

Étude numérique de l'effet de glissement sur la perméabilité de milieux poreux formés par des réseaux périodiques de micro sphères

T. L. Vu, Camille Perrot, Guy Lauriat, Guy Bonnet

► **To cite this version:**

T. L. Vu, Camille Perrot, Guy Lauriat, Guy Bonnet. Étude numérique de l'effet de glissement sur la perméabilité de milieux poreux formés par des réseaux périodiques de micro sphères. 10èmes Journées d'Études sur les Milieux Poreux (JEMP 2010), Oct 2010, Nancy, France. Transports gazeux en milieux poreux. hal-00732573

HAL Id: hal-00732573

<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-00732573>

Submitted on 14 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude numérique de l'effet de glissement sur la perméabilité de milieux poreux formés par des réseaux périodiques de micro sphères

Thanh Long Vu, Camille Perrot, Guy Lauriat, Guy Bonnet
Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 5 bd
Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France

1. Introduction

Les écoulements dans les milieux micro-poreux font l'objet d'un intérêt grandissant en raison du développement rapide de micro systèmes fluidiques de géométries complexes (micro-échangeurs thermiques, microréacteurs chimiques...). Dans ce travail, le formalisme résultant de l'homogénéisation de structures périodiques est employé pour simuler numériquement l'écoulement d'un gaz à travers des empilements micro-granulaires tridimensionnels. Les perméabilités de trois réseaux cubiques de sphères (cubique simple, *cs* ; cubique centré, *cc* ; et cubique face centrée, *cfc*) sont déterminées en calculant les moyennes spatiales des champs de vitesses, solutions des équations de Stokes, et en supposant constant le gradient de pression macroscopique. Les valeurs obtenues en imposant des conditions d'adhérence sont comparées à celles obtenues avec des conditions de glissement du premier ordre. On considère des sphères de diamètre compris entre 2 μm et 40 μm , ce qui correspond, pour de l'air à pression atmosphérique, à des nombres de Knudsen basés sur le rayon hydraulique des pores compris entre $\text{Kn} = 0,01$ et $\text{Kn} = 0,1$; domaine de validité des équations de Navier-Stokes avec condition de glissement (Karniadakis *et al.*, 2005). On montre que l'augmentation relative de la perméabilité due au glissement du diamètre des sphères et de l'arrangement du réseau.

2. Modélisation de l'écoulement d'un fluide en milieu micro poreux

On considère l'écoulement lent, isotherme, incompressible et permanent d'un gaz dans un milieu poreux consolidé. Lorsque la dimension caractéristique l_p des pores est de l'ordre du libre parcours moyen ($\lambda \approx 61\text{nm}$ pour de l'air dans des conditions standard) l'hypothèse d'adhérence fluide-paroi n'est plus applicable (Navier, 1822) parce que l'épaisseur de la couche de Knudsen n'est plus négligeable devant l_p . Pour des écoulements de gaz à pression faible ou modérée, Klinkenberg (1941) a suggéré la modification suivante de la loi de Darcy :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{K_K}{\mu} \langle \nabla p^{(0)} \rangle, \quad K_K = K_D \left(1 + \frac{b}{p_m}\right);$$

où $\langle \mathbf{v} \rangle$ est la vitesse de filtration, K_D est la perméabilité de Darcy (ou perméabilité pour l'écoulement d'un liquide) et K_K est perméabilité de Klinkenberg, b dépend de plusieurs facteurs, dont la nature du gaz (Chastanet *et al.*, 2004) et la taille des pores, p_m est la pression moyenne. La perméabilité de Klinkenberg peut être obtenue en résolvant sur des réseaux périodiques le problème aux limites local donné par l'homogénéisation périodique (Skjetne et Auriault, 1999). Pour une matrice poreuse rigide de période Ω :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v}^{(0)} &= 0 && \text{dans } \Omega_f \\ -\nabla p^{(1)} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}^{(0)} &= \mathbf{G} && \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{v}^{(0)} &= L_s \left[\nabla \mathbf{v}^{(0)} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{v}^{(0)} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \right] && \text{sur } \Gamma \end{aligned}$$

où Ω_f représente le volume occupé par la phase fluide et Γ l'aire de l'interface fluide - solide. $\mathbf{v}^{(0)}$ et $p^{(1)}$ sont Ω -périodiques, \mathbf{n} désigne la normale à la paroi et L_s est la longueur de glissement, ou de Navier, ($L_s = \lambda(2 - \sigma)/\sigma$, où σ est le coefficient d'accommodation qui peut être déterminé par dynamique moléculaire ou expérimentalement).

$\mathbf{G} = \langle \nabla p^{(0)} \rangle$ est le gradient macroscopique de pression.

Ce modèle a été introduit dans un code de calcul commercialisé (Comsol) et validé par comparaison avec des solutions analytiques pour des écoulements glissant de Poiseuille (Wu *et al.*, 2003) et pour un écoulement de Stokes autour d'une sphère (Barber et Emerson, 2000).

3. Perméabilité de Klinkenberg de milieux granulaires

On considère des écoulements d'air ($\mu = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$) à travers des milieux poreux constitués par des sphères en contact et de même rayon, R_s . Les arrangements étudiés sont les réseaux *cs*, *cc*, et *cfc*. Les porosités correspondantes sont $\varepsilon_{cs} \approx 0,48$, $\varepsilon_{cc} \approx 0,32$ et $\varepsilon_{cfc} \approx 0,26$. Les rayons hydraulique ($2 \times$ volume de la phase fluide / surface mouillée) ont pour valeur $R_{h,cs} \approx 0,61R_s$, $R_{h,cc} \approx 0,31R_s$ et $R_{h,cfc} \approx 0,23R_s$. Les perméabilités de Darcy et de Klinkenberg (Tableau 1) ont été calculées en résolvant le problème aux limites de la Sec. 2 et en appliquant un gradient macroscopique de pression unitaire. Une étude de maillage sur des grilles comportant entre 10^4 et 2×10^5 éléments tétraédriques a montré q'un nombre d'éléments compris entre 4×10^4 et 8×10^4 permettait d'obtenir une bonne convergence pour tous les types d'arrangements considérés.

Si la condition d'adhérence est appliquée, les valeurs des perméabilités reportées dans le Tableau 1 sont en bon accord avec la relation de Kozeny-Carman, $K_D = 4R_s^2 \varepsilon^3 / \beta(1-\varepsilon)^2$, moyennant l'adaptation du coefficient de forme β à l'arrangement ($\beta = 164, 142$ et 187 pour les réseaux *cs*, *cc*, et *cfc*, soit une valeur moyenne se situant dans l'intervalle couramment admis, $150 \leq \beta \leq 180$). Ces valeurs sont évidemment diminuées si l'on tient compte du glissement. En retenant une valeur réaliste du facteur d'accommodation gaz-solide ($\sigma = 0,9$), les longueurs de glissement réduites, $L_s^* = L_s / R_h = (2 - \sigma)Kn / \sigma$, sont comprises entre $L_s^* = 6,2 \cdot 10^{-3}$ et $L_s^* = 0,112$ compte-tenu des

tailles de sphères et arrangements considérés. Il s'ensuit une diminution relative de la perméabilité (par rapport à K_D) d'autant plus importante que le rayon hydraulique est faible. Les valeurs reportées dans le Tableau 1 et les courbes de la Figure 1 illustrent cet effet et montrent que l'arrangement *cfc* est le plus sensible au phénomène de glissement. Cependant, les différences entre les variations relatives de perméabilité, selon les arrangements considérés, restent assez faibles puisque la différence maximale observée sur la Figure 1 (pour $Kn = 0,1$) est inférieure à 15%.

On peut noter que la variation relative de perméabilité, $(K_K - K_D)/K_D$, est égale au paramètre de glissement $b/p_m = \varepsilon\tau R_h\lambda/K_D$ (Chastanet *et al.*, 2004) où τ est la tortuosité de Stokes ($\tau = \langle \mathbf{v}\cdot\mathbf{v} \rangle / \langle \mathbf{v} \rangle \langle \mathbf{v} \rangle$). Ce paramètre peut aussi s'écrire $b/p_m = \varepsilon\tau(Kn/Da)$, où $Da = K_D/R_h^2$ est le nombre de Darcy. Si le libre parcours moyen est supposé constant, hypothèse liée à la condition d'incompressibilité, le terme b/p_m varie avec la taille et l'arrangement des sphères. Pour un diamètre de sphère donné, la topologie du réseau influe en effet sur la porosité, la tortuosité et le rayon hydraulique. La Figure 1 indique que b/p_m varie quasiment linéairement avec Kn , quel que soit l'arrangement, et qu'une relation linéaire de type $b/p_m = \alpha Kn$ pourrait assez bien représenter l'ensemble des configurations traitées dans le cadre de ce travail.

Références

- Auriault J.-L., Boutin C., Geindreau C., *Homogénéisation de phénomènes couplés en milieux hétérogènes 2 : quasi-statique et dynamique des milieux poreux*, Lavoisier, Paris, 2009.
- Barber R.W., Emerson D. R., *Analytical solution of low Reynolds number slip flow past a sphere*, Centre for Microfluidics, CLRC Daresbury Lab., Technical Report DL-TR-00-002, 2000.
- Chastanet J., Royer P., Auriault J. L., *Does Klinkenberg's law survive upscaling ?*, Transport in Porous Media, 56, 171-198, 2004.
- Darcy H., *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris, 1856.
- Karniadakis G., Bestok A., Aluru N., *Microflows and nanflows, Fundamentals and Simulation*, Springer, 2005
- Klinkenberg L. J., *The permeability of porous media to liquids and gases*. In Drilling and Production Practice, p. 200-213. American Petroleum Institute, 1941.
- Navier C. L. M. H., *Mémoire sur les lois du mouvement des fluides*, Mémoire de l'Académie Royale des Sciences Année 1823, tome VI, p. 389-440, 1822.
- Skjetne E., Auriault, J.-L., *Homogenization of wall-slip gas flow through porous media*, Transport in Porous Media 36, p. 293-306, 1999.
- Wu W., Lei S.Y., Du J. H., Wang B.X., *Relationship of threshold diameter and Darcian permeability in unconsolidated porous structures*, Chem. Engineering Science 58, 3565-3570, 2003

R_s (μm)	K_D (μm^2)			K_K (μm^2)		
	<i>cs</i>	<i>cc</i>	<i>cfc</i>	<i>cs</i>	<i>cc</i>	<i>cfc</i>
1	9.98×10^{-3}	2.00×10^{-3}	6.85×10^{-4}	1.64×10^{-2}	4.16×10^{-3}	1.76×10^{-3}
2	3.98×10^{-2}	8.01×10^{-3}	2.74×10^{-3}	5.34×10^{-2}	1.27×10^{-2}	5.11×10^{-3}
3	8.96×10^{-2}	1.80×10^{-2}	6.17×10^{-3}	1.11×10^{-1}	2.53×10^{-2}	9.86×10^{-3}
5	2.49×10^{-1}	5.01×10^{-2}	1.71×10^{-2}	2.87×10^{-1}	6.25×10^{-2}	2.35×10^{-2}
10	9.95×10^{-1}	2.00×10^{-1}	6.85×10^{-2}	1.08	2.26×10^{-1}	8.18×10^{-2}
15	2.24	4.51×10^{-1}	1.54×10^{-1}	2.38	4.89×10^{-1}	1.75×10^{-1}
20	3.98	8.01×10^{-1}	2.74×10^{-1}	4.18	8.53×10^{-1}	3.02×10^{-1}

Tableau 1 : Perméabilité de Darcy K_D et de glissement K_K pour différents rayons de sphères R_s associés aux réseaux *cs*, *cc* et *cfc*.

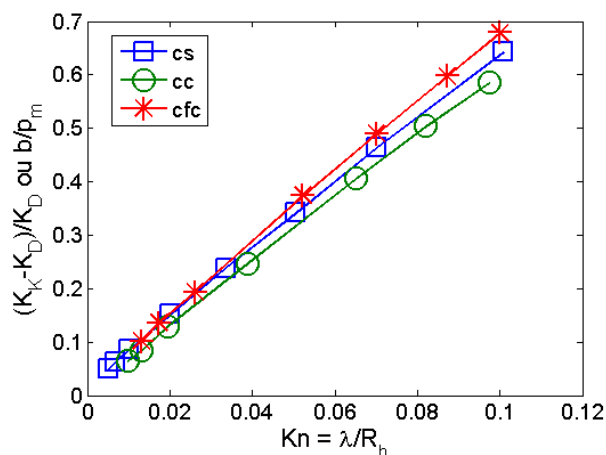


Figure 1 : Augmentation relative de la perméabilité en fonction du nombre de Knudsen basé sur le rayon hydraulique.