues par la

simulation numérique. La procédure d'identification est donc plus complexe, mais ces deux observations expliquent, par un effet de « respiration » des pieds, la différence de performance au test ESC.

Remerciement

Les auteurs remercient SIDEL Group, Blowing & Coating division, pour les bouteilles avec les fonds VL et VE et les modèles CAO des fonds pétaloïdes.

Référence

- [1] G. Titomanlio, V. Speranza, V. Brucato. On the simulation of thermoplastic injection moulding process. *International Polym. Processing*, 12, 45-53 (1997).
- [2] J.A. Pople, G.R. Mitchell, S.J. Sutton, A.S. Vaughan, C.K. Chai. The Development of Organized Structures in Polyethylene Crystallized from a Sheared Melt, Analyzed by WAXS and TEM. *Polymer*, 40, 2769-2777 (2000).
- [3] M. Cakmak, J.L. White, J.E. Spruiell. Structural characterization of crystallinity and crystalline orientation in simultaneously biaxially stretched and annealed polyethylene terephthalate films. *Journal of Polymer Engineering*, 37, 291-312 (1986).
- [4] H. Chang, J.M. Schultz, R.M. Gohil. Morphology of Biaxially Stretched Poly (ethylene terephthalate) Films. *Journal Macromolecular Science–Physics*, B32 (1), 99-123 (1993).
- [5] Y. Marco, L. Chevalier, G. Regnier, A. Poitou. Induced crystallization and orientation of polyethylene terephthalate during uniaxial and biaxial elongation. *Macromolecular Symposia*, 185, 15-34 (2002).

- [6] G. Le Bourvellec, L. Monnerie, J.P. Jarry. Amorphous orientation and induced crystallization in uniaxially stretched poly(ethylene terephthalate glycol). *Polymer*, 27, 856-860 (1986).
- [7] G. Le Bourvellec, J. Beautemps. Stretching of PET films under constant load. II. Structural analysis. *Journal of Applied Polymer Science*, 39, 329-339 (1990).
- [8] M. Vigny, J.F. Tassin, A. Gibaud, G.J. Lorentz. Study of the molecular structure of PET films obtained by an inverse stretching process. Part I: Constant speed drawing of amorphous films. *Polymer Engineering and Science*, 37, 11, 1785-1794 (1997).
- [9] D.R. Salem. Microstructure development during constant-force drawing of poly(ethylene terephthalate) film. *Polymer*, 39, 26, 7067-7077 (1998).
- [10] B. Cosson, L. Chevalier, G. Régnier. Simulation of the stretch blow moulding process: from the modelling of the microstructure evolution to the end-use elastic properties of polyethylene terephthalate bottles. *International Journal of Material Forming*, 1-15 (2010).
- [11] D. Garcia, J.J. Orteu, L. Penazzi. A Combined Temporal Tracking and Stereo-correlation Technique for Accurate Measurement of 3D Displacements : Application to Sheet Metal Forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 125-126, September, 736-742 (2002).
- [12] S. Mistou, M. Karama, O. Dalverny, J.M. Siguier, P. Guigue-Joguet. Mesure 3D sans contact des déplacements et déformations sur des films plastiques transparents par stéréo-corrélation 3D non-contact measurement of strain and displacement on

transparent plastic films by stereo correlation. *Mécanique & Industries*, Volume 4, Issue 6, November-December, 637-664 (2003).

[13] F. Hild, J.N. Périé, M. Coret. Mesure de champs de déplacement 2D par intercorrélation d'images : CORRELI2D, internal report 230, LMT-Cachan. (1999).

[14] L. Chevalier, S. Calloch, F. Hild, Y. Marco. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Volume 20, Issue 2, March 2001, 169-187 (2001).

Liste des figures

Figure 1. Vallée étroite (VE) entre les pieds (à gauche) ou vallée large (VL) entre les pieds (à droite).

Figure 2. Fonction de densité de probabilité pour le temps avant cracking variable. Le fond VL résiste beaucoup mieux que VE.

Figure 3. Principe de la stéréo corrélation, deux caméras CCD sont utilisées et les déplacements apparents δU et δV servent à la détermination de la profondeur z .

Figure 4. Evolution de l'épaisseur.

Figure 5. Zone d'étude.

Figure 6. Déformations principales et la direction principale 1 sous pression 5 bar du fond VE.

Figure 7. Déformations principales sous pression 5 bar du fond VL.

Figure 8. Maillage du fond pétaloïde avec 24000 nœuds. (a) Les conditions aux limites $u_\theta = u_z = 0$ imposées sur le cercle supérieur. (b) Visualisation de l'évolution

d'épaisseur.

Figure 9. Résultats des simulations numériques au cas VE. Les contraintes principales maximales σ_1 (à gauche) et les minimales σ_2 (à droite) dans la peau extérieure du fond.

Figure 10. Module de Young E_1 et E_2 du fond de VE dans le cas $\nu_{12} = \nu_0$.

Figure 11. Module de Young E_1 et E_2 du fond de VE après 50 itérations.

Figure 12. Evolution des valeurs de module E_1 et E_2 au PI. En ce point les 2 valeurs sont identiques.

Figure 13. Evolution des déformations sous l'effet de la pression dans la zone du point d'injection, les deux figures du haut présentent le cas VE, celles du bas, le cas VL.

Figure 14. Evolution des contraintes dans la zone du point d'injection au cas VE (à gauche) et au cas VL (à droite).

List of Figures

Figure 1: Small valley (VS) between feet (left) or large valley (VL) between feet (right).

Figure 2: Probability density function for the "time before cracking" variable. The VL base resists much better than the VS one.

Figure 3: Stereo correlation apparatus, two CCD cameras are used and the apparent displacements δU and δV lead to the determination of the depth z .

Figure 4: Thickness distribution.

Figure 5: The region of interest.

Figure 6: distribution of the principal strains and principal direction 1 for VS under 5 bar of internal pressure.

Figure 7: Distribution of the principal strains for VL under 5 bar of internal pressure.

Figure 8: Linear shell elements used to mesh the petaloid base (about 24000 nodes).

(a) boundary conditions applied on the top circle: $u_\theta = u_z = 0$; (b) Implementation of the thickness evolution.

Figure 9: Finite element simulation on VS for an internal pressure of 5 bar. (a) the major principal stress σ_1 ; (b) the mid principal stress σ_2 on the 3D outside surface of the petaloid base.

Figure 10: Identification of Young's E_1 and E_2 for the VS petaloid base when $v_{12} = v_0$.

Figure 11: Identification of Young's E_1 and E_2 for the VS petaloid base after 50 iterations.

Figure.12: Modulus evolution at injection gate. At this point, the two values are equal.

Figure 13: Strain components evolution versus internal pressure at the injection gate.

The two upper figures show the case VE, the lower ones show the case VL.

Figure 14: Principal stresses at the injection gate for VS (left) and VL (right) bases.