



HAL
open science

Dynamique des patterns optiques dans un système photoréfractif

Vianney Caullet

► **To cite this version:**

Vianney Caullet. Dynamique des patterns optiques dans un système photoréfractif. Autre. Supélec, 2013. Français. NNT : 2013SUPL0020 . tel-00965596

HAL Id: tel-00965596

<https://theses.hal.science/tel-00965596>

Submitted on 25 Mar 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2013-20-TH



SUPELEC

Ecole Doctorale EMMA
"Energie, Mécanique et Matériaux"

THÈSE DE DOCTORAT

DOMAINE : SPI
Spécialité : Photonique

Soutenue le 15 octobre 2013

par :

Vianney CAULLET

Dynamique des patterns optiques dans un système photoréfractif

Directeurs de thèse	Delphine WOLFERSBERGER Marc SCIAMANNA	Supélec, France Supélec, France
----------------------------	--	------------------------------------

Composition du jury

<i>Président du jury</i>	Robert KUSZELEWICZ	Laboratoire de Photonique et Nanostructures, France
<i>Rapporteurs</i>	Eric LOUVERGNEAUX	Université des Sciences et Technologies de Lille, France
	Mustapha TLIDI	Université Libre de Bruxelles, Belgique
<i>Examineurs</i>	Eugenio FAZIO	Université La Sapienza, Italie
	Marc FONTANA	Université de Lorraine, France
	Nicolas MARSAL	Supélec, France

Remerciements

Cette thèse, financée par la Fondation Supélec et l'institut Carnot C3S, s'est déroulée à Metz au LMOPS (Laboratoire Matériaux Optiques Photoniques et Systèmes), laboratoire de recherche commun entre Supélec et l'Université de Lorraine. Je tiens tout d'abord à remercier vivement Delphine Wolfersberger et Marc Sciamanna, mes deux directeurs de thèse. Ce fut un grand plaisir de travailler avec eux ces dernières années. J'ai beaucoup appris à leur contact. Je remercie Nicolas Marsal avec qui j'ai beaucoup travaillé et qui a été un co-encadrant officieux. Merci aussi aux membres du jury d'avoir accepté de lire et critiquer ma thèse.

La réalisation de cette thèse n'aurait pas été possible sans le soutien des membres de l'atelier, des techniciens, des secrétaires, des informaticiens. Je remercie Mario pour la réalisation de pièces pour mon montage expérimental. Je remercie Fabienne pour son aide pour les côtés administratifs de ma thèse. Je remercie Gilles pour sa bonne humeur et sa disponibilité pour régler les problèmes informatiques.

Je remercie les enseignants-chercheurs et les doctorants du laboratoire pour tous les bons moments passés. Merci à Charles et Laurent pour les innombrables fois où on a trinqué ensemble, dans les bars messins ou écossais. Merci à Mourad pour les délires qu'on a partagés. Merci à Bassem pour nos longues discussions. Merci à Edouard pour les descentes dans les Vosges. Merci à mon collègue de bureau pendant ces trois ans, Andreas que j'ai beaucoup apprécié côtoyer. Merci à Lucie pour toutes nos séances de piscine. Merci à Joris pour sa sympathie. Merci à Marie pour sa bonne humeur quotidienne. Et merci au pote Mathieu, toujours disponible pour les rigolades ou les confidences.

Enfin, du plus profond de mon coeur, je remercie ma famille. Cette thèse leur est dédiée.

Table des matières

1	Contexte et motivations	13
1.1	Les patterns dans la nature	14
1.1.1	Qu'est-ce qu'un pattern?	14
1.1.2	Quelques exemples	15
1.1.3	Pourquoi étudier les patterns?	17
1.2	Les patterns optiques	17
1.2.1	Effets transverses dans les systèmes non étendus (cavités laser)	18
1.2.2	Les patterns dans les systèmes optiques étendus	19
1.2.3	Les observations expérimentales de patterns dans les systèmes photoréfractifs	26
1.3	Les moyens de contrôle des patterns	30
1.3.1	Déplacement longitudinal du miroir	31
1.3.2	Désalignement du miroir	31
1.3.3	Rotation de la rétroaction	32
1.3.4	Filtrage de vecteurs d'onde	32
1.3.5	Contrôle par la polarisation	33
1.4	Effets dynamiques des patterns	34
1.4.1	Chaos spatiotemporel	35
1.4.2	Régimes convectif et absolu, structures entretenues par le bruit	37
1.4.3	Événements extrêmes ou "rogue waves"	39
1.4.4	Structures localisées	40
1.5	L'apport de cette thèse	42
2	Description du système	45
2.1	Description du banc expérimental	46
2.1.1	Schéma du montage	46
2.1.2	Le cristal photoréfractif	46
2.1.3	La rétroaction optique	47
2.1.4	Systèmes d'imagerie	48
2.1.5	Bras optique pour des mesures interférentielles	48
2.1.6	Résultats	49
2.2	Description théorique	49
2.2.1	Modèle	50
2.2.2	Instabilité de modulation (analyse de stabilité linéaire)	52
2.2.3	Analyse numérique par la "Beam Propagation Method"	56
2.2.4	Résultats	57
2.3	Conclusion	59

3	Influence d'un faisceau "vortex" en entrée	61
3.1	Qu'est-ce qu'un faisceau "vortex" ?	62
3.1.1	Moment angulaire orbital	62
3.1.2	Singularité de phase	63
3.1.3	Génération des vortex optiques	65
3.1.4	Quelques applications	70
3.1.5	Comportements des vortex en milieu photoréfractif	70
3.2	Résultats expérimentaux	72
3.2.1	Schéma modifié du montage	72
3.2.2	Pattern obtenu avec un vortex de charge topologique $c = 1$	73
3.2.3	Patterns obtenus avec des vortex de charges topologiques supérieures $c > 1$	74
3.2.4	Influence de l'intensité et de la charge topologique du vortex incident sur la dynamique du pattern	76
3.2.5	Présence de singularités de phase dans les faisceaux satellites	78
3.3	Résultats de simulation	80
3.3.1	Pattern obtenu avec un vortex de charge topologique $c = 1$	80
3.3.2	Patterns obtenus avec des vortex de charges topologiques supérieures $c > 1$	83
3.4	Conclusion	85
4	Contrôle du pattern vortex par une rétroaction nonlocale	87
4.1	Influence d'une rétroaction nonlocale avec un faisceau incident gaussien	88
4.2	Résultats expérimentaux	89
4.2.1	Schéma de la rétroaction nonlocale	89
4.2.2	Faible désalignement : compétition des dynamiques	90
4.2.3	Fort désalignement : patterns "multizones"	91
4.3	Résultats numériques	93
4.3.1	Faible désalignement : compétition des dynamiques	94
4.3.2	Fort désalignement : patterns "multizones"	95
4.4	Conclusion	98
5	Événements extrêmes en régime turbulent	101
5.1	Observations d'ondes scélérates dans la littérature	102
5.1.1	Événements extrêmes en hydrodynamique	102
5.1.2	Événements extrêmes dans les traces temporelles de faisceaux optiques	103
5.1.3	Événements extrêmes dans les systèmes optiques spatialement étendus	104
5.2	Observation d'événements extrêmes dans notre système	106
5.2.1	Transition vers la turbulence en augmentant l'intensité pompe	107
5.2.2	Statistique des niveaux de gris mesurés et déviation par rapport à la statistique gaussienne	109
5.2.3	Caractérisation des pics par leur "facteur d'anormalité"	111
5.2.4	Influence d'un désalignement du miroir de rétroaction	117
5.3	Conclusion	121
6	Conclusion et perspectives	123

A Taille et intensité du faisceau	139
A.1 Expression analytique des modes de Laguerre-Gauss	139
A.2 Définitions possibles de la taille et de l'intensité du faisceau	140
A.3 Mesures par la méthode du couteau	140
A.4 Tailles de nos faisceaux	141
B Algorithme de détection des pics	145
B.1 Problématique	145
B.2 Développement de l'algorithme sur une image-exemple	145
B.2.1 Critère le plus simple pour définir un pic	145
B.2.2 Ajout d'un seuil	146
B.2.3 Ajout d'un filtre passe-bas	147

Introduction générale

On observe dans la nature une grande diversité de formes. L'Univers n'est pas uniforme, certains de ces éléments sont organisés en structures, sont ordonnés. La compréhension de l'organisation spatio-temporelle de l'Univers est l'objectif de l'étude des systèmes dissipatifs. En effet, dans la deuxième moitié du XX^e siècle, des scientifiques ont montré que lorsqu'un système (qu'il soit chimique, hydrodynamique, biologique, optique...) est parcouru par un flux d'énergie ou de matière, ses composants peuvent s'auto-organiser. On parle d'auto-organisation ou de morphogénèse. Autrement dit, l'existence d'une dissipation peut amener un système à quitter son état d'équilibre thermodynamique. Il quitte son état uniforme et devient modulé. Ces états modulés sont alors appelés des structures dissipatives. En anglais, on les appelle des "patterns".

La figure 1 présente quelques exemples de structures dissipatives qui nous sont très familières. Le pelage des animaux peut être non-uniforme, ses pigments peuvent s'organiser en zébrures, en tâches... Les grains de sable dans un désert sont répartis en dunes grâce à l'action du vent. Les abeilles stockent leur cire en alvéoles hexagonales. Les nuages peuvent s'organiser en rouleaux. Les concentrations d'un mélange chimique peuvent être non-uniformes... Toutes ces structures sont obtenues grâce à l'action d'une dissipation dans le système correspondant.



FIGURE 1 – Exemples de structures auto-organisées -ou patterns- dans la nature.

En optique, ces phénomènes d'auto-organisation sont aussi observés. Quand un faisceau laser suffisamment puissant traverse un matériau ayant certaines propriétés nonlinéaires, son intensité peut s'auto-organiser dans un plan transverse. L'intensité du faisceau initialement homogène devient ainsi modulée. Ce phénomène est observé dans différents matériaux comme les cristaux liquides [1], les vapeurs atomiques [2], certains matériaux organiques [3] ou les cristaux photoréfractifs [4]. Dans cette thèse, nous étudions la formation des patterns optiques dans ces cristaux photoréfractifs.

L'intérêt d'étudier les patterns optiques est double. D'une part, comprendre leur apparition en optique permet d'améliorer notre compréhension de leur formation dans le cas général. Savoir quand un pattern se forme en optique, quelle forme il prend, savoir s'il

est statique ou dynamique, permet de comprendre leur formation, leurs formes et leurs dynamiques dans d'autres domaines scientifiques. La thématique de recherche sur les patterns optiques est appelée par certains chercheurs d'"hydrodynamique sèche" [5]. En effet, la formation de structures auto-organisées optiques est une étape vers la formation de turbulences optiques. Les analogies avec les phénomènes hydrodynamiques sont très grandes.

D'autre part, la compréhension des patterns optiques permet d'envisager de possibles applications technologiques, dans les télécommunications notamment. L'application la plus prometteuse concerne le stockage d'information, la réalisation de mémoires grâce aux technologies laser. En effet, dans les systèmes optiques sujets à la formation de patterns, il est parfois possible de changer localement l'état transverse du faisceau grâce à un faisceau secondaire d'inscription. Un pic d'intensité apparaît dans l'allure du faisceau primaire. Un tel pic peut être stable, c'est-à-dire présent même si le faisceau d'inscription est éteint. Le pic est alors soutenu par le flux d'énergie du faisceau primaire. On parle de "soliton dissipatif" [6]. Ce soliton, pouvant être déplacé ou annihilé, est considéré comme un "bit" d'information et le système comme une mémoire optique.

Le système que nous étudions dans cette thèse est un système photoréfractif à simple rétroaction optique [7]. Les cristaux photoréfractifs permettent en effet la formation de patterns optiques grâce aux phénomènes de migration des porteurs de charge lorsque le cristal est illuminé. Plus précisément, lorsqu'un tel cristal subit une illumination non-uniforme, comme par exemple quand deux faisceaux laser interfèrent dans le milieu, des porteurs de charge sont créés et migrent dans le cristal. L'indice de réfraction du matériau devient alors modulé, des réseaux d'indice sont créés dans le cristal. Les faisceaux laser, traversant un milieu d'indice non-uniforme, subissent alors une transformation. Dans le cas d'une illumination en milieu photoréfractif spatialement étendu, ces réseaux d'indice permettent d'entretenir des vecteurs d'onde transverses, conduisant à la formation d'un pattern optique. Dans cette thèse, nous proposons d'étudier les comportements spatio-temporels du pattern issu d'un tel système.

Dans le premier chapitre, nous posons le contexte et les motivations de l'étude. Nous détaillons les concepts-clés pour comprendre la physique des patterns dans le cas général. Nous résumons ensuite les phénomènes transverses optiques rapportés dans la littérature, les différentes configurations et les différents matériaux permettant l'observation de patterns. Comme notre matériau est un cristal photoréfractif, nous présentons en détail les patterns photoréfractifs rapportés dans la littérature, dans les systèmes à simple rétroaction optique ou dans les cavités. Enfin, nous listons les moyens possibles pour contrôler l'état des patterns, notamment les moyens modifiant sa dynamique, et détaillons quelques phénomènes spatio-temporels complexes.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons notre montage expérimental : le cristal utilisé, la rétroaction optique, l'ajout de systèmes d'imagerie et de mesures interférentielles et nous montrons un pattern obtenu avec ce système. Nous présentons aussi notre description théorique du mélange d'onde. Un système d'équations nonlinéaires couplées modélise la propagation des faisceaux aller et retour dans le cristal et leur couplage via la formation de réseaux d'indice. Une analyse de stabilité linéaire de ce modèle prévoit l'apparition du phénomène d'instabilité de modulation au-delà d'un certain seuil de couplage. Enfin, nous présentons une simulation de ce modèle par un algorithme de type "Beam Propagation Method". Un pattern est obtenu grâce à cette simulation.

Dans le troisième chapitre, nous étudions l'influence d'un faisceau incident de type "vortex" à la place d'un faisceau gaussien. Nous montrons expérimentalement et théoriquement que, lors de l'utilisation d'un tel faisceau non-conventionnel en entrée du système, le processus d'instabilité de modulation se produit et une modulation hexagonale est observée.

De plus, le pattern n'est pas statique, il tourne autour de son point central sombre. Cette rotation est induite par le "moment angulaire orbital" porté par le faisceau vortex. Nous étudions l'influence de la charge topologique et de l'intensité du faisceau incident sur la vitesse de rotation du pattern.

Dans le quatrième chapitre, nous étudions l'influence conjuguée d'un faisceau vortex incident et d'un désalignement du miroir de rétroaction. Grâce à ce désalignement, la rétroaction devient nonlocale. La dynamique du pattern résultant a alors deux composantes : une rotation induite par le moment angulaire orbital du faisceau et une dérive induite par le désalignement. Ces deux composantes sont en compétition et nous montrons qu'elles s'annihilent mutuellement pour une certaine valeur du désalignement du miroir. De plus, quand le désalignement est important, des patterns complexes sont observés. En champ proche, ils sont composés de plusieurs domaines chacun associé à un vecteur d'onde d'une amplitude et d'une direction particulières. Tous ces résultats sont reproduits par notre modèle numérique.

Dans le cinquième et dernier chapitre, nous étudions le régime de turbulence optique lorsqu'un faisceau gaussien classique de forte intensité est utilisé pour pomper le système. Loin du seuil d'instabilité de modulation, le faisceau est très irrégulier et des pics intenses parcourent le faisceau. Nous étudions l'allure des fonctions de densité de probabilité des niveaux d'intensité mesurés par les pixels de la caméra. Quand nous augmentons l'intensité incidente, nous observons une déviation de cette fonction pour les valeurs importantes d'intensité, caractérisant l'apparition de pics intenses. Enfin nous caractérisons ces pics par leur facteur d'anormalité et montrons que certains dépassent le seuil au-dessus duquel ils sont appelés des "ondes scélérates".

Chapitre 1

Contexte et motivations

Ce chapitre a pour objectif d'expliquer le contexte scientifique de la thèse et les motivations de notre étude. Après une définition des structures auto-organisées (ou "patterns") ici étudiées, nous donnons quelques exemples de ces structures que l'on peut observer dans la nature et introduisons quelques concepts utiles à la compréhension de ces phénomènes. Nous présentons ensuite un état de l'art des patterns observés en optique : les configurations géométriques et les matériaux utilisés ainsi que les principales observations de patterns dans les cristaux photoréfractifs. Nous expliquons en quoi consiste l'effet photoréfractif et pourquoi ce type de nonlinéarité optique permet l'observation de structures auto-organisées. Nous présentons enfin les différentes méthodes de contrôle de ces patterns ainsi que les phénomènes dynamiques complexes rapportés dans la littérature.

1.1 Les patterns dans la nature

Dans cette partie, nous introduisons tout d'abord la notion de "patterns" par une définition physique et l'illustrons avec quelques exemples.

1.1.1 Qu'est-ce qu'un pattern ?

Le mot "*pattern*" ("motif" en français) décrit l'état spatialement organisé d'un système hors équilibre. Lorsqu'un système (qu'il soit hydrodynamique, chimique, granulaire...) est parcouru par un flux d'énergie, il peut quitter son état d'équilibre. Ses composantes peuvent s'organiser en structures spatiotemporelles remarquables. On parle alors d'*auto-organisation* ou de *morphogénèse*, phénomène très répandu dans la nature. En effet, des patterns peuvent être observés dans les fluides, les milieux granulaires, les tissus biologiques, les plasmas, les mélanges chimiques en réaction... L'observation d'ordre dans la nature nous est très familière.

Cependant, l'existence d'un tel Univers ordonné, différencié, actif, semble contradictoire avec nos connaissances classiques de thermodynamique. En effet, la thermodynamique du XIX^e siècle ne décrit l'évolution des systèmes que dans un sens *irréversible* vers l'état d'équilibre. C'est l'application du second principe. Tout système oublie la particularité de son origine pour évoluer vers un état d'équilibre que quelques variables suffisent à décrire [8]. Autrement dit, en utilisant la notion d'entropie, le système n'évolue que dans le sens d'une évolution positive ou nulle de l'entropie. Par exemple, le mélange liquide ou gazeux d'un produit froid et d'un produit chaud donne au final un mélange à température moyenne uniforme. De manière analogue, si un mélange est composé de plusieurs espèces dont les concentrations initiales ne sont pas spatialement homogènes, les espèces se mélangent au cours du temps et l'équilibre thermodynamique est atteint quand les concentrations des espèces sont toutes uniformes dans le mélange.

Mais cette conception de l'évolution des systèmes a été remise en cause par les recherches menées par Ilya Prigogine, prix Nobel de chimie en 1977. En étudiant la thermodynamique des systèmes hors équilibre, il a montré que la présence d'une *dissipation* d'énergie ou de matière peut être créatrice d'ordre. "Les flux qui traversent certains systèmes physico-chimiques et les éloignent de l'équilibre, peuvent nourrir des phénomènes d'auto-organisation spontanée, des ruptures de symétrie, des évolutions vers une complexité et une diversité croissantes" [9]. Les états ainsi organisés, les patterns, sont aussi appelés des *structures dissipatives*. "Ce nom traduit l'association entre l'idée d'ordre et l'idée de gaspillage et fut choisi à dessein pour exprimer le fait fondamental nouveau : la dissipation d'énergie et de matière - généralement associée aux idées de pertes de rendement et d'évolution vers le désordre - devient, loin de l'équilibre, source d'ordre ; la dissipation est à l'origine de ce qu'on peut bien appeler de nouveaux états de la matière" [9].

De plus, ces transitions d'états causées par la présence d'une dissipation peuvent être brusques, soudaines, quand les paramètres de l'expérience changent. Les transitions ne sont pas progressives. On parle de *bifurcations*. Une bifurcation est un point critique à partir duquel un nouvel état devient possible. Si un système passe d'un état initial uniforme à un état final modulé, on dit qu'il a bifurqué d'une solution homogène vers une solution modulée, le pattern. Enfin, quand l'expérimentateur peut contrôler directement l'état du système via le réglage d'un paramètre, on parle de *paramètre de contrôle*. Selon les cas, il peut s'agir de la température extérieure, d'un flux de molécules, de l'intensité d'un faisceau laser, d'un mouvement imposé au milieu...

1.1.2 Quelques exemples

Afin de bien appréhender les mécanismes de formation des patterns, nous détaillons maintenant trois exemples expérimentaux issus de domaines scientifiques différents.

Expérience de Rayleigh-Bénard

Le premier exemple décrit l'expérience dite de Rayleigh-Bénard [10]. Elle consiste en une fine couche de fluide posée sur une plaque chauffante. La température de la plaque est progressivement augmentée par l'expérimentateur. La chaleur se dissipe en traversant le fluide de bas en haut. Quand la température de la plaque est faible, le processus physique de transfert de chaleur par *conduction thermique* est suffisamment efficace : la chaleur se transmet grâce aux chocs des molécules. Ce processus agit à l'échelle *microscopique*. Cependant, si l'expérimentateur continue d'augmenter la température, celle-ci atteint un *seuil* à partir duquel la conduction n'est plus assez efficace pour évacuer la chaleur. Un autre type de transfert thermique apparaît : la *convection*. Des mouvements *macroscopiques* apparaissent alors dans le fluide, ordonnés en cellules de convection. La figure 1.1 montre la géométrie hexagonale qu'adoptent ces cellules après ce seuil. Elles sont ici visibles grâce à de la poudre d'aluminium. On a ici un exemple de pattern hydrodynamique. Sous l'effet du flux de chaleur, le système a quitté son état d'équilibre et a bifurqué vers un état modulé. Les molécules d'eau se sont organisées en structure hexagonale. Enfin, si on continue à augmenter la température de la plaque, les mouvements macroscopiques de convection peuvent être plus complexes voire turbulents, le fluide est alors en ébullition.

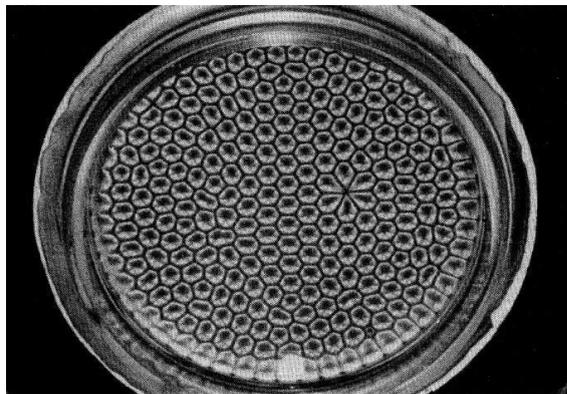


FIGURE 1.1 – Expérience de Rayleigh-Bénard [10].

Milieu granulaire soumis à une oscillation

Le second exemple consiste en un milieu granulaire placé sur un plateau oscillant verticalement [11]. L'expérimentateur contrôle l'amplitude et la fréquence des oscillations et observe le comportement du milieu. La figure 1.2 montre les résultats obtenus pour quelques valeurs de l'accélération, représentée par un coefficient sans dimension Γ . Les grains se sont organisés en géométries particulières, en patterns. Les géométries obtenues peuvent être des raies (Fig. 1.2-a), des hexagones (Fig. 1.2-b,e), des raies et des hexagones en compétition (Fig. 1.2-d)... Enfin, en augmentant fortement l'accélération c'est-à-dire le flux d'énergie apporté au système, le pattern devient désordonné (Fig. 1.2-f). De même que dans l'expérience hydrodynamique de Rayleigh-Bénard, le système quitte son état d'équilibre grâce à un apport d'énergie externe (l'oscillation du plateau). Les grains s'auto-organisent en structures spatiotemporelles complexes.

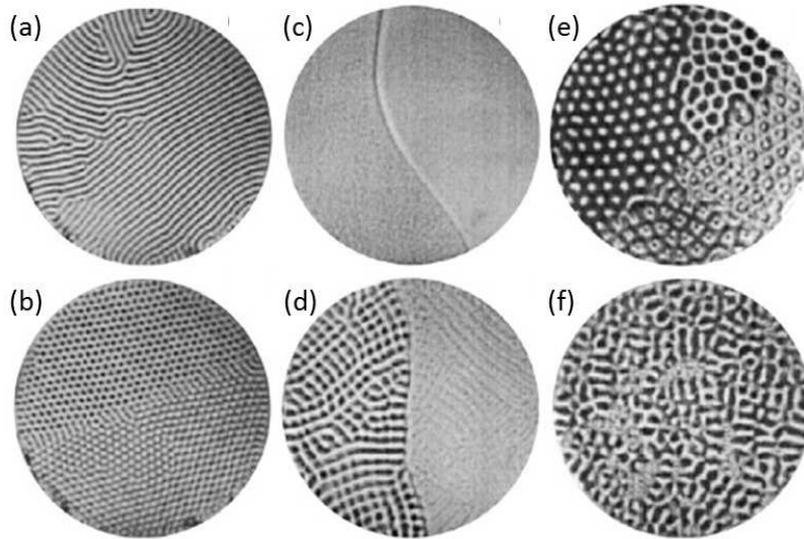


FIGURE 1.2 – Exemples de patterns obtenus avec un milieu granulaire placé sur un socle oscillant verticalement [11]. L'oscillation est caractérisée quantitativement par un facteur sans dimension Γ , représentant l'accélération. (a) $\Gamma = 3.3$: pattern composé de raies ("stripes"), (b) $\Gamma = 4.0$: pattern hexagonal, (c) $\Gamma = 5.8$: pattern "plat" avec une discontinuité, (d) $\Gamma = 6.0$: raies et hexagones en compétition, (e) $\Gamma = 7.4$: hexagones, (f) $\Gamma = 8.5$: désordre.

Phénomène de réaction-diffusion en chimie

La chimie nous donne aussi des exemples de systèmes qui, lorsqu'ils sont portés hors équilibre, s'auto-organisent en structures spatiotemporelles non triviales. Les images (a) et (b) de la figure 1.3 représentent deux états stationnaires possibles d'un système chimique en réaction [12]. Ici, la réaction chimique est constamment approvisionnée en réactants et les produits sont constamment extraits du système. Ainsi, le système est porté hors équilibre. A l'aide d'un colorant, on peut observer à l'oeil nu les différences spatiales de concentration des espèces chimiques. Celles-ci peuvent s'organiser par exemple en hexagones (Fig. 1.3-a), en raies (Fig. 1.3-b), voire adopter une dynamique spatiotemporelle chaotique [12].

L'image (c) de la figure 1.3 montre un exemple visuellement fascinant de pattern chimique. Ici le pattern a une dynamique en régime permanent : il oscille dans le temps et des ondes se propagent dans l'espace. Il s'agit de la réaction de Belousov-Zhabotinsky. Ici aussi, un colorant est utilisé pour observer les différences de concentrations d'espèces chimiques dans l'espace. On peut alors observer un pattern ayant une géométrie en spirale et une évolution temporelle. L'étude des patterns chimiques a montré qu'ils posent un problème différent des patterns hydrodynamiques ou granulaires à cause de la spécificité du *schéma réactionnel* des mélanges considérés. La condition nécessaire à l'observation d'instabilité chimique est l'existence de "*boucles catalytiques*", étapes au cours desquelles le produit d'une réaction chimique intervient dans sa propre synthèse [9].

La formation de ces patterns chimiques peut être expliquée par un modèle de la morphogénèse qu'a développé Alan Turing en 1952 [13]. Par ce modèle, Turing explique que la diffusion, qui tend à rendre les concentrations chimiques spatialement uniformes, peut mener à la formation de patterns si des réactions chimiques sont aussi présentes dans le système. Autrement dit, la compétition entre effets réactifs et effets diffusifs peut finalement créer des patterns. Turing pensait même que ce modèle de réaction-diffusion pouvait expliquer la morphogénèse biologique : de la formation des zébrures ou des tâches sur la peau des animaux jusqu'aux processus de division et différenciation des cellules pendant

l'évolution d'un embryon.

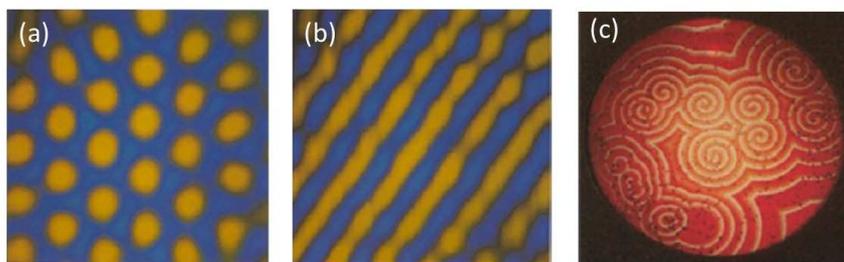


FIGURE 1.3 – Phénomènes de réaction-diffusion en chimie [12].

1.1.3 Pourquoi étudier les patterns ?

L'étude des patterns a deux grands intérêts. Premièrement, il faut remarquer que la plupart des systèmes identifiables dans l'Univers sont des systèmes qui ne sont pas à leur point d'équilibre thermodynamique. Ils possèdent des structures spatiotemporelles extrêmement riches. Étudier la physique des systèmes hors équilibre revient à tenter de comprendre la complexité du monde qui nous entoure et son organisation spatiotemporelle. De plus, grâce à l'existence d'analogies entre les patterns observables dans les différents champs scientifiques, étudier la formation des patterns dans un domaine permet de comprendre leur formation dans un autre.

Deuxièmement, l'étude des patterns est utile pour leurs possibles applications technologiques. Être capable de prédire quand un pattern va se former ou savoir comment sélectionner une géométrie de pattern parmi d'autres peut être utile technologiquement. Par exemple, la compréhension de l'auto-organisation des molécules d'eau en flocons de neige, c'est-à-dire la compréhension du phénomène de modulation de l'interface solide-liquide lors du processus de solidification, peut permettre aux métallurgistes de créer des interfaces modulées dans les alliages de métaux. Ainsi, les propriétés mécaniques peuvent être améliorées [14]. La compréhension des patterns peut aussi permettre de maximiser un transfert de chaleur, de fabriquer des lasers cohérents de forte puissance, d'améliorer le rendement d'une synthèse chimique ou d'inventer de nouvelles techniques de contrôle électrique pour prévenir l'épilepsie ou les arrêts cardiaques [12].

1.2 Les patterns optiques

Après avoir introduit la notion de patterns dans le cas général, nous nous intéressons maintenant aux phénomènes d'auto-organisation en optique, c'est-à-dire aux phénomènes d'organisation de la lumière des faisceaux lasers dans leur plan transverse. Nous en distinguons ici deux types. Les premiers sont les phénomènes transverses influencés par les frontières du système. Nous les détaillons dans le paragraphe 1.2.1. Les modes spatiaux des cavités laser en sont des exemples. En effet, leur géométrie dépend directement de la géométrie de la cavité. On les observe dans les cavités à faible nombre de Fresnel¹ aussi appelées "*systèmes non étendus*". Le deuxième type de phénomènes transverses sont ceux qui ne sont pas influencés par les frontières du système. Ils sont observés dans les cavités

1. Le nombre de Fresnel est un nombre sans dimension qui caractérise les dimensions d'une cavité optique [15]. Il est défini par $F = \frac{a^2}{L\lambda}$. λ est la longueur d'onde, a la largeur et L la longueur de la cavité. F caractérise aussi la quantité de modes transverses que peut contenir la cavité. Une cavité de faible nombre de Fresnel contient peu de modes tandis qu'une cavité à grand nombre de Fresnel en contient beaucoup.

optiques à grand nombre de Fresnel aussi appelés *systèmes étendus*. Il s'agit des patterns optiques. Les premières études (théoriques ou expérimentales) consacrées à ces phénomènes datent de la fin des années 80. Nous précisons dans le paragraphe 1.2.2 dans quelles configurations géométriques ils ont été observés et pourquoi les matériaux photoréfractifs ont des propriétés permettant leur formation. Enfin, dans le paragraphe 1.2.3, nous présentons les observations expérimentales de patterns dans les cristaux photoréfractifs.

1.2.1 Effets transverses dans les systèmes non étendus (cavités laser)

Il existe une diversité de modes spatiaux émis par les cavités lasers [16]. L'émission d'un faisceau spatialement monomode est un cas particulier. Les images (a) et (b) de la figure 1.4 représentent tous les modes que peut émettre une cavité laser. Ils sont décrits par la famille des faisceaux de Laguerre-Gauss (a) lorsque la cavité a une géométrie cylindrique ou par la famille des faisceaux d'Hermite-Gauss (b) lorsque la cavité a une géométrie rectangulaire. Ces deux familles sont des bases complètes de solutions de l'équation d'Helmholtz paraxiale. En d'autres termes, l'allure transverse d'un faisceau émis par une cavité peut être décrite par une combinaison linéaire des modes de l'une ou l'autre famille.

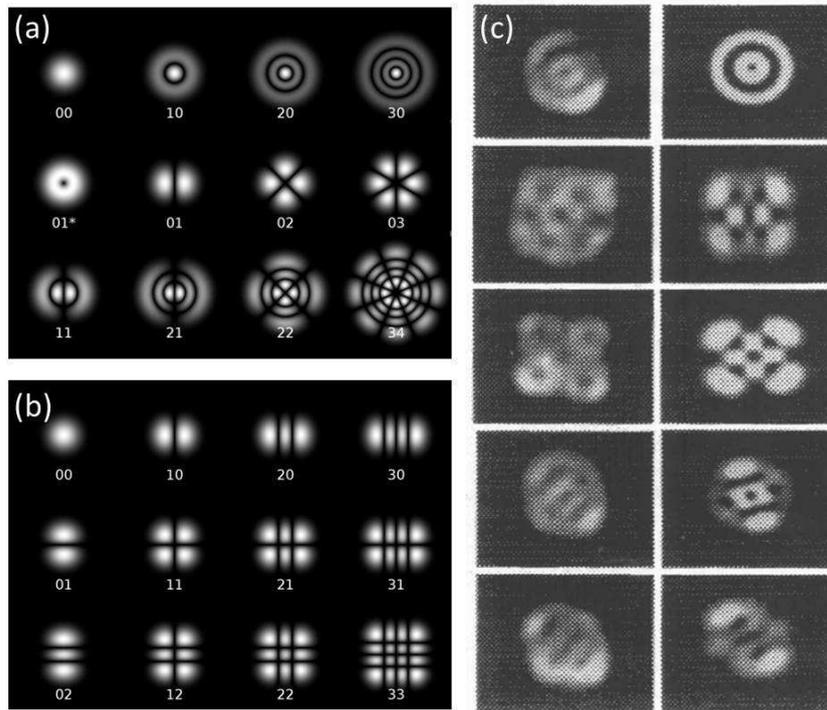


FIGURE 1.4 – Modes spatiaux de cavité. (a) Modes de Laguerre-Gauss. (b) Modes d'Hermite-Gauss. (c) "Optical vortices crystals" [17].

Souvent, les modes d'ordre faible sont émis en priorité. Cependant, la présence dans la cavité d'un matériau entraînant des pertes optiques peut aboutir à l'émission de modes d'ordres supérieurs : des pertes spatialement non uniformes favorisent certains modes par rapport à d'autres. De même, la présence d'un matériau ayant des propriétés non linéaires peut influencer l'allure transverse du faisceau émis, surtout lorsque la non linéarité joue un rôle d'une importance variable selon les modes. Dans ce cas, la cavité peut émettre une superposition de modes linéaires de cavité, en interaction mutuelle non linéaire. Pour certaines combinaisons de ces modes, une ou plusieurs singularités de phase peuvent ap-

paraître. Ces singularités de phase sont alors réparties régulièrement, on parle de "phase singularity crystals" [18] ou d'"optical vortices crystals" [17]. L'image (c) de la figure 1.4 en donne quelques exemples.

Si plusieurs modes émis sont dégénérés en fréquence, le faisceau final peut avoir une allure transverse dynamique, on parle dans la littérature de "dynamical transverse laser patterns" [19, 20]. Enfin, on peut aussi obtenir une dynamique transverse en modifiant la longueur de la cavité [21] ou grâce à une brisure de symétrie du système : par exemple quand le pompage optique est asymétrique [22] ou quand on introduit une rotation du champ [23, 24].

1.2.2 Les patterns dans les systèmes optiques étendus

Les phénomènes transverses décrits précédemment (observés dans les systèmes non étendus, à faible nombre de Fresnel) sont parfois appelés "patterns" dans la littérature. Ils sont fortement influencés par les frontières du système et leurs échelles transverses dépendent directement du nombre de Fresnel. Cependant, les patterns observés dans les systèmes étendus (à grand nombre de Fresnel) sont d'un type différent. Leurs géométries ne sont pas influencées par les frontières du système. Leurs dimensions transverses sont indépendantes du nombre de Fresnel, ils sont dits dans un régime "massif" ("bulk-controlled regime") [25]. Dorénavant, quand nous utiliserons le terme "pattern", il s'agira du deuxième type. Ceux-ci sont obtenus grâce au phénomène d'*instabilité de modulation*. L'instabilité de modulation est un processus physique de déstabilisation d'une onde induite par la non-linéarité. Au-delà d'un certain seuil de non-linéarité, l'onde bifurque d'un état homogène vers un état modulé et des bandes spectrales apparaissent dans le domaine fréquentiel.

On peut observer le phénomène d'instabilité de modulation dans les domaines temporel et spatial. Dans le domaine temporel, il peut être observé lors de la propagation d'un faisceau dans une fibre aux propriétés nonlinéaires : un faisceau continu peut être instable et se transformer en une succession d'impulsions. La figure 1.5 présente l'évolution, relevée par Tai *et al.*, du spectre fréquentiel d'un faisceau laser se propageant dans une fibre optique nonlinéaire [26]. L'image (a) est le spectre du faisceau incident. Les images (b,c,d) représentent les spectres du faisceau de sortie pour des intensités incidentes valant respectivement 5.5W, 6.1W et 7.1W. Au cours de ce processus, des lobes secondaires apparaissent dans le spectre fréquentiel du faisceau par amplification de certaines fréquences du bruit. L'instabilité de modulation peut aussi être observée dans le cas où deux faisceaux se propagent dans la fibre [27]. On peut tirer parti de ce phénomène pour la production de faisceaux impulsionnels à partir de faisceaux continus. Inversement, le phénomène est vu comme un défaut lorsqu'on souhaite transmettre des faisceaux optiques de forte puissance, dans le domaine des télécommunications notamment.

Dans le domaine spatial, l'instabilité de modulation se manifeste par l'apparition d'une modulation de l'intensité d'un faisceau laser dans un plan transverse. L'état modulé est un "pattern". Pour observer ce phénomène, nous avons vu précédemment que le système doit être *dissipatif*. En optique, le système doit donc être parcouru par un flux lumineux constant. De plus, nous avons aussi vu qu'Alan Turing a modélisé l'apparition de patterns chimiques par une compétition entre effets diffusifs et effets réactifs. Par analogie, les patterns optiques résultent de la compétition entre les effets de diffraction du faisceau et les effets nonlinéaires obtenus grâce aux propriétés du matériau. La diffraction du faisceau joue le rôle des effets diffusifs en chimie et la non-linéarité du matériau joue le rôle de la réaction chimique. L'interaction entre la diffraction et la non-linéarité permet le processus d'instabilité de modulation en optique.

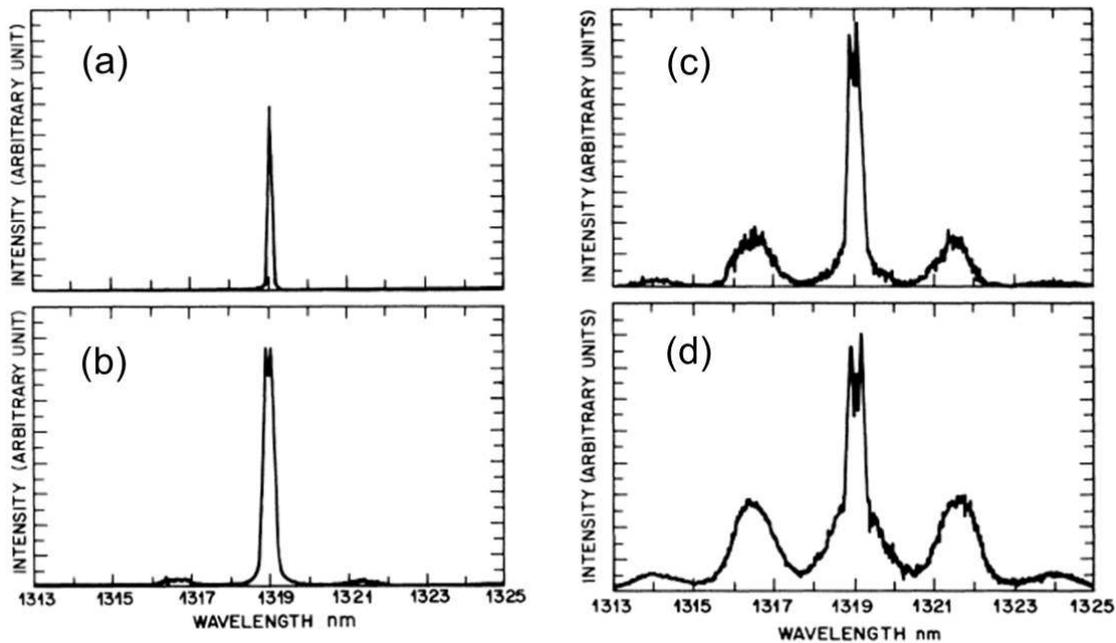


FIGURE 1.5 – Phénomène d’instabilité de modulation observé par Tai *et al.* dans une fibre optique nonlinéaire : des lobes secondaires émergent dans le spectre fréquentiel du faisceau [26]. Les courbes représentent les spectres fréquentiels du faisceau incident (a) ou du faisceau en sortie de fibre pour une intensité pompe de 5.5W (b), 6.1W (c) et 7.1W (d).

Les configurations géométriques utilisées pour l’observation de patterns

Les configurations ayant montré la possibilité de formation de patterns sont représentées sur la figure 1.6. Il s’agit :

- de la propagation simple (Fig. 1.6-a), le faisceau lumineux traverse le milieu nonlinéaire dans un seul sens.
- du système simple rétroaction (Fig. 1.6-b), le faisceau traverse le matériau nonlinéaire, est réfléchi par un miroir et re-traverse le matériau en sens inverse.
- de la cavité Fabry-Pérot ou cavité linéaire (Fig. 1.6-c), le matériau est placé entre deux miroirs.
- de la cavité en anneau (Fig. 1.6-d), le milieu nonlinéaire est placé dans une cavité formée par plus de deux miroirs.

La figure 1.7 schématise le processus d’instabilité de modulation dans le cas d’un faisceau en propagation simple (F_0) et dans le cas de deux faisceaux contra-propageants (F_0 et B_0). Le processus se caractérise par l’apparition de réseaux d’indice (traits rouges et bleus) dans le matériau et de faisceaux satellites (F_{+1} , F_{-1} , B_{+1} et B_{-1}). Dans le cas de la figure 1.7-a, seul le faisceau primaire F_0 existe initialement. Il se propage dans le matériau dont l’indice est homogène. Cependant, des vecteurs d’onde transverses existent à cause du bruit présent dans le système. Les faisceaux satellites associés, de très faible amplitude, interfèrent avec le faisceau primaire F_0 . Or, dans les matériaux photoréfractifs, l’interférence de deux faisceaux lasers cohérents, c’est-à-dire la présence d’une illumination périodique, aboutit à la formation d’un réseau d’indice via les phénomènes de création et de transport de porteurs de charge dans le matériau et l’effet Pockels². Il apparaît donc des réseaux d’indice de faible amplitude dans le matériau. Le faisceau primaire F_0 diffracte

2. Ces phénomènes sont détaillés dans la suite.

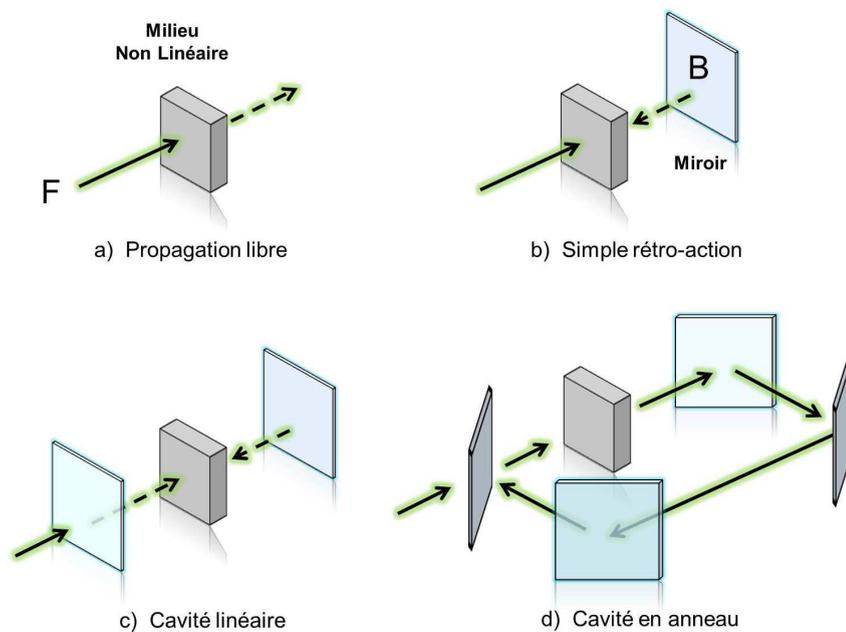


FIGURE 1.6 – Configurations permettant l’observation de patterns optiques. (a) Propagation simple en milieu non-linéaire (F : faisceau incident). (b) Système à simple rétroaction optique (B : faisceau retour réfléchi). (c) Cavité linéaire (ou cavité Fabry-Pérot). (d) Cavité en anneau. Cette image est extraite de la thèse de N. Marsal [28].

alors sur ces réseaux et transfère de l’énergie aux faisceaux satellites. Cette amplification de l’intensité des faisceaux satellites entraîne une augmentation de l’amplitude des réseaux d’indice associés. Et ainsi de suite. Les faisceaux satellites (F_{+1} et F_{-1}) sont alors créés. En résumé, l’instabilité de modulation est un processus d’amplification de certains vecteurs d’onde transverses liés au bruit grâce à la formation de réseaux d’indice dans le cas des matériaux photoréfractifs.

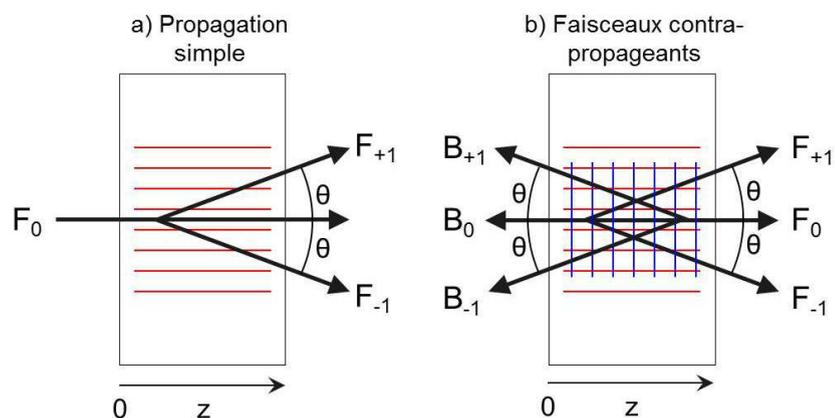


FIGURE 1.7 – Schéma du processus d’instabilité de modulation. (a) Un seul faisceau en propagation simple. (b) Deux faisceaux contra-propageants. F_0 et B_0 sont les faisceaux primaires et F_{+1} , F_{-1} , B_{+1} et B_{-1} sont les faisceaux satellites créés par instabilité de modulation. Les réseaux de transmission sont représentés en rouge et les réseaux de réflexion en bleu.

Dans le cas de deux faisceaux primaires co-propageants (F_0 et B_0) (Fig. 1.7-b), le processus est identique mais il existe alors deux types de réseau d'indice dans le matériau. Les réseaux de transmission (en rouge sur la figure 1.7) sont les réseaux d'indice orientés parallèlement à la direction de propagation des faisceaux primaires et proviennent de l'interférence des couples de faisceaux $(F, F_{\pm 1})$ et $(B, B_{\pm 1})$. Les réseaux de réflexion (en bleu sur la figure 1.7-b) sont quant à eux orientés perpendiculairement aux faisceaux primaires et proviennent de l'interférence des couples de faisceaux (F, B) , $(F, B_{\pm 1})$ et $(B, F_{\pm 1})$. Les justifications théoriques de l'instabilité de modulation et donc de l'apparition de patterns ont d'abord été réalisées dans le cas de deux faisceaux co- ou contra-propageants dans les matériaux à nonlinéarité Kerr [29–35]³. Des comportements oscillants voire chaotiques sont notamment prévus dans certaines zones de paramètres [31, 34]. Les études dans le cas d'un milieu photoréfractif ont suivi peu après, d'abord en ne considérant que l'influence des réseaux de transmission [36] puis en considérant les réseaux de réflexion [37].

Les milieux nonlinéaires : les matériaux photoréfractifs

Plusieurs types de matériaux ont été utilisés pour l'observation de patterns optiques : les vapeurs atomiques [2], les cristaux liquides [1], les matériaux organiques [3] ou les cristaux photoréfractifs [4]. Dans cette thèse, nous nous intéressons aux matériaux photoréfractifs. Nous avons vu précédemment que le phénomène d'instabilité de modulation, par la création de réseau d'indice, mène à la formation de patterns optiques. Nous expliquons maintenant en détail en quoi consiste cet "effet photoréfractif" et comment l'interférence de faisceaux y crée des réseaux d'indice, permettant l'observation de patterns et autres comportements complexes.

Effet photoréfractif : définition, mécanismes

Définition

L'effet photoréfractif est un phénomène d'optique non-linéaire se caractérisant par une modification des propriétés du matériau par un faisceau laser. Plus précisément, lorsque le matériau est illuminé par un faisceau d'intensité non-uniforme, son indice de réfraction devient lui aussi non-uniforme. Ceci a été observé pour la première fois dans des cristaux de $LiNbO_3$ et $LiTaO_3$ en 1966 par Ashkin *et al.* [38]. En étudiant la propagation de faisceaux laser dans ces cristaux électro-optiques, il a été observé un phénomène de distorsion spatiale du faisceau, causée par une inhomogénéité de l'indice de réfraction. Ceci était initialement considéré comme un défaut et a été appelé "dommage optique". L'effet a ensuite été observé dans d'autres cristaux électro-optiques isolants ($BaTiO_3$, $KNbO_3$, SBN , KTN , $KNSBN$, BSO) ou semi-conducteurs (BGO , $GaAs$, InP et $CdTe$) [39].

Au cours de l'effet photoréfractif, les impuretés du matériau jouent un rôle très important. Leurs niveaux d'énergie associés sont situés entre la bande de valence et la bande de conduction du matériau. Ainsi, les impuretés peuvent favoriser les transferts d'électrons (de trous) d'une bande à l'autre. Quand le cristal est illuminé, les impuretés peuvent être ionisées si l'énergie des photons est suffisamment intense. Des électrons (trous) passent alors dans la bande de conduction (bande de valence). Les impuretés ainsi ionisées sont appelées impuretés donneuses (elles donnent des électrons). Une fois ionisées, elles peuvent

3. Dans le cas des matériaux Kerr, le processus d'instabilité de modulation n'est pas permis par la création et le transport de porteurs de charge comme dans le cas photoréfractif mais par la dépendance de l'indice de réfraction à l'illumination locale : $n_{Kerr} = n_0 + n_2 I$.

agir comme des sites "pièges", elles peuvent capturer des électrons. Ces électrons capturés peuvent être eux-mêmes ré-excités.

Ce processus d'excitation des impuretés et donc de création de porteurs de charge a lieu seulement en présence d'une illumination. Ainsi, si l'illumination incidente est spatialement non-uniforme, la concentration de porteurs de charge dans le matériau sera aussi non-uniforme. Cette non-uniformité de la concentration des porteurs créera ensuite un champ électrique dans le matériau appelé champ de charge d'espace. Enfin, l'indice de réfraction deviendra finalement lui aussi non-uniforme grâce à l'effet Pockels (effet électro-optique linéaire).

Mécanismes

La figure 1.8 présente en détail les étapes menant à la création d'un réseau d'indice lors de l'interférence de deux faisceaux lasers dans un cristal photoréfractif.

- L'interaction de deux faisceaux lasers cohérents dans le matériau crée d'abord une figure d'interférence (1.8-a) : l'intensité lumineuse dans le cristal est modulée. La création de porteurs de charge (électrons et/ou trous) est ainsi non-uniforme dans le matériau. Là où une illumination est présente, des impuretés sont ionisées, elles fournissent des électrons (trous) à la bande de conduction (valence) et deviennent alors des sites "pièges" pouvant ré-absorber un électron (trou). Inversement, dans les zones non illuminées, aucun porteur de charge n'est créé.
- Ces électrons (trous) de la bande de conduction (valence) migrent ensuite dans le matériau. Ce déplacement est déterminé par trois phénomènes : l'entraînement des charges par la présence d'un champ électrique dans le matériau, la diffusion due à la répartition non-uniforme des charges et l'effet photovoltaïque. Grâce à ce déplacement, la densité de charges devient non-uniforme (1.8-b).
- Cette densité de charge non-uniforme crée donc un champ électrique dans le matériau, le champ de charge d'espace (1.8-c).
- Les matériaux photoréfractifs étant des cristaux électro-optiques, ils sont soumis à l'effet électro-optique linéaire dit effet Pockels. En d'autres termes, la présence d'un champ électrique introduit une modification de l'indice de réfraction (1.8-d). Ce réseau d'indice est décalé d'un déphasage Φ par rapport au réseau d'illumination. Ce déphasage est illustré par la ligne en pointillés sur la figure 1.8.

Modèle de transport par bandes

Hypothèse simplificatrice

Nous détaillons maintenant un modèle simple de l'effet photoréfractif : le modèle de transport par bandes. Il a été développé par Kukharev *et al.* en 1979 [40] et permet d'expliquer la plupart des phénomènes photoréfractifs. Nous avons vu que c'est la présence d'impuretés dans le matériau qui permet la création de réseaux d'indice non uniformes. L'hypothèse simplificatrice du modèle de transport par bandes est que *toutes les impuretés donneuses sont identiques* (un seul type de donneurs), c'est-à-dire qu'elles ont exactement le même niveau d'énergie, quelque part entre la bande de valence et la bande de conduction. Cette hypothèse est illustrée sur la figure 1.9 : les impuretés donneuses sont toutes placées au même niveau énergétique. Sous l'effet de l'illumination, ces impuretés peuvent être ionisées. En absorbant un photon, elles émettent un électron qui atteint la bande de conduction (on se limite à un type de porteurs de charge : les électrons). Ces impuretés ionisées sont, elles, capables de capter un électron (recombinaison d'une paire électron-trou). En considérant cette hypothèse, écrivons maintenant les équations du système.

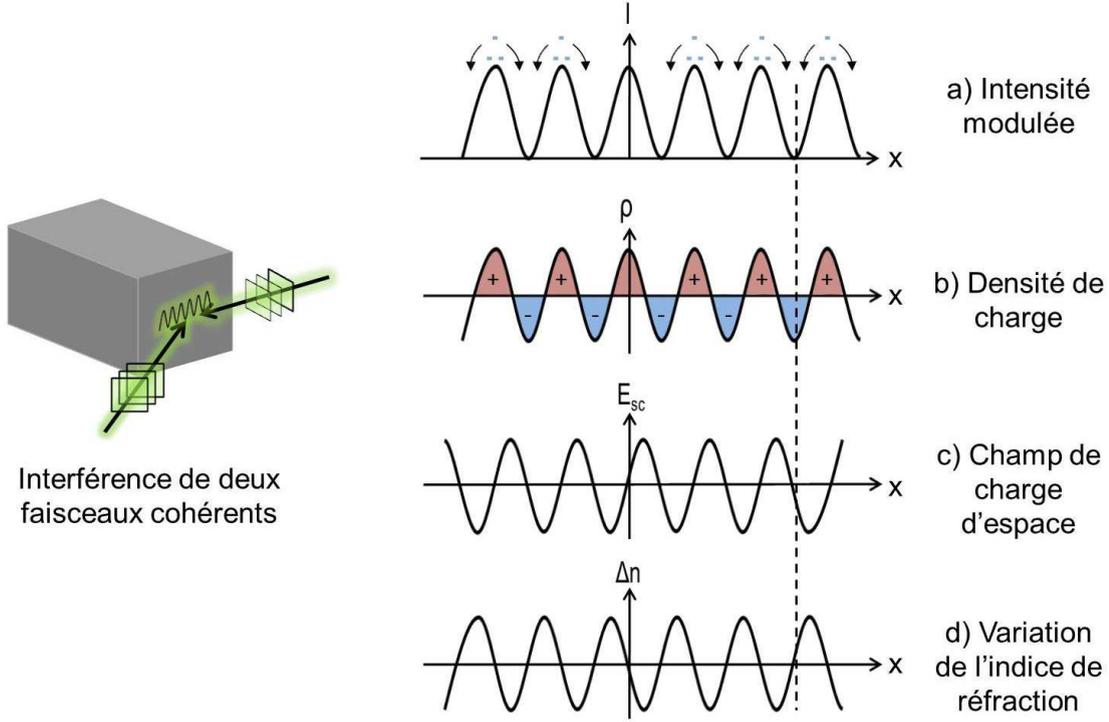


FIGURE 1.8 – Etapes du processus de création du réseau d'indice lors de l'interférence de deux faisceaux lasers dans un matériau photoréfractif. a) Figure d'interférence et excitation des charges. b) Obtention d'une densité de charge non-uniforme. c) Création d'un champ électrique dit champ de charge d'espace. d) Création du réseau d'indice par effet Pockels.

Mise en équation

Equation de génération des donneurs ionisés

Le nombre de donneurs ionisés augmente lors de la photoexcitation de charges et diminue lors de leur recombinaison. On écrit donc :

$$\frac{\partial N_d^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_d - N_d^+) - \gamma_R N_e N_d^+ \quad (1.1)$$

où N_d est la densité d'impuretés donneuses (non ionisées), N_d^+ la densité d'impuretés donneuses ionisées, N_e est la densité d'électrons, s la constante de photo-excitation, β le taux d'excitation thermique des électrons et γ_R la constante de recombinaison des électrons. $(sI + \beta)(N_d - N_d^+)$ est le taux de génération d'électrons et $\gamma_R N_e N_d^+$ est le taux de recombinaison de paires électron-trou.

Equation de génération des électrons

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = \frac{\partial N_d^+}{\partial t} + \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \quad (1.2)$$

où $-e$ est la charge électrique d'un électron ($e = 1.602 \times 10^{-19} C$) et \vec{j} est la densité de courant. Cette équation exprime la *conservation de la charge électrique*.

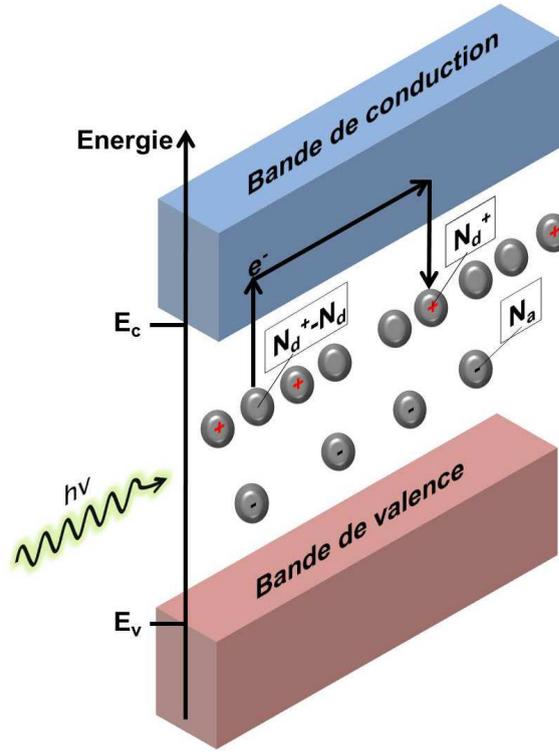


FIGURE 1.9 – Schéma du modèle de transport par bandes de l'effet photoréfractif. E_V et E_C sont respectivement les niveaux d'énergie de la bande de valence et de la bande de conduction. Les impuretés du matériau sont représentées par les cercles gris. Les signes + et - sur les impuretés indiquent si elles ont un électron en moins ou en trop. Cette image est extraite de la thèse de N. Marsal [28].

Expression de la densité de courant

$$\vec{j} = e\mu_e N_e \vec{E} + k_B T \mu_e \vec{\nabla} N_e + \vec{J}_{pv} \quad (1.3)$$

où μ_e est la constante de mobilité des électrons, $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ le champ électrique local aussi appelé champ de charge d'espace $\vec{E}_{SC}(\vec{r}, t)$, k_B la constante de Boltzmann et T la température. \vec{J}_{pv} est la contribution de l'effet photovoltaïque à la densité de courant. Cette équation exprime le fait que la densité de courant a trois origines : les électrons sont mis en mouvement par la présence d'un champ électrique (\vec{E}), par l'effet photovoltaïque (\vec{J}_{pv}) et par diffusion si leur concentration est non-uniforme ($\vec{\nabla} N_e$).

Expression du champ électrique

$$\vec{\nabla} \tilde{\epsilon} \vec{E} = -e(N_e + N_A - N_d^+) \quad (1.4)$$

où $\tilde{\epsilon}$ est le tenseur diélectrique du matériau. Cette équation est l'application de la *loi de Poisson*.

Création du réseau d'indice par effet Pockels

Comme nous l'avons vu précédemment, la présence d'un champ électrique introduit une modification de l'indice de réfraction. Cet effet, appelé effet Pockels, est linéaire et peut être écrit sous la forme suivante :

$$\nabla \left(\frac{1}{n^2} \right)_{ij} = r_{ijk} E_k \quad (1.5)$$

où $n = n(\vec{r})$ est l'indice de réfraction au point \vec{r} , r_{ijk} le tenseur électro-optique et $E_k = E_k(\vec{r})$ est la k^{eme} composante du champ de charge d'espace au point \vec{r} .

Comme la variation d'indice est relativement faible ($\Delta n \ll n$), on peut linéariser l'expression précédente et écrire :

$$\Delta n(r) = \pm \frac{n_0^3}{2} r_{eff} E(r) \quad (1.6)$$

où n_0 est l'indice de réfraction effectif du matériau et r_{eff} est le coefficient électro-optique effectif. Ce coefficient dépend de la géométrie d'interaction et de la polarisation des faisceaux lasers.

Quelques applications

Grâce au phénomène photoréfractif, il est par exemple possible d'enregistrer un hologramme dans un matériau en y faisant interférer deux faisceaux [41, 42]. Le réseau d'indice ainsi obtenu peut être effacé en illuminant le matériau avec un faisceau d'intensité uniforme.

L'effet photoréfractif permet aussi la réalisation de couplage d'ondes (ou mélange d'ondes). Quand deux faisceaux cohérents interagissent dans un matériau photoréfractif, un réseau d'indice stationnaire est créé. Or, grâce aux phénomènes de transport des porteurs de charge dans le matériau, le réseau d'indice est spatialement décalé par rapport au réseau d'interférence. Ce décalage entraîne la possibilité de transferts non-réciproques d'énergie entre les deux faisceaux. Ce transfert d'énergie peut être utilisé pour amplifier des images [43], corriger les aberrations spatiales d'un faisceau [44], obtenir le conjugué en phase d'un faisceau [45], réaliser des réseaux de neurones en optique [46]...

Enfin, la création de réseaux d'indice permet la réalisation du processus d'instabilité de modulation (Fig. 1.7) et donc l'obtention de patterns optiques.

1.2.3 Les observations expérimentales de patterns dans les systèmes photoréfractifs

Nous présentons maintenant en détail les patterns photoréfractifs rapportés dans la littérature : dans les systèmes simple propagation, dans les systèmes à simple rétroaction optique, dans les cavités (linéaires ou en anneau). Enfin, nous présentons les observations de patterns obtenus par interaction de faisceaux incohérents.

Systèmes simple propagation

Le phénomène d'instabilité de modulation peut être observé lorsqu'un faisceau laser traverse un cristal photoréfractif [47, 48]. Comme il n'y pas de rétroaction optique dans ce cas, la transformation du faisceau est aussi appelée *filamentation*. La figure 1.10 montre

l'allure d'un faisceau après propagation dans un matériau auto-focalisant [48]. La force de la nonlinéarité est ici contrôlée par l'application d'un champ électrique externe. En l'absence de champ électrique, l'intensité du faisceau subit une légère modulation (a). Quand le champ électrique appliqué vaut 600V, le faisceau est modulé dans une dimension spatiale (b). Enfin, quand on augmente encore la valeur du champ à 1200V et 1500V, le faisceau est modulé dans les deux dimensions spatiales transverses (c,d). Ce phénomène de filamentation du faisceau est considéré comme un premier pas vers le développement de fluctuations turbulentes optiques.

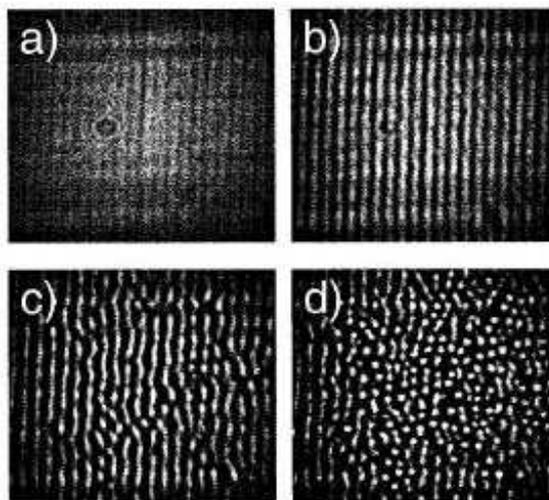


FIGURE 1.10 – Filamentation d'un faisceau optique [48]. La force de la nonlinéarité auto-focalisante est contrôlée par l'application d'un champ électrique extérieur. (a) 0 V. (b) 600 V. (c) 1200 V. (d) 1500 V.

Systèmes à simple rétroaction optique

Plusieurs équipes de recherche ont observé des patterns photoréfractifs dans un système à simple rétroaction. La première observation date de 1993 et a été obtenue grâce à un cristal de Niobate de Potassium non dopé ($KNbO_3$) par Honda [4]. La géométrie du pattern obtenu était hexagonale et les réseaux d'indice dans le matériau étaient majoritairement des réseaux de réflexion. Les images (a) et (b) de la figure 1.11 présentent le champ proche et le champ lointain d'un pattern observé par Banerjee *et al.* en 1995 en utilisant cette fois un cristal dopé avec des atomes de Fer ($KNbO_3 : Fe$) [49]. Des patterns semblables (hexagonaux) ont aussi été obtenus dans un système à simple rétroaction optique avec d'autres cristaux comme le Titanate de Baryum dopé ou non ($BaTiO_3$) [50–52] ou le Niobate de Lithium ($LiNbO_3$) [53].

Cavités (linéaires ou en anneau)

Le premier montage d'une cavité photoréfractive a été réalisé par Arecchi *et al.* Il est schématisé sur la figure 1.12. Il s'agit d'un cristal photoréfractif BSO placé dans une cavité en anneau réalisée avec quatre miroirs. Le nombre de modes spatiaux présents dans la cavité est contrôlé⁴. Lorsque seulement quelques modes transverses sont permis, les au-

4. Les auteurs contrôlent le nombre de Fresnel du système en introduisant une lentille de distance focale $L/4$ et un trou. L est la longueur de la cavité. Ainsi, grâce à l'ajout de la lentille, la cavité est confocale. L'ajout du trou permet de filtrer les modes d'ordre supérieur.

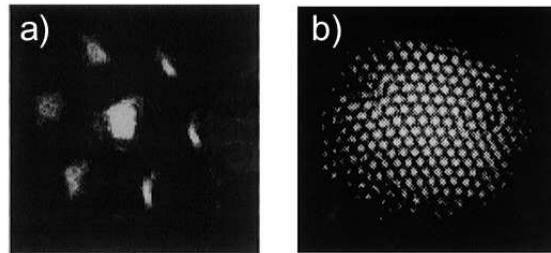


FIGURE 1.11 – Pattern hexagonal en champ lointain (a) et en champ proche (b) observé grâce à un cristal de $KNbO_3 : Fe$ placé dans un système à simple rétroaction [49].

teurs observent une alternance périodique ou chaotique de ces modes [22]. Mais comme le système n'est pas étendu (faible nombre de Fresnel), l'état observé n'est pas un pattern. L'organisation transverse de l'intensité correspond aux modes spatiaux de la cavité. Cependant, la situation change quand les auteurs augmentent le nombre de Fresnel de la cavité. Quand un grand nombre de modes co-existent, l'échelle de la modulation transverse du faisceau ne dépend plus du nombre de Fresnel [25, 54]. Ce deuxième cas correspond à un régime d'observation de patterns.

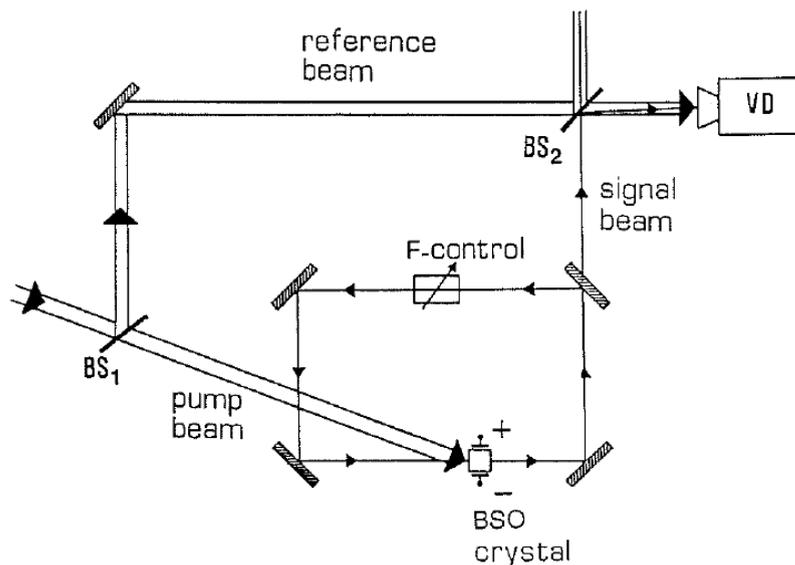


FIGURE 1.12 – Schéma de la cavité photoréfractive en anneau réalisée par Arecchi *et al.* [54]

Il est aussi possible de réaliser la cavité avec deux miroirs seulement, il s'agit dans ce cas de la cavité dite linéaire ou Fabry-Pérot. L'image (a) de la figure 1.13 présente le schéma d'un montage réalisé par Mamaev et Saffman [55]. Ici, la cavité est formée par deux faces du cristal ($KNbO_3 : Fe$). Deux faisceaux pompes traversent le cristal et apportent de l'énergie à la cavité. La cavité n'est pas une cavité laser, c'est-à-dire qu'elle ne possède pas de modes transverses de cavité. Ces modes ne sont pas stables. Les auteurs montrent que lorsque les faisceaux F et B sont suffisamment intenses, le rayonnement optique dans la cavité (faisceaux f et b) bifurque vers un état modulé. Les images (b-g) présentent des géométries observées en champ proche. Le pattern peut être composé de raies (b), de carreaux (c), de raies ondulées (d) ou de rouleaux croisés (e). Les auteurs observent aussi des cas où plusieurs vecteurs d'onde sont excités simultanément. Le pattern est alors

composé de géométries de différentes symétries co-existantes en champ proche (f-g).

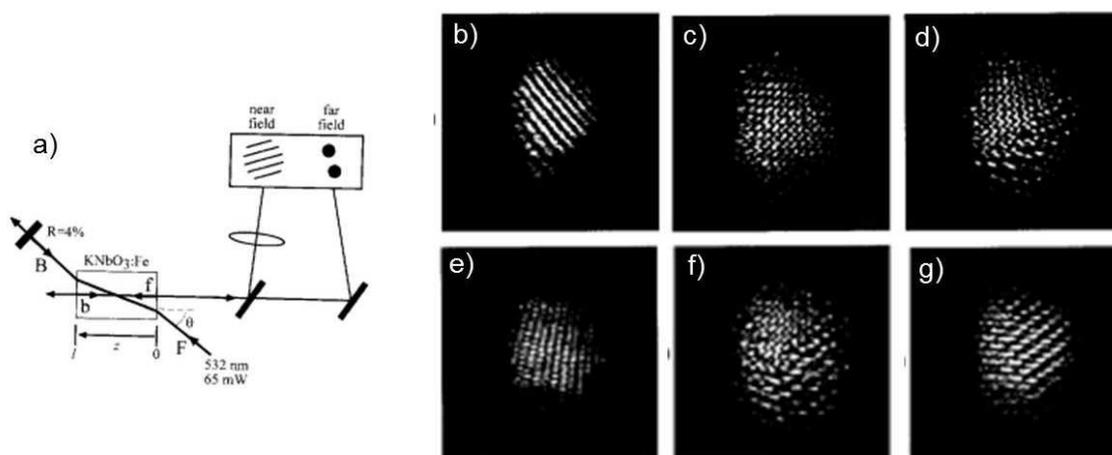


FIGURE 1.13 – Patterns photoréfractifs observés dans une cavité linéaire (a) réalisée par Mamaev et Saffman [55]. Les images (b-g) des exemples de patterns observés en champ proche.

Un troisième expérience de cavité photoréfractive a été réalisée par Staliunas *et al.* Ici, la cavité est linéaire et confocale [56]. Un cristal photoréfractif de $BaTiO_3$ est placé dans une cavité formée par deux miroirs sphériques. Le schéma du montage est indiqué sur la figure 1.14-a. L'intérêt d'utiliser un résonateur confocal est qu'un très grand nombre de modes transverses de cavité est alors permis [57]. Les images (b), (c) et (d) représentent des allures du faisceau en champ proche observées avec ce montage. Le faisceau (b) contient des vortex⁵ (au niveau des zones sombres) et est dynamique. La position des vortex évolue librement dans le temps et n'est pas imposée par les frontières du système. Le pattern (c) est composé de raies inclinées organisées en deux domaines séparés par une rangée de vortex. Enfin, des rouleaux croisés sont observés sur le pattern (d). Ces trois types de faisceaux ont aussi été obtenus par simulation de l'équation de Swift-Hohenberg complexe.

Patterns observés avec des faisceaux incohérents

Enfin, il a aussi été prouvé que l'instabilité de modulation est possible lorsque deux faisceaux *incohérents* se rencontrent dans un milieu photoréfractif. En 2000, une expérience montre que deux faisceaux spatialement partiellement cohérents peuvent bifurquer vers un état modulé pendant leur propagation dans un cristal photoréfractif SBN [59]. L'image (a) de la figure 1.15 montre l'allure du pattern obtenu. Ici, la non-instantanéité de la non-linéarité du matériau joue un rôle clé dans la formation du pattern et le seuil dépend du degré de cohérence spatiale des deux faisceaux. Cette observation a été confirmée peu après [60]. Enfin, des variantes de cette première expérience ont été réalisées ensuite. Dans [59], l'incohérence spatiale a été obtenue en faisant passer le faisceau dans un diffuseur tournant qui introduit une phase aléatoire. Mais cette incohérence peut aussi être réalisée en utilisant une cavité de longueur plus grande que la longueur de cohérence du laser [61]. Un pattern a aussi été obtenu avec des faisceaux incohérents spatialement et temporellement (Fig. 1.15-b) [62]. Enfin, de la lumière blanche incohérente peut aussi subir le phénomène d'instabilité de modulation [63]. Dans cette dernière publication, les auteurs montrent qu'il s'agit d'un phénomène collectif : toutes les fréquences temporelles ont le même seuil d'instabilité et s'organisent selon la même périodicité spatiale.

5. La définition d'un vortex est donnée dans le chapitre 3.

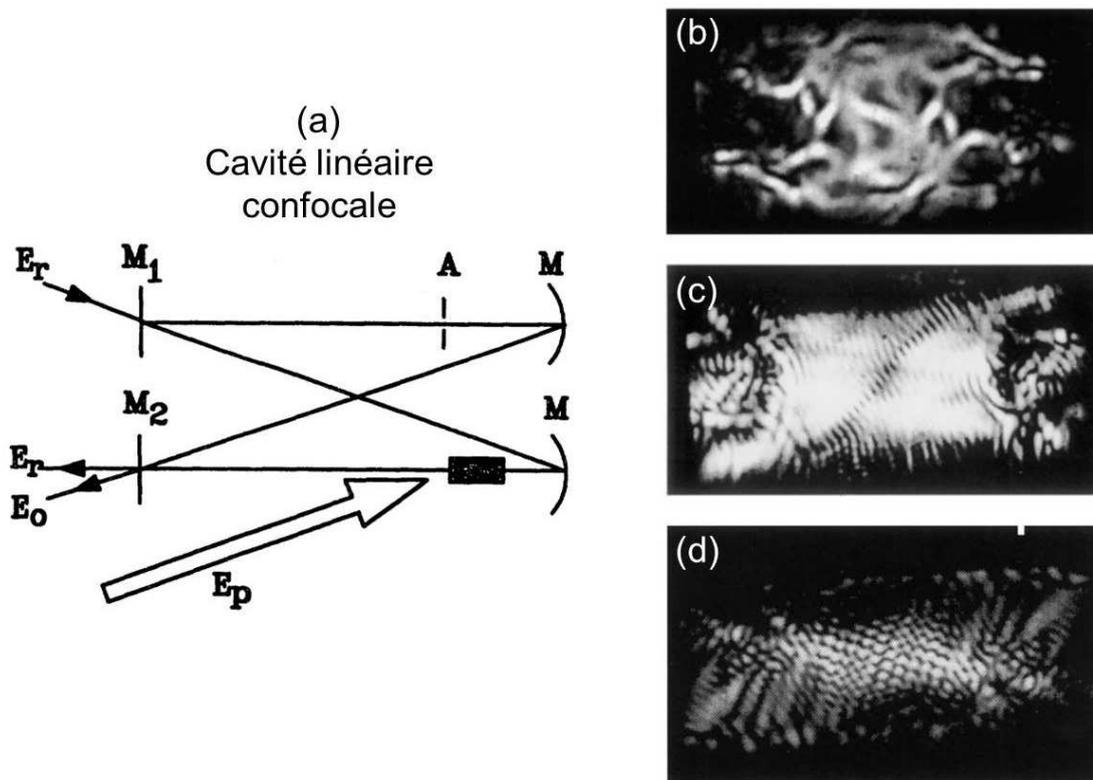


FIGURE 1.14 – Patterns photoréfractifs observés par Staliunas *et al.* dans une cavité linéaire confocale [56]. (a) Schéma du montage (tiré de [58]). (b-d) Patterns en champ proche

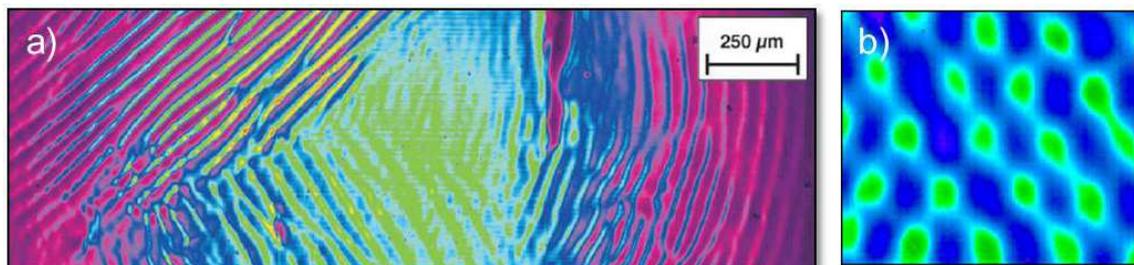


FIGURE 1.15 – Patterns photoréfractifs en champ proche obtenus par interaction de deux faisceaux partiellement spatialement cohérents (a) [59] ou par interaction de deux faisceaux spatialement et temporellement incohérents (b) [62].

1.3 Les moyens de contrôle des patterns

Nous avons vu que dans un système étendu, nonlinéaire et dissipatif, la répartition transverse de l'intensité d'un faisceau laser peut changer. Le système change d'état. On peut alors se poser la question : peut-on contrôler cet état ? Pour exploiter le phénomène de formation de patterns pour des applications en télécommunications par exemple, la question fondamentale est de pouvoir contrôler les bifurcations ou de choisir l'état du système s'il en existe plusieurs.

1.3.1 Déplacement longitudinal du miroir

On peut modifier la géométrie du pattern en déplaçant un miroir dans la direction longitudinale. Dans le système à simple rétroaction optique, il a notamment été prouvé que lorsque le miroir est placé à l'intérieur du cristal (à l'aide d'un système de rétroaction $2f-2f$), le pattern peut être de forme carrée, rectangulaire ou hexagonale aplatie [64, 65]. La figure 1.16 présente des patterns obtenus par Schwab *et al.* pour différentes positions du miroir [65]. Quand le miroir est placé à l'extérieur du cristal, la géométrie du pattern est toujours hexagonale (a). Par contre, quand on place le miroir à l'intérieur du cristal, la longueur de diffraction est dite négative et la géométrie du pattern change (b-e). Dans cette zone toujours, le pattern peut être multistable [65] (plusieurs géométries sont possibles pour une même valeur des paramètres de réglage). Enfin, une position du miroir variable dans le temps a aussi une influence sur la géométrie du pattern et son seuil d'apparition [66, 67].

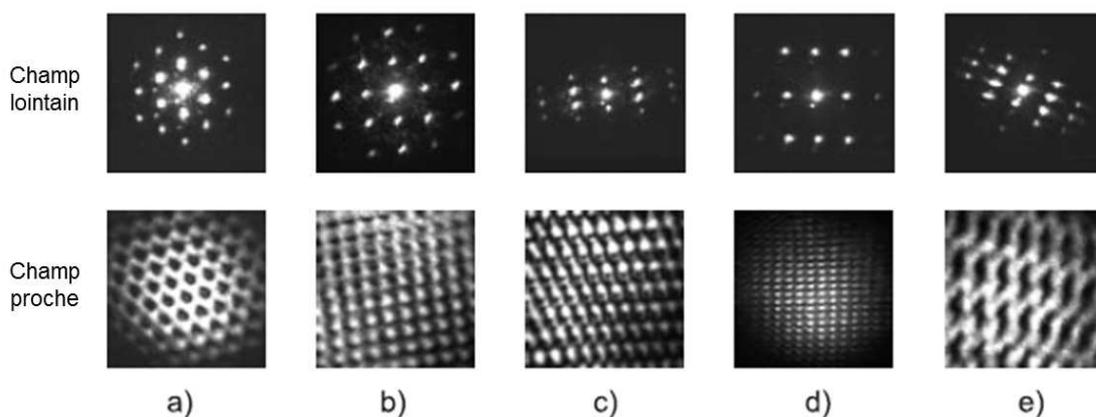


FIGURE 1.16 – Patterns photoréfractifs obtenus dans un système à simple rétroaction optique [65]. (a) Le miroir est placé à l'extérieur du cristal. (b-e) Le miroir est placé à l'intérieur du cristal.

1.3.2 Désalignement du miroir

On peut aussi influencer le pattern en introduisant une *nonlocalité* dans le système. On dit qu'un système possède la propriété de nonlocalité lorsque des éléments *distants* de ce système ont une influence directe les uns sur les autres. Dans le cas de l'étude des patterns photoréfractifs, cela signifie que l'état de la matière (la concentration de porteurs de charge) à un endroit du cristal a une influence directe sur son état à un endroit situé hors de son voisinage via la propagation du faisceau laser. Dans un système à simple rétroaction optique, cette propriété de nonlocalité est simplement obtenue en désalignant légèrement le miroir [68].

Le premier effet observé est l'apparition d'une dynamique du pattern : la structure se translate dans la direction du désalignement [69–71]. On parle d'effet d'*advection* ou de *dérive* dit "drift". Pour un faible tilt, cette advection est proportionnelle à la valeur du tilt. Cependant, en continuant de tourner le miroir, on peut observer un arrêt de la dynamique [72]. Nous verrons dans le paragraphe 1.4.2 que les patterns en dérive peuvent être différenciés en deux régimes distincts (absolu et convectif). Cette distinction est importante quant à l'influence du bruit sur la structure finale du pattern. Des comportements dynamiques très différents émergent alors.

Une dérive du pattern est aussi observée si le miroir de rétroaction est aligné mais que le faisceau incident est désaligné. Le pattern hexagonal en champ proche se met à

dérivée [73]. Si en plus le gain est non-uniforme dans le matériau alors cette dérive pourra être non-uniforme. Dans ce cas, on peut observer une rotation du champ lointain [73]. Une rotation semblable du champ lointain a été observée par un autre groupe mais cette rotation était irrégulière. Les faisceaux satellites tournaient un peu puis revenaient brutalement en arrière. Ce phénomène a été décrit sous l’expression “rocking motion” [74].

Un désalignement du miroir peut aussi modifier la géométrie du pattern. Initialement hexagonal lorsque le miroir est aligné, la géométrie peut se transformer en raies (horizontales ou verticales), en carrés ou en hexagones déformés [75–77]. La figure 1.17 présente des allures de patterns obtenus avec une valve à cristaux liquides placée dans un système à rétroaction optique [76]. La nonlocalité du système est quantifiée par le paramètre Δx , correspondant au déplacement transverse du faisceau retour. Pour $\Delta x = 0\mu m$, le pattern obtenu est hexagonal (a). Il est ensuite composé de raies horizontales pour $\Delta x = 50\mu m$ (b), de carrés pour $\Delta x = 180\mu m$ (c), de raies verticales pour $\Delta x = 220\mu m$ (d) et de “zig-zags” pour $\Delta x = 400\mu m$.

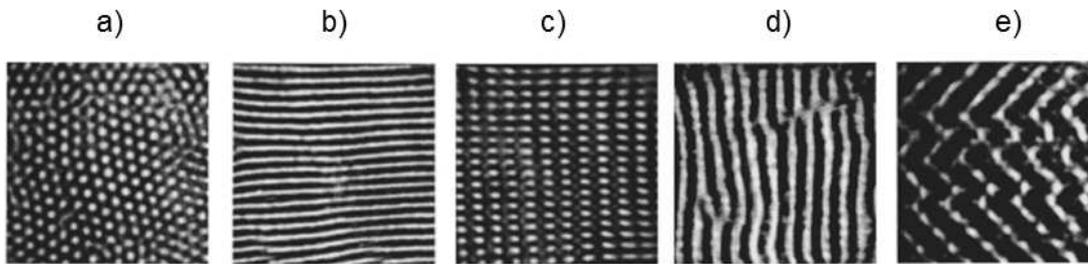


FIGURE 1.17 – Patterns en champ proche obtenus avec une valve à cristaux liquides placée dans un système à rétroaction optique [76]. (a) $\Delta x = 0\mu m$, (b) $\Delta x = 50\mu m$, (c) $\Delta x = 180\mu m$, (d) $\Delta x = 220\mu m$, (e) $\Delta x = 400\mu m$.

1.3.3 Rotation de la rétroaction

Il est aussi possible d’introduire une nonlocalité dans le système par une rotation du champ. Pour imposer la rotation, on envoie le faisceau dans une fibre dont on contrôle la torsion. Ceci peut être réalisé aussi bien dans un système à simple rétroaction optique [78] que dans une cavité [79]. Il en résulte que de nouvelles géométries stables apparaissent. Plusieurs géométries en coexistence ont pu être observées, des hexagones et des rouleaux par exemple [79]. Des structures quasipériodiques en champ proche ont aussi été reportées, on parle dans la littérature de “quasicrystals” [78]. Une telle structure est représentée sur la figure 1.18. En champ lointain, de nombreux vecteurs d’onde existent sur un cercle d’instabilité (b) tandis que la structure en champ proche est quasipériodique.

1.3.4 Filtrage de vecteurs d’onde

Un autre moyen d’influencer la géométrie d’un pattern est de filtrer certains de ses vecteurs d’onde. Grâce à un système de lentilles, on peut réaliser la transformée de Fourier spatiale du faisceau et intercaler un filtre dans le plan de Fourier. Grâce à cette technique, on peut stabiliser des vecteurs d’onde initialement instables [80–82] ou contrôler un comportement turbulent [83].

On peut aussi réaliser un filtrage spatial du pattern en inscrivant un réseau photonique (“photonic lattice”) dans le matériau (Fig. 1.19-a) [52, 84] ou en ajoutant un réseau photonique sur le trajet du faisceau mais en dehors du matériau non-linéaire (Fig. 1.19-b) [85].

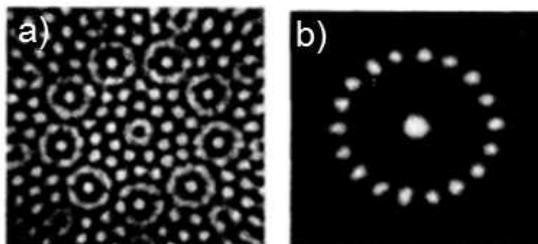


FIGURE 1.18 – Pattern en champ proche (a) et en champ lointain (b) obtenu dans un système à simple rétroaction optique lorsqu’une rotation d’un angle $2\pi/9$ est imposé au faisceau retour [78].

On peut aussi contrôler l’orientation du pattern en tournant ce réseau photonique [52, 84].

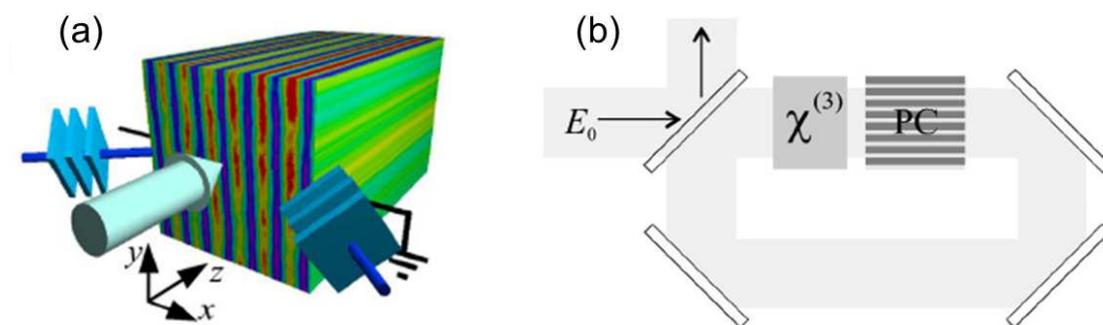


FIGURE 1.19 – Filtrage spatial du pattern avec un réseau photonique. (a) Un réseau photonique 1D est placé dans le milieu linéaire grâce à l’interférence de deux faisceaux cohérents (faisceaux bleus foncés) [84]. (b) Le réseau photonique est placé dans la cavité optique mais en dehors du matériau non linéaire [85].

1.3.5 Contrôle par la polarisation

Le dernier moyen de contrôle des patterns est la polarisation du faisceau. Pour certains matériaux, comme les cristaux photoréfractifs, la polarisation est imposée : une seule orientation permet l’activation du processus d’instabilité de modulation, celle qui permet d’exploiter le plus fort coefficient électro-optique du matériau. Cependant, la situation est différente pour les vapeurs atomiques (de Sodium ou de Rubidium), des effets de polarisation peuvent être observés. Dans le cas d’une simple propagation, un faisceau initialement polarisé linéairement peut se séparer en deux faisceaux de polarisations circulaires opposées : deux spots ou un spot et un anneau circulaire [86]. De plus, quand deux faisceaux se propagent dans la même direction, ils peuvent s’attirer ou se repousser mutuellement selon leurs polarisations respectives [87].

Dans un système à simple rétroaction optique, il a été montré que les faisceaux satellites créés par instabilité de modulation peuvent avoir une polarisation différente de celle du faisceau incident [88]. Ces effets de polarisation peuvent diversifier les géométries observées. Le nombre de faisceaux satellites peut varier [88]. Des patterns carrés [89] ou une transition d’un pattern en hexagones positifs en un pattern en hexagones négatifs [90] sont rapportés dans la littérature⁶. Concernant le seuil d’apparition des patterns, il a été montré qu’il

6. Un pattern organisé en hexagones positifs (ou “ $H0$ ”) est composé de pics organisés en hexagones.

dépend fortement du paramètre "ellipticité"⁷ du faisceau incident [91].

La géométrie du pattern peut aussi être modifiée en changeant la polarisation du faisceau de rétroaction. En intercalant une lame quart d'onde ($\lambda/4$) dans la boucle de rétroaction, des "quasipatterns" [92,93] et des superlattice patterns [94] ont été observés. La figure 1.20 présente un tel superlattice pattern obtenu par Westhoff *et al.* Le pattern en champ proche (b) et en champ lointain (c) a été obtenu avec le montage (a). Une première lame $\lambda/4$ en amont de la cellule de vapeurs de Sodium permet d'obtenir une polarisation incidente circulaire et une deuxième lame $\lambda/4$ permet de modifier la polarisation du faisceau retour en une polarisation circulaire orientée dans l'autre sens. Le pattern ainsi obtenu est quasipériodique en champ proche (b) tandis que les vecteurs d'onde spatiaux en champ lointain sont organisés en lattice (c). Enfin, en utilisant une lame $\lambda/8$ dans la boucle de rétroaction, le pattern peut prendre une géométrie triangulaire ou rhombique [95], voire même une géométrie en labyrinthes [96], telle que représentée par les images (e) et (f) de la figure 1.20. Comme l'indique le schéma (a), ces patterns, observés par Schüttler *et al.* sont obtenus avec une polarisation incidente linéaire et une polarisation circulaire du faisceau retour.

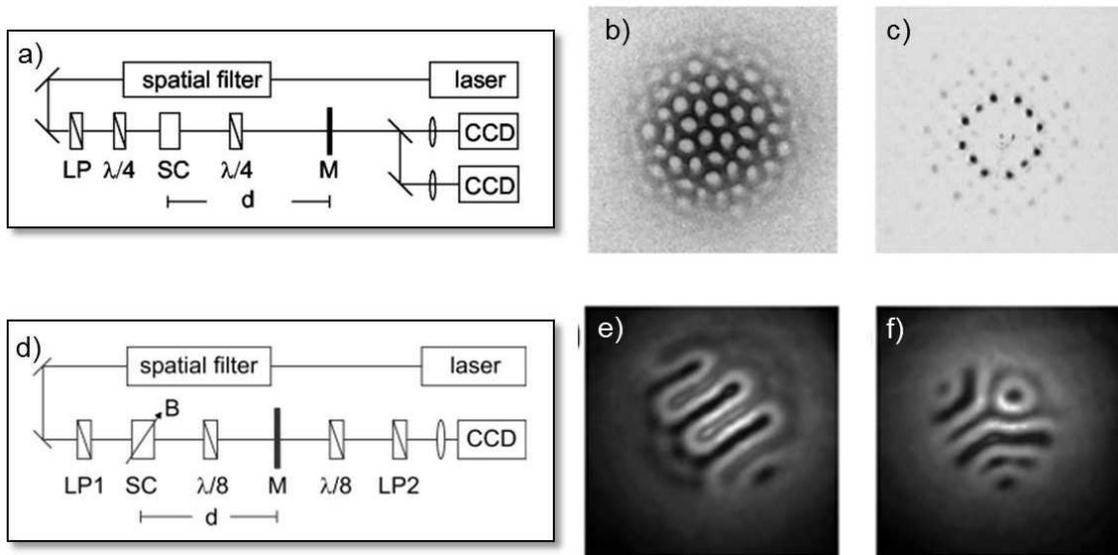


FIGURE 1.20 – Patterns obtenus avec une cellule de vapeur de sodium placée dans un système à simple rétroaction optique. Le pattern en champ proche (b) et en champ lointain (c) est obtenu avec le montage (a) : une lame $\lambda/4$ est placée en amont de la cellule et une autre est placée dans la boucle de rétroaction [94]. Les patterns en champ proche (e) et (f) sont obtenus avec le montage (d) : une lame $\lambda/8$ est placée dans la boucle de rétroaction [96].

1.4 Effets dynamiques des patterns

Nous avons décrit le phénomène physique permettant la création de patterns optiques, les principales observations de patterns photoréfractifs ainsi que les moyens de contrôle possibles de ces patterns. Cette thèse contribuera à la fois à la compréhension de la formation

Un pattern en hexagones négatifs (ou " $H\pi$ ") est une structure de type "nid d'abeille", ce sont les minima d'intensité qui sont organisés en hexagones [90].

7. Le paramètre "ellipticité" d'un faisceau laser représente la proportion de puissance entre sa composante de polarisation circulaire gauche et sa composante de polarisation circulaire droite. $\epsilon_{pol} = (P_+ - P_-)/(P_+ + P_-)$ où P_+ et P_- sont les puissances des deux composantes [91].

et du contrôle des patterns optiques mais aussi à l'analyse de dynamiques nouvelles. Aussi nous rappelons ici quelques résultats majeurs sur les dynamiques des patterns optiques : le phénomène de chaos spatiotemporel, les structures entretenues par le bruit en régime d'instabilités convectives, l'apparition d'évènements extrêmes et la formation de solitons dissipatifs.

1.4.1 Chaos spatiotemporel

De nombreuses dynamiques complexes sont rapportées en optique nonlinéaire. Des comportements optiques dits "turbulents" ou "chaotiques" par analogie avec les phénomènes hydrodynamiques ont été observés. Un système physique est dit chaotique lorsque son évolution est sensible aux conditions initiales⁸, déterministe et apériodique [97]. Si le système ne vérifie pas ces trois propriétés, alors il n'est pas chaotique. La propriété d'apériodicité se traduit par une faible longueur de cohérence et spectralement par l'existence d'une quantité importante de composantes fréquentielles significatives. Un système temporellement chaotique a donc une longueur de cohérence temporelle très courte et une large bande de fréquences spectrales. De manière analogue, un système spatiotemporellement chaotique a des longueurs de cohérence spatiale et temporelle très courtes et possède une grande quantité de fréquences spatiales et temporelles.

En optique, ces comportements chaotiques observés dans les dimensions transverses d'un faisceau laser résultent de l'interaction non-linéaire entre différents modes spatiaux [5]. Des dynamiques chaotiques sont possibles dans des systèmes contenant un nombre limité de modes spatiaux, comme les cavités photoréfractives à faible nombre de Fresnel et dans lesquelles une asymétrie est induite par le processus de pompage [22]. Dans de nombreuses situations, c'est l'augmentation du nombre de Fresnel, donc l'augmentation du nombre de modes spatiaux, qui permet l'obtention de comportements spatiotemporels chaotiques [25, 98].

La figure 1.21 montre la transition d'un pattern d'un état stationnaire vers un comportement spatiotemporellement chaotique. Le système est constitué d'un matériau à non-linéarité Kerr, une valve optique à cristaux liquides, placé dans une boucle optique avec une rétroaction nonlocale [99]. L'intensité incidente envoyée dans le système est représentée par le paramètre de contrôle ϵ . Une valeur de ϵ proche de zéro correspond à une intensité incidente proche de l'intensité de seuil d'instabilité de modulation. La figure 1.21 montre les allures du champ proche (a-b-c) et du champ lointain (d-e-f) pour différentes valeurs de ϵ . De plus, les fonctions de corrélation spatiale (g-h-i) et temporelle (j) sont représentées pour chacun des cas. On remarque que lorsque le pattern en champ proche bifurque vers un état chaotique (Fig. 1.21-c), le pattern en champ lointain tend à contenir une bande continue de fréquences spatiales (Fig. 1.21-f). La continuité des fréquences d'oscillation d'un système est une caractéristique des systèmes chaotiques.

Le comportement chaotique du système peut aussi être caractérisé par le tracé des fonctions de corrélations spatiale et temporelle du pattern. Les lignes continues des images g,h,i de la figure 1.21 représentent les fonctions de corrélations spatiales des champs proches calculées selon la direction horizontale des images a,b,c. Inversement, les lignes en pointillés des images g,h,i représentent les fonctions de corrélations spatiales des champs proches calculées selon la direction verticale des images a,b,c. En comparant les corrélations spatiales pour les différentes valeurs du paramètre de contrôle ϵ (Fig. 1.21-g,h,i), on remarque que la corrélation est beaucoup plus faible pour $\epsilon = 6.1$ (Fig. 1.21-i) que pour $\epsilon = 0.6$ (Fig. 1.21-g). Ceci caractérise la transition d'un état régulier vers un état chaotique. La même

8. Une légère déviation des conditions initiales a une grande influence sur l'évolution du système.

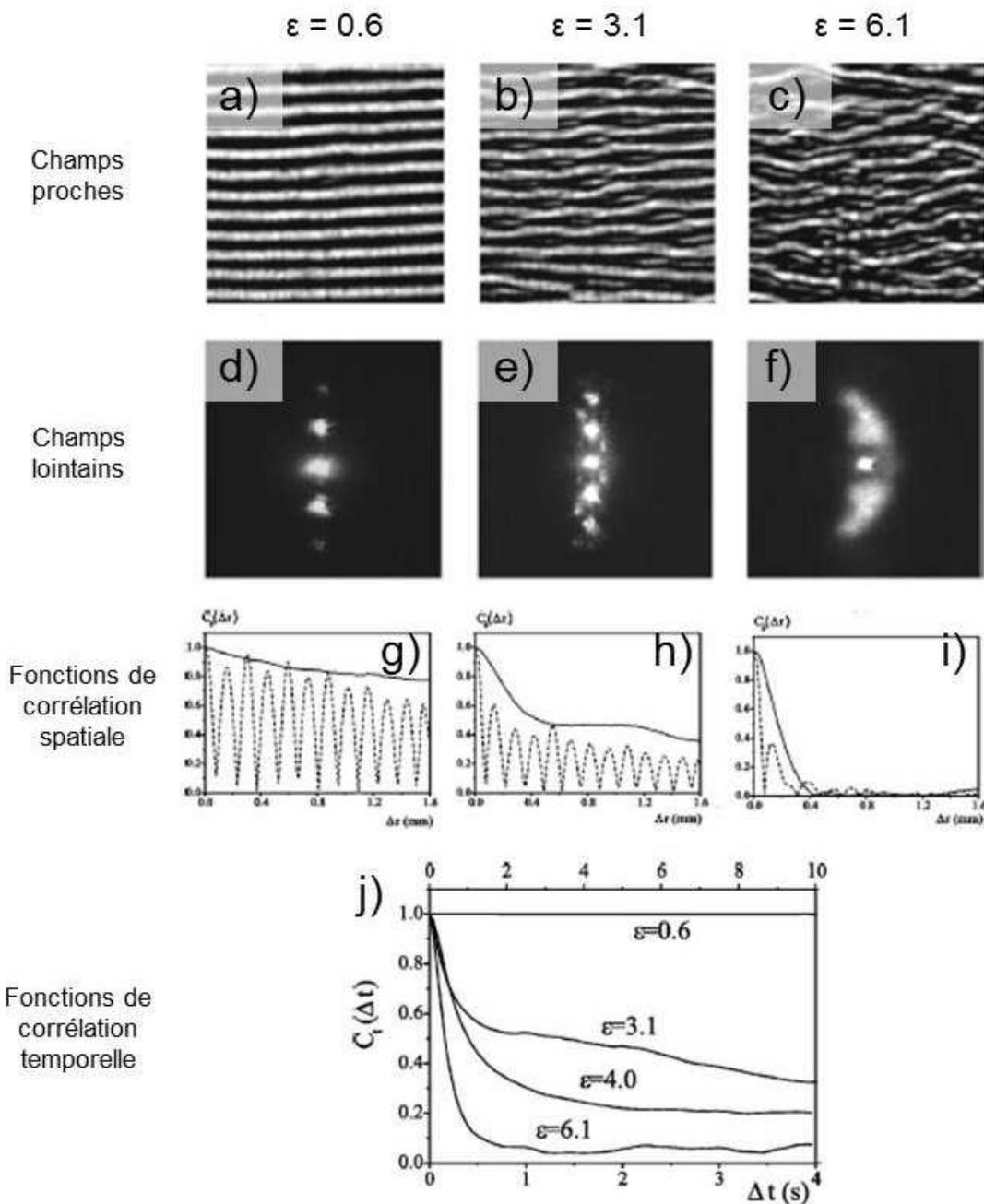


FIGURE 1.21 – Transition d'un pattern régulier vers un comportement spatiotemporellement chaotique dans un matériau Kerr (cristaux liquides) placé dans une boucle optique avec une rétroaction nonlocale [99]. ϵ est le paramètre de contrôle du système. (a-b-c) Champs proches. (d-e-f) Champs lointains. (g-h-i) Tracés des fonctions de corrélation spatiale selon les directions horizontale (courbes pleines) et verticale (courbes en pointillés) des images en champ proche. (j) Tracé des fonctions de corrélation temporelle.

analyse peut être faite en traçant les fonctions de corrélation temporelle (Fig. 1.21-j). On remarque ici aussi que lorsqu'on augmente l'intensité incidente du système (augmentation de ϵ), la corrélation temporelle diminue. L'état bascule vers un régime chaotique.

1.4.2 Régimes convectif et absolu, structures entretenues par le bruit

Les notions d'*instabilité convective* et d'*instabilité absolue* sont apparues pour caractériser les instabilités dans les plasmas et peu après dans l'étude des flux hydrodynamiques [100–102]. Les chercheurs savaient que la transition d'un flux laminaire en un flux turbulent pouvait être causée par la simple présence d'un obstacle physique par exemple. Cependant le rôle que peut jouer le *bruit* au cours d'une telle transition restait une question ouverte. Les turbulences d'un fluide en écoulement sont-elles déterminées par le bruit existant dans le système ? Ou à l'inverse, les turbulences sont-elles seulement déterminées par d'autres facteurs (valeur du flux de matière, frontières du système...) ? Pour répondre à cette question, il est important de comprendre tout d'abord l'évolution d'une perturbation locale dans le flux. En effet, en considérant que le bruit dans un système est une succession de perturbations locales, étudier l'influence d'une perturbation sur un système mène à la compréhension de l'influence du bruit sur ce système.

Il a donc été introduit les notions d'instabilité convective et d'instabilité absolue. La figure 1.22, tirée de [103], illustre ces notions. Les évolutions possibles d'une perturbation (dans la direction transverse x et dans le temps) sont représentées. Le flux transverse se déplace vers les x croissants. Si le système est stable, la perturbation est atténuée au cours du temps (Fig. 1.22-a). Le système est instable si la perturbation croît dans le temps, c'est-à-dire si elle est en expansion dans la dimension x au cours du temps. Deux régimes d'instabilité peuvent cependant être distingués : l'instabilité est de type "convective" si la perturbation, bien qu'en expansion, dérive vers les frontières du système jusqu'à en sortir (Fig. 1.22-b). A l'inverse, l'instabilité est dite "absolue" si la vitesse d'expansion de la perturbation est suffisamment importante pour compenser la dérive. La perturbation peut croître dans le sens opposé au sens de dérive (Fig. 1.22-c). Dans ce dernier cas, une perturbation locale finit par influencer tout le système, en dépit de la présence de la dérive.

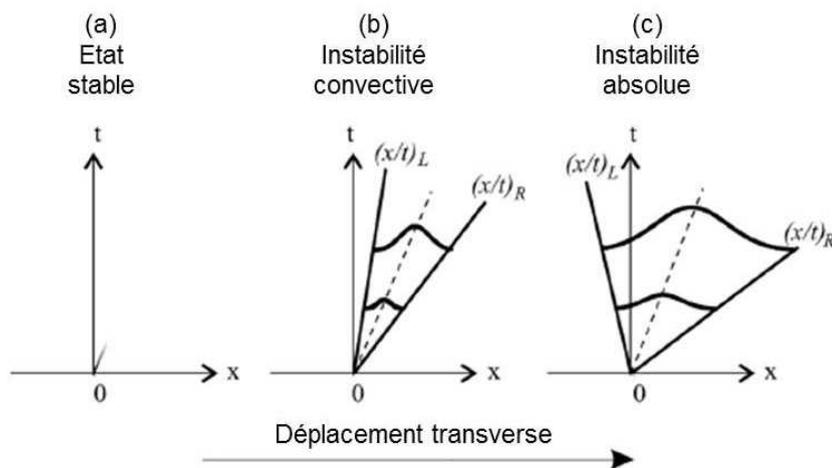


FIGURE 1.22 – Evolution d'une perturbation dans un système à l'état stable (a), en régime d'instabilités convectives (b) et en régime d'instabilités absolues (c) [103].

Des systèmes étant dans l'un ou l'autre des régimes d'instabilités ont des comportements dynamiques très différents. Le régime convectif est particulièrement intéressant car il permet l'apparition de structures bruitées. En hydrodynamique, il a été montré que des "structures entretenues par le bruit" peuvent apparaître [101]. Ce régime est caractérisé dans le domaine fréquentiel par un élargissement du spectre [100] : des fréquences issues

du bruit sont amplifiées.

Toutes ces études des systèmes hydrodynamiques peuvent être transposées au cas de l’optique non linéaire. L’instabilité (convective ou absolue) considérée est alors l’instabilité de modulation. L’apparition de “structures entretenues par le bruit” est aussi observée. La figure 1.23 montre les résultats d’un modèle d’une cavité optique *désalignée* contenant un matériau à nonlinéarité Kerr [104]. L’introduction de la nonlocalité dans la boucle de rétroaction grâce au désalignement permet d’induire un flux transverse du pattern et donc l’analyse d’une éventuelle transition d’un régime convectif vers un régime absolu. De plus, le modèle peut être implémenté avec ou sans bruit. Les images a,b,c présentent l’évolution d’une perturbation dans l’espace et le temps dans trois cas différents : régime d’instabilités absolues sans bruit, régime d’instabilités convectives sans bruit et régime d’instabilités convectives avec bruit. On voit qu’en régime d’instabilités absolues, la perturbation croît au cours du temps (Fig. 1.23-a). Le système est finalement modulé. On parle de “dynamics sustained patterns”. En régime convectif en l’absence de bruit, la perturbation croît dans le temps mais est rejetée aux frontières du système par advection (Fig. 1.23-b). Le système n’est pas au final dans un état “pattern”. En régime convectif avec ajout de bruit, le modèle aboutit à la formation d’un “noise sustained pattern” (Fig. 1.23-c). La frontière du pattern est bruitée. Enfin, de manière analogue au cas hydrodynamique décrit précédemment, un élargissement du spectre fréquentiel est observé en régime d’instabilités convectives bruité par rapport au régime d’instabilités absolues (Fig. 1.23-d).

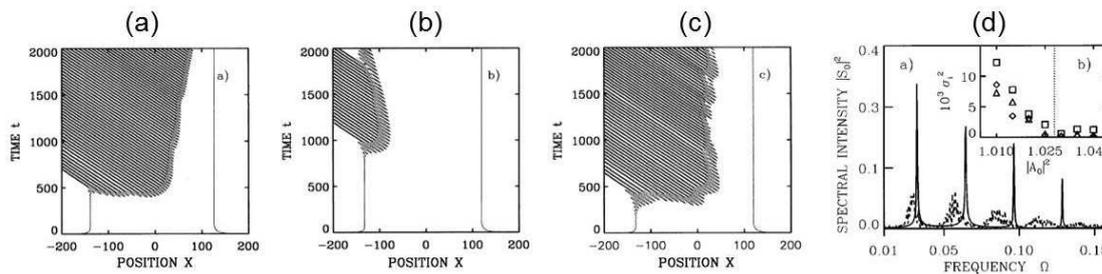


FIGURE 1.23 – Evolution spatiale du système en régime d’instabilités absolues (a), en régime d’instabilités convectives en l’absence de bruit (b) et en régime d’instabilités convectives en présence de bruit (c). (d) Spectre fréquentiel du système en régime absolu (courbe pleine) et en régime convectif bruité (courbe en pointillés) [104].

Des allures spatiales de structures entretenues par le bruit sont présentées dans la figure 1.24. Les images (a) et (b) sont les champs proche et lointain donnés par un modèle théorique d’oscillateur paramétrique optique [105], les images (c) et (d) sont issues d’un modèle théorique d’une cavité à nonlinéarité Kerr [106] et les images (e) et (f) sont des champs proche et lointain expérimentaux d’un système photoréfractif à simple rétroaction [7]. Alors qu’un pattern en régime d’instabilités absolues est entièrement modulé en champ proche, on voit sur les images présentes qu’un pattern en régime convectif est limité spatialement. Tout le champ proche n’est pas modulé : comme il est issu d’une amplification du bruit, il a besoin d’espace pour se former.

Enfin, le régime d’instabilités convectives a aussi été étudié dans des cristaux liquides soumis à une simple rétroaction [103, 107], dans les fibres optiques [108] et dans les lasers [109]. Un modèle générique des systèmes optiques (actifs ou passifs) à rétroaction nonlocale est donné dans [110, 111].

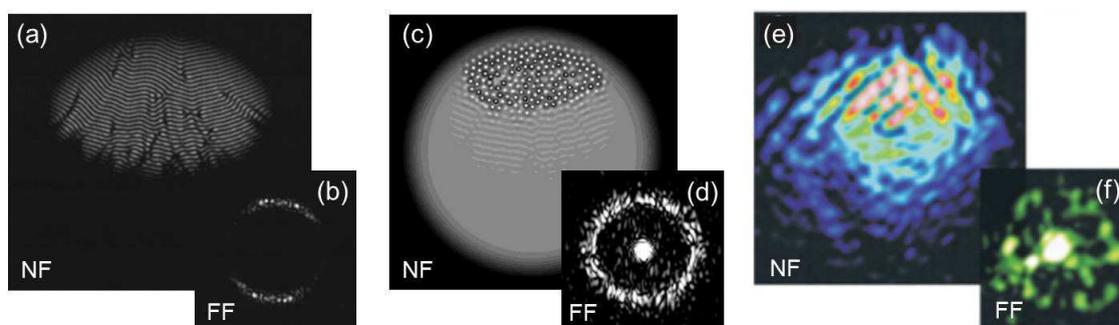


FIGURE 1.24 – Patterns entretenus par le bruit en champs proche et lointain en régime d’instabilités convectives obtenus par un modèle d’oscillateur paramétrique optique (a-b) [105], par un modèle de cavité à nonlinéarité Kerr (c-d) [106] et expérimentalement dans un système photoréfractif à simple rétroaction (e-f) [7].

1.4.3 Événements extrêmes ou “rogue waves”

Le terme “rogue wave” (ou “onde scélérate” en français) est un terme qui a été inventé pour décrire des vagues gigantesques apparaissant soudainement dans les océans. Pendant des siècles, des marins ont reporté des observations de telles vagues mais les scientifiques ont longtemps considéré ces événements comme un mythe. C’est au cours du XXe siècle que les premières mesures de vagues scélérates ont été réalisées. Les océanographes ont alors été contraints de réviser leurs modèles des océans, en prenant notamment en compte certains effets nonlinéaires. Encore aujourd’hui, la compréhension de la formation de ces vagues scélérates est un sujet important chez les hydrodynamiciens [112]. La figure 1.25 montre des dommages subis par un bateau lors d’une rencontre avec une “vague scélérate”.



FIGURE 1.25 – Bateau endommagé par une “vague scélérate”.

Récemment, ces événements extrêmes ont été étudiés en optique. Des ondes scélérates ont été observées dans les dynamiques temporelles de faisceaux optiques dans des fibres microstructurées [113] ou des lasers à semiconducteurs [114]. Ici, nous nous intéressons à la formation d’ondes extrêmes dans les systèmes optiques spatialement étendus. Récemment, de telles ondes ont été observées par Montana *et al.* dans des cristaux liquides placés dans une cavité en anneau [115, 116] ou dans un système à simple rétroaction par Taki *et al.* [117]. L’image (a) de la figure 1.26 montre un profil transverse de l’intensité dans la cavité optique nonlinéaire décrite en [116]. On voit qu’il existe un pic d’amplitude nettement

supérieure à l'amplitude moyenne. On définit un indice dit d'anormalité qui permet de distinguer ces événements d'amplitude extrême, événements que l'on appelle donc de façon générale "rogue waves". La présence de ces "rogue waves" peut aussi se caractériser par un changement de la statistique de l'intensité du faisceau, comme on peut le voir sur la figure 1.26-b. Pour une intensité pompe I_P faible (et donc de faibles effets nonlinéaires dans la cavité optique de [116]), la statistique du faisceau est gaussienne, typique d'un comportement "speckle" [118]. En augmentant l'intensité pompe, le couplage nonlinéaire mène à une dynamique spatio-temporelle complexe et à l'apparition d'évènements rares. La statistique n'est plus gaussienne et la déviation est due à ces événements extrêmes d'intensité élevée [116].

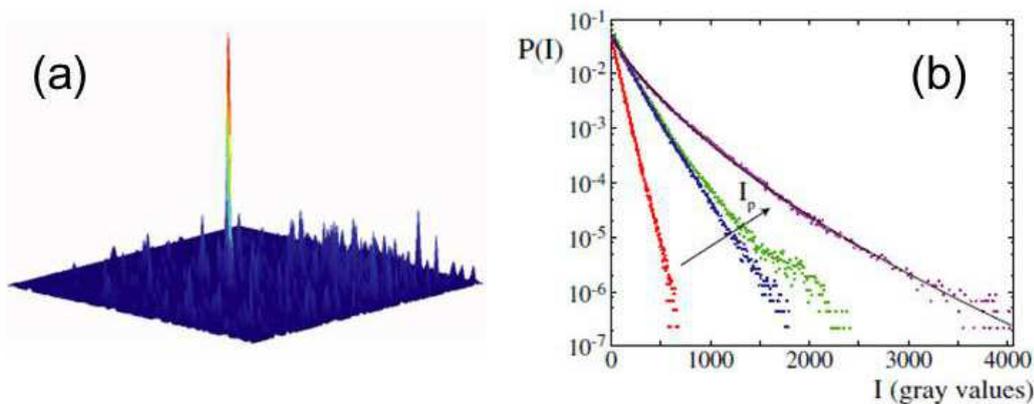


FIGURE 1.26 – Observation expérimentale de “rogue waves” spatiales dans un système optique étendu, ici des cristaux liquides placés dans une cavité en anneau [116]. (a) Un profil transverse de l'intensité. (b) Statistiques de l'intensité pour différentes valeurs de l'intensité pompe.

Enfin, *Arecchi et al.* ont observé une statistique non gaussienne de l'intensité (signe de la présence d'évènements intenses) dans une expérience d'optique *linéaire* : un faisceau laser se propageant dans une fibre linéaire multimode [119]. Ici, les expérimentateurs ont ajouté de la granularité et de l'inhomogénéité au faisceau laser avant la propagation dans la fibre. Ces expériences en optique linéaire et nonlinéaire suggèrent que la granularité et l'existence d'une brisure de symétrie (inhomogénéité dans [119] et réalisation de la cavité avec un nombre impair de miroirs dans [116]) sont les deux éléments clés permettant la formation d'ondes scélérates.

1.4.4 Structures localisées

On a vu précédemment qu'un système dissipatif peut bifurquer vers un état modulé, un pattern. Un tel état a une géométrie fortement corrélée. Dans un pattern à géométrie hexagonale par exemple, on voit la succession de nombreux hexagones les uns après les autres. Ici, on appelle “structure localisée” le résultat d'un changement d'état *local* d'un système. La structure obtenue n'est pas du tout corrélée. La figure 1.27 montre quelques exemples de ce type de structure. Pour l'image (a), le système étudié est un milieu granulaire soumis à une vibration verticale [120]. Localement, il peut apparaître un pic. L'image (b) représente l'état d'un fluide magnétique placé dans un champ magnétique [121]. Ici aussi on voit la présence de pics de fluide. Enfin, l'image (c) est l'allure d'un faisceau laser issu d'un milieu semiconducteur placé dans une cavité [122]. Dans tous les cas, le système doit être *dissipatif* pour permettre l'apparition d'un tel phénomène. Une structure localisée

peut aussi être nommé “*soliton dissipatif*”. Comme pour les patterns, c’est l’existence du flux d’énergie qui entretient le système dans un état hors équilibre et permet la stabilité des structures localisées.

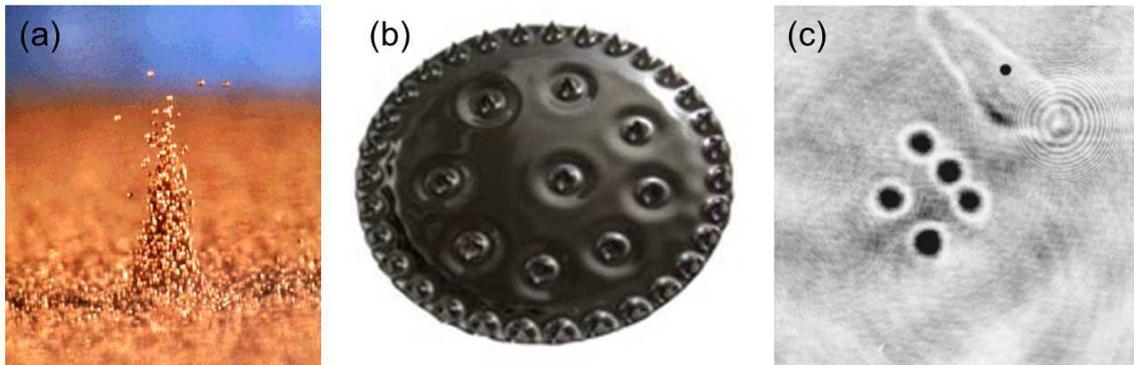


FIGURE 1.27 – Exemples de structures localisées dans différents systèmes dissipatifs. (a) Milieu granulaire soumis à une vibration [120]. (b) Fluide magnétique placé dans un champ magnétique [121]. (c) Structures localisées optiques obtenues avec un milieu semiconducteur placé en cavité [122].

Une autre propriété nécessaire pour l’observation de ces solitons dissipatifs est la *bistabilité* du système. En effet, il faut que le système possède deux états stables, l’un homogène (pas de pattern) et l’autre modulé (pattern). Lors de la formation d’une structure localisée, le système reste dans son état homogène sauf à un endroit où le système prend localement la valeur de l’état modulé. Il en résulte la présence d’un pic isolé comme montré sur la figure 1.27.

En optique nonlinéaire, des structures localisées ont été observées dans des cristaux liquides [123], des vapeurs atomiques [124], des matériaux photoréfractifs [125] ou des résonateurs optiques à semiconducteur [126]. Lorsque ces solitons dissipatifs sont obtenus dans des systèmes à cavité, on parle aussi de *solitons de cavité*. Ces structures sont très prometteuses pour le traitement et le stockage d’information. En effet, leur formation peut être “provoquée” par l’envoi d’un faisceau optique secondaire pour changer l’état local du système. De manière analogue, elle peuvent aussi être effacée. Enfin, leurs mouvements peuvent être contrôlés par des gradients d’intensité ou de phase [127].

1.5 L'apport de cette thèse

Le système étudié dans cette thèse est un système photoréfractif à simple rétroaction optique. Il a déjà fait l'objet de la thèse de N. Marsal [28]. Il a été étudié la possibilité de contrôler l'état du pattern en inscrivant un réseau photonique dans le matériau [52, 84] et l'influence de la nonlocalité de la rétroaction sur la géométrie et la dynamique du pattern [7]. Enfin, N. Marsal a réalisé des premiers tests visant à observer des structures localisées dans le système [28]. Ici, nous proposons trois axes d'étude des patterns :

- Tout d'abord, nous proposons d'étudier la possibilité de contrôler le pattern en utilisant un faisceau non-conventionnel en entrée du système, un faisceau "vortex" contenant un "moment angulaire orbital". L'utilisation d'un tel faisceau induit l'apparition de singularités de phase dans les faisceaux satellites et d'une nouvelle dynamique : une rotation du pattern autour de son centre.
- Ensuite, nous proposons de contrôler ce pattern en ajoutant une "nonlocalité" au système. Le désalignement du miroir de rétroaction induit une dérive du pattern pouvant annihiler sa rotation. En champ proche, des patterns dits "multizones", contenant différents domaines chacun associé à un vecteur d'onde particulier, sont observés.
- Enfin, dans le cas d'un faisceau gaussien incident, nous proposons d'étudier la dynamique obtenue en augmentant l'intensité pompe et/ou en ajoutant une nonlocalité dans le système. Des événements extrêmes apparaissent alors.

Chapitre 2

Description du système

Le but de ce chapitre est de présenter le système étudié dans cette thèse. Dans un premier temps, nous présentons le montage expérimental. Il s'agit d'un système à simple rétroaction optique, aussi appelé "demi-cavité", la rétroaction étant réalisée avec un miroir placé derrière un système "2f-2f". Un modèle théorique est ensuite présenté. Il est obtenu grâce à l'équation de propagation des faisceaux optiques aller et retour modifiée en considérant la variation d'indice due à l'effet photoréfractif. Ainsi, un système d'équations couplées et nonlinéaires modélise le mélange d'onde dans le matériau. Nous montrons, à partir de ce système d'équations, que le phénomène d'instabilité de modulation est permis à partir d'un certain seuil de nonlinéarité. Enfin, ce modèle est simulé numériquement par un algorithme de type BPM ("Beam Propagation Method"). Les résultats obtenus par simulation sont en bon accord qualitatif avec l'expérience.

2.1 Description du banc expérimental

2.1.1 Schéma du montage

Un schéma du montage expérimental est présenté sur la figure 2.1. Nous utilisons un laser Nd :YAG doublé émettant un faisceau de longueur d'onde 532 nm et de puissance maximale 2 Watts. Le faisceau est focalisé dans un cristal photoréfractif de Titanate de Baryum (que l'on détaille dans le paragraphe suivant) grâce à la lentille convergente L_1 . On place le "waist" du faisceau sur la face d'entrée du matériau et on choisit la taille du faisceau dans le cristal de manière telle que la distance de Rayleigh soit largement supérieure à la longueur du cristal. Ainsi la taille du faisceau varie très peu pendant sa propagation dans le cristal. On choisit donc la distance focale de la lentille convergente L_1 permettant d'obtenir cette taille de faisceau au "waist". La figure 2.2 présente une photo du montage expérimental.

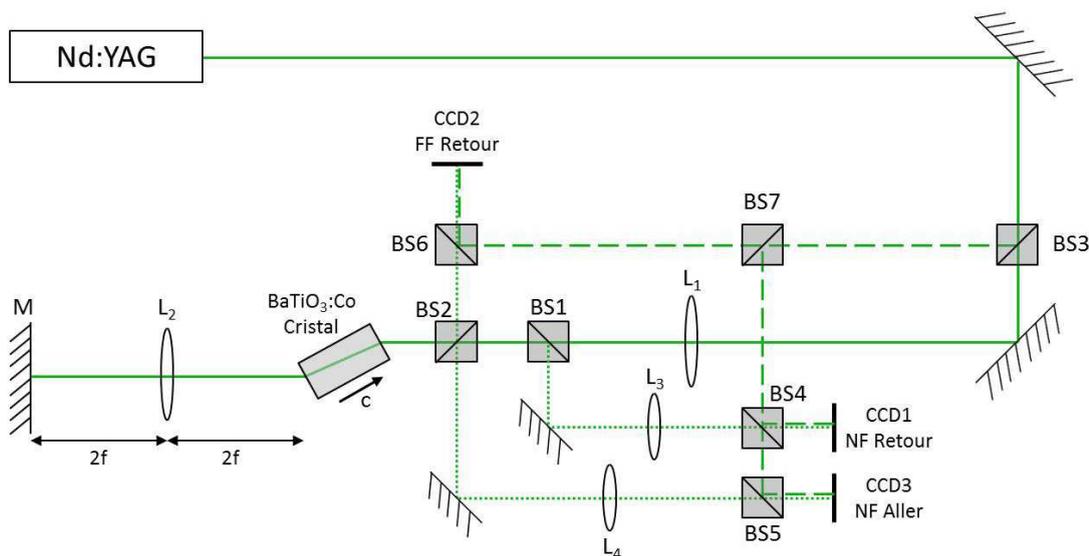


FIGURE 2.1 – Schéma du montage expérimental. M : miroir. BS : cube séparateur de faisceau (“Beam Splitter”). L_1 : lentille de focalisation, L_2 : lentille du système de rétroaction “2f-2f”, L_3 - L_4 : lentilles du système d’imagerie en champ proche (respectivement faisceau retour et faisceau aller). Le trait vert plein est le bras optique principal. Les traits verts en pointillés sont les faisceaux d’imagerie, en champ proche (NF : “Near Field”) et en champ lointain (FF : “Far Field”), captés par la caméra CCD. Le trait vert en tirets est un bras annexe utilisé pour des mesures d’interférence.

2.1.2 Le cristal photoréfractif

Nous avons vu dans le chapitre 1 que l’effet photoréfractif peut se manifester dans des cristaux électro-optiques isolants ($BaTiO_3$, $KNbO_3$, SBN , KTN , $KNSBN$, BSO) ou semi-conducteurs (BGO , $GaAs$, InP et $CdTe$) [39]. Notre matériau est un cristal de Titanate de Baryum dopé Cobalt ($BaTiO_3 : Co$). Il mesure $6 * 6 * 6mm^3$ et le taux de dopage est de 10ppm.

Le cristal est posé sur un support tournant afin d’optimiser l’angle d’incidence du faisceau. La normale de la face d’entrée est tournée d’un angle de 30° environ par rapport au faisceau incident. La polarisation du faisceau est linéaire horizontale (dans le plan du schéma de la figure 2.1). Ces choix de polarisation et d’angle d’incidence permettent de



FIGURE 2.2 – Photo du montage expérimental.

maximiser le gain photoréfractif¹ en utilisant le plus grand coefficient électro-optique du matériau pour le mélange d’onde [128].

Enfin, comme indiqué sur la figure 2.1, l’axe cristallographique \vec{c} est orienté de manière à favoriser le transfert de puissance du faisceau aller F au faisceau retour B .

2.1.3 La rétroaction optique

La rétroaction optique est réalisée en plaçant un miroir derrière un système de type “2f-2f”. Elle est représentée sur la figure 2.3. Une lentille convergente de distance focale f est placée à la distance $2f$ de la face de sortie du cristal. Si un miroir est ensuite placé derrière cette lentille (à une distance de $2f$), alors l’ensemble “lentille + miroir” aura le même effet qu’un miroir virtuel (VM) placé à la face de sortie du cristal. De plus, si on déplace le miroir réel (M) d’une distance L , le miroir virtuel équivalent sera aussi déplacé

1. Le gain photoréfractif Γ_{PR} est le coefficient représentant l’amplification exponentielle de l’intensité d’une onde induite par l’effet photoréfractif : $\frac{\partial}{\partial z} I(z) = \Gamma_{PR} I(z)$ où z est la direction de propagation.

d'une distance L (Fig. 2.3).

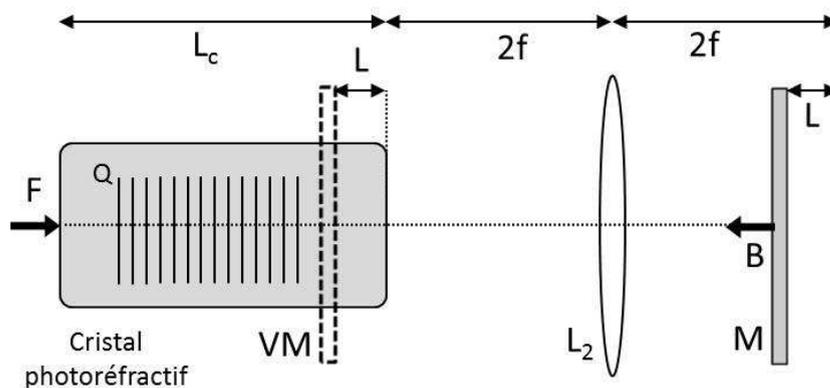


FIGURE 2.3 – Schéma du système “2f-2f” de rétroaction. Un déplacement longitudinal du miroir réel (M) d’une distance L équivaut à un déplacement du miroir virtuel (VM) d’une même distance L . F : faisceau aller. B : faisceau retour. Q : réseau de réflexion créé dans le cristal. L_c : longueur du cristal. f : distance focale de la lentille L_2 .

L’intérêt de ce type de rétroaction est la possibilité de placer le miroir (virtuel) à l’intérieur même du cristal. Nous avons vu au chapitre précédent que cela entraîne une modification de la géométrie du pattern optique voire la possibilité d’une zone de multistabilité (plusieurs géométries sont possibles pour une même valeur des paramètres de réglage) [65].

2.1.4 Systèmes d’imagerie

Afin d’observer la formation des patterns optiques dans notre montage, nous plaçons des cubes séparateurs de faisceaux (“Beam Splitter” $BS1$ et $BS2$ sur la figure 2.1) qui prélèvent une partie de la puissance pour l’envoyer vers les différents emplacements possibles pour notre caméra CCD ($CCD1$, $CCD2$ et $CCD3$).

- L’emplacement $CCD1$ permet l’observation du *faisceau retour* en *champ proche* grâce au cube séparateur $BS1$ et à la lentille convergente L_3 . En positionnant précisément la lentille L_3 , le plan d’imagerie est réglé au niveau de la face d’entrée du cristal (du côté du cube $BS2$).
- L’emplacement $CCD2$ permet l’observation du *faisceau retour* en *champ lointain* grâce au cube séparateur $BS2$.
- L’emplacement $CCD3$ permet l’observation du *faisceau aller* en *champ proche* grâce au cube séparateur $BS2$ et à la lentille convergente L_4 . Le plan d’imagerie est aussi réglé au niveau de la face d’entrée du cristal (au “waist” du faisceau laser).

2.1.5 Bras optique pour des mesures interférentielles

Enfin nous avons placé le cube séparateur $BS3$ afin de réaliser des mesures interférentielles (Fig. 2.1). Ce bras optique secondaire, représenté sous la forme de tirets sur le schéma du montage est ensuite envoyé sur la caméra CCD (aux emplacements $CCD1$, $CCD2$ et $CCD3$ grâce aux cubes séparateurs $BS4$, $BS5$ et $BS6$).

2.1.6 Résultats

Ce montage expérimental a permis l’observation des patterns présentés dans la thèse de N. Marsal [28] et publiés dans [7, 52, 84]. La figure 2.4 présente le pattern obtenu en envoyant un faisceau gaussien classique en entrée de notre système. Le faisceau a une largeur de $160\mu m$ au “waist” (situé à la face d’entrée du cristal)² et a une intensité $I = 40Wcm^{-2}$ ³. Le système 2f-2f de rétroaction a été réglé de manière à ce que le miroir virtuel soit placé au niveau de la face de sortie du cristal. Autrement dit, la distance miroir-cristal (voir Fig. 2.3) est nulle : $L = 0$. La caméra est placée sur l’emplacement noté “CCD1” (Fig. 2.1). Le faisceau a une allure d’intensité hexagonale (a). Pour cette valeur de l’intensité incidente, la structure transverse de l’intensité du faisceau a bifurqué d’une solution homogène vers une solution modulée de géométrie hexagonale. L’image (a) représente le faisceau retour B au niveau d’un plan d’imagerie situé à l’intérieur du cristal. En effet, en déplaçant légèrement la lentille L_3 d’une distance d’environ $2mm$, le plan d’imagerie a été déplacé à l’intérieur du cristal d’une même distance $2mm$ par rapport à la face d’entrée du cristal. L’image (b) de la figure 2.4 représente l’allure du faisceau retour B en *champ lointain*, c’est-à-dire après propagation sur une distance largement plus grande que la longueur de Rayleigh du faisceau. L’image est composée du spot central et des faisceaux satellites ayant émergé par instabilité de modulation.

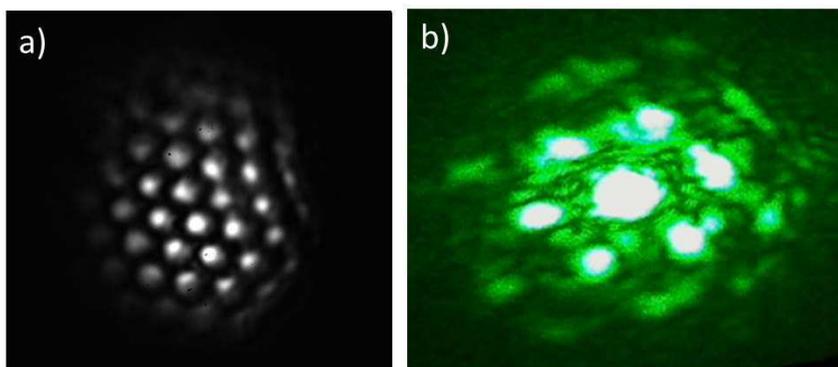


FIGURE 2.4 – Pattern expérimental hexagonal obtenu avec un faisceau gaussien classique d’intensité $I = 40Wcm^{-2}$ en entrée du système. (a) Champ proche. (b) Champ lointain.

2.2 Description théorique

Nous présentons maintenant un modèle théorique du système qui permet de reproduire de nombreux résultats expérimentaux. Ce modèle, utilisé par T. Honda [129] et N. Marsal [28], est obtenu en considérant la modulation d’indice créée par l’interférence de deux faisceaux contra-propageants. Cette modulation est prise en compte dans les équations de propagation de ces deux ondes. Nous aboutissons alors à un système d’équations nonlinéaires couplées. Une analyse de stabilité linéaire montre que le phénomène d’instabilité de modulation, c’est-à-dire la stabilité asymptotique de perturbations transversales au faisceau, et donc la formation résultante d’un pattern optique, est possible à partir d’un certain seuil de nonlinéarité. Enfin, nous expliquons comment nous simulons numériquement

2. Dans ce mémoire, nous avons choisi d’exprimer la taille des différents faisceaux par leur largeur “10-90” mesurée par la méthode dite “de la lame de couteau”. Cette méthode est expliquée en annexe A.

3. Les intensités données dans ce manuscrit sont les valeurs d’intensité “crête” des faisceaux. Ici, l’intensité lumineuse atteint $40Wcm^{-2}$ au centre du faisceau gaussien.

ce modèle grâce à un algorithme de type BPM (“Beam Propagation Method”).

2.2.1 Modèle

La géométrie d’interaction des faisceaux dans notre matériau est schématisée sur la figure 2.5. Le faisceau aller F et le faisceau retour B issu de la réflexion par le miroir interfèrent dans le cristal. Grâce à la présence du réseau de réflexion Q (créé via l’effet photoréfractif décrit au chapitre 1), les deux faisceaux peuvent échanger de l’énergie et, si le couplage est suffisamment puissant, aboutir à l’émergence de faisceaux satellites F_{-1} , F_{+1} , B_{-1} et B_{+1} , représentés par les flèches vertes sur la figure 2.5.

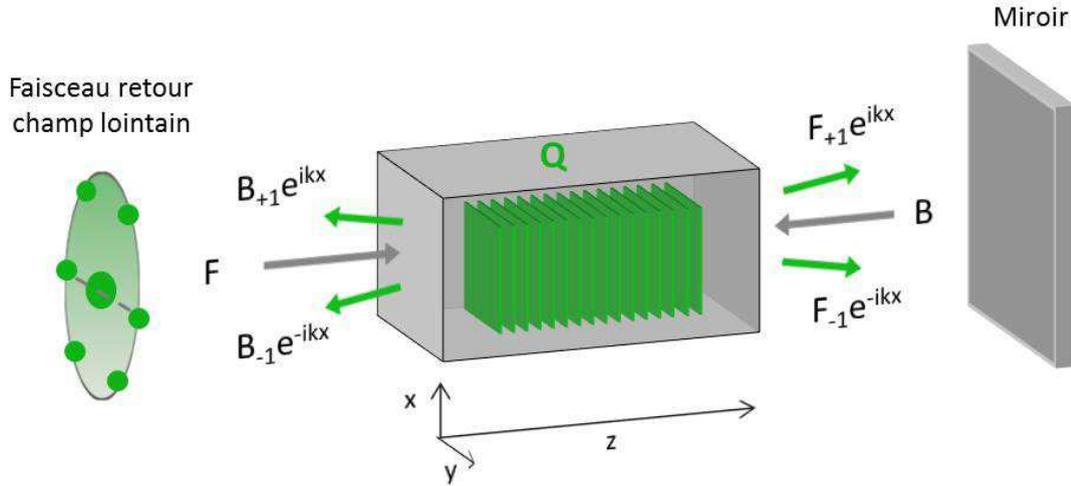


FIGURE 2.5 – Schéma de notre modèle théorique. F : onde aller. B : onde retour. Q : Réseau de réflexion. z est la direction de propagation des faisceaux aller et retour.

Comme il a été évoqué dans le chapitre 1, les réseaux de réflexion (en bleu sur la figure 1.7) sont obtenus par l’interférence des couples de faisceaux contra-propageants (F, B), ($F, B \pm 1$) et ($B, F \pm 1$) tandis que les réseaux de transmission (en rouge sur la figure 1.7) sont issus de l’interférence des couples de faisceaux co-propageants ($F, F \pm 1$) et ($B, B \pm 1$). On voit sur le schéma de notre modèle (Fig. 2.5) que le réseau d’indice Q a sa normale dirigée selon la direction z , direction de propagation des deux faisceaux primaires. Ceci est une hypothèse importante de notre modèle. *Nous ne considérons ici que les réseaux de réflexion, pas les réseaux de transmission.* Cette hypothèse est justifiée par l’orientation de l’axe cristallographique \vec{c} : le cristal est placé de manière à ce que l’axe \vec{c} soit dirigé dans la direction z , direction de propagation des faisceaux primaires F et B . Ainsi le processus de migration des porteurs de charge de l’effet photoréfractif a lieu exclusivement dans la direction z . En d’autres termes, le champ de charge d’espace associé aux réseaux de transmission est négligeable par rapport à celui des réseaux de réflexion.

Modèle statique

Le champ électrique présent dans le matériau s’écrit :

$$E = F(x, y, z)e^{ik_0z} + B(x, y, z)e^{-ik_0z} \quad (2.1)$$

On peut donc écrire l’expression de l’intensité lumineuse :

$$I = |F|^2 + |B|^2 + FB^* e^{i2k_0z} + F^* B e^{-i2k_0z} \quad (2.2)$$

Or, les termes $|F|^2$ et $|B|^2$ ne dépendent pas de z car la diffraction du faisceau est négligeable (compte tenu de la valeur du waist du faisceau). Donc, dans cette expression de l'intensité, seuls les termes $FB^* e^{i2k_0z}$ et $F^* B e^{-i2k_0z}$ dépendent de z . Eux seuls contribuent à la création d'un champ de charge d'espace par effet photoréfractif. Par effet Pockels, la variation de l'indice photoréfractif peut alors être écrite en fonction de ces termes :

$$n = n_0 + \left[\frac{\Delta n}{2} e^{-i\Phi} \frac{F^* B}{|F|^2 + |B|^2} e^{-i2k_0z} + \frac{\Delta n}{2} e^{i\Phi} \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2} e^{i2k_0z} \right] \quad (2.3)$$

où Δn est une constante mesurant l'amplitude de l'effet photoréfractif et Φ est la différence de phase relative entre le réseau d'interférence et le réseau du champ de charge d'espace. n_0 est l'indice de réfraction efficace.

Pour obtenir notre système d'équations nonlinéaires couplées, on injecte les expressions 2.1 et 2.3 dans l'équation de propagation du champ électrique :

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 E = 0 \quad (2.4)$$

En considérant l'approximation des enveloppes lentement variable :

$$\left| \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right| \ll k_0 \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right| \quad (2.5)$$

$$\left| \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \right| \ll k_0 \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right| \quad (2.6)$$

on obtient les équations suivantes pour la propagation des faisceaux F et B :

$$\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} F = i \frac{\pi \Delta n}{\lambda} e^{i\Phi} \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2} B \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} B = -i \frac{\pi \Delta n}{\lambda} e^{-i\Phi} \frac{F^* B}{|F|^2 + |B|^2} F \quad (2.8)$$

Δ_{\perp} est l'opérateur Laplacien transverse et λ est la longueur d'onde du faisceau laser. La différence de signe devant les opérateurs laplacien transverses des deux équations reflète le sens de propagation des ondes F et B . Elles se propagent en sens inverse.

Afin de simplifier les équations, on définit une constante de couplage photoréfractive complexe γ :

$$\gamma = \frac{\pi \Delta n}{\lambda} e^{i\Phi} \quad (2.9)$$

Cette constante mesure l'amplitude de la nonlinéarité photoréfractive, donc la puissance de couplage entre les faisceaux F et B via les réseaux de réflexion.

Notre modèle statique peut donc s'écrire :

$$\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} F = iQB \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} B = -iQ^* F \quad (2.11)$$

$$Q = \gamma \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2} \quad (2.12)$$

où Q est l'amplitude complexe du réseau d'indice (Fig. 2.5).

Modèle dynamique

Enfin, on peut affiner le modèle en prenant en compte la non-instantanéité de la formation du réseau d'indice dans le cristal. On ajoute alors une dérivée temporelle dans la troisième équation :

$$\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} F = iQB \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} + \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} B = -iQ^* F \quad (2.14)$$

$$\tau \frac{\partial Q}{\partial t} + Q = \gamma \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2} \quad (2.15)$$

où τ est la constante de temps photoréfractive du matériau. Expérimentalement, cette constante dépend fortement de l'intensité injectée dans le système et du matériau considéré. Dans un cristal de Titanate de Baryum, les effets photoréfractifs ont une constante de temps de l'ordre de la seconde [39].

2.2.2 Instabilité de modulation (analyse de stabilité linéaire)

Nous prouvons maintenant que ce système d'équations peut aboutir à l'émergence de faisceaux satellites $F_{\pm 1}$ et $B_{\pm 1}$. Pour cela, nous réalisons une analyse de stabilité linéaire. Le principe d'une telle méthode est de considérer initialement le système dans son état homogène, de lui ajouter une perturbation et d'étudier l'évolution de cette perturbation grâce aux équations d'évolution du système. Le système est stable si la perturbation disparaît au cours du temps, instable si la perturbation croît. Enfin, si les lois d'évolution du système dépendent d'un ou plusieurs paramètres de contrôle, alors l'objectif sera d'identifier des zones de stabilité ou d'instabilité en fonction des valeurs prises par ces paramètres.

Méthode générique d'une analyse de stabilité linéaire

Soient U la variable d'état du système, éventuellement de dimension supérieure à 1, r un paramètre de contrôle, t la variable temporelle et f la fonction d'évolution du système, éventuellement nonlinéaire.

Le système dynamique s'écrit sous la forme générique :

$$\frac{dU}{dt} = f(r, U, t) \quad (2.16)$$

Soit U_0 un état stationnaire du système.

$$f(r, U_0, t) = 0 \quad (2.17)$$

Le système est dit instable lorsqu'à partir de l'état stationnaire U_0 , et suite à l'ajout d'une perturbation u , le système ne revient pas vers l'état stationnaire. On perturbe donc l'état stationnaire :

$$U = U_0 + u \quad (2.18)$$

En injectant ces deux équations 2.18 et 2.17 dans 2.16, on obtient la loi d'évolution de la perturbation u :

$$\frac{du}{dt} = f(r, U_0, t) + \left(\frac{\partial f}{\partial U} \right)_{U=U_0} u = \left(\frac{\partial f}{\partial U} \right)_{U=U_0} u \quad (2.19)$$

La stabilité de l'état stationnaire U_0 est étudiée grâce à la matrice dite Jacobienne : $(Df)_{U=U_0} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)_{U=U_0}$

Méthode concernant notre expérience

Dans notre système à simple rétroaction, l'état stationnaire homogène est défini par une onde aller $F_0(z)$ et une onde retour $B_0(z)$. On perturbe cette solution avec des faisceaux satellites F_{+1} , F_{-1} , B_{+1} et B_{-1} :

$$F(\vec{r}, z) = F_0(z) + F_{+1}(z)e^{i\vec{k}_\perp \vec{r}} + F_{-1}(z)e^{-i\vec{k}_\perp \vec{r}} \quad (2.20)$$

$$B(\vec{r}, z) = B_0(z) + B_{+1}(z)e^{i\vec{k}_\perp \vec{r}} + B_{-1}(z)e^{-i\vec{k}_\perp \vec{r}} \quad (2.21)$$

\vec{r} est le vecteur unitaire transverse et \vec{k}_\perp le vecteur d'onde transverse des faisceaux satellites. Ce vecteur d'onde est beaucoup plus petit que celui du réseau de réflexion.

$$|\vec{k}_\perp| \ll 2k_0 n_0 \quad (2.22)$$

Notons $\vec{u} = \begin{pmatrix} F_{+1} \\ F_{-1}^* \\ B_{+1} \\ B_{-1}^* \end{pmatrix} (z)$ le vecteur perturbation. En injectant les deux expressions 2.20

et 2.21 dans notre système d'équations couplées en F et B (2.13-2.14-2.15), on peut écrire notre système sous la forme matricielle :

$$\frac{\partial}{\partial z} \vec{u} = D \vec{u} \quad (2.23)$$

Résultats

Pour obtenir cette matrice d'évolution D , nous considérons le système en régime établi, c'est-à-dire que l'état stationnaire du réseau d'indice créé par les ondes contra-propageantes est atteint. Le système d'équation est donc composé des équations 2.7-2.8. Ce système est celui de la référence [129]. En définissant $k_d = \frac{k_1^2}{2k_0n_0}$ On obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} \vec{u} = \begin{pmatrix} -\gamma/4 - ik_d & -\gamma/4 & \gamma/4 & \gamma/4 \\ -\gamma^*/4 & -\gamma^*/4 + ik_d & \gamma^*/4 & \gamma^*/4 \\ \gamma^*/4 & \gamma^*/4 & -\gamma^*/4 + ik_d & -\gamma^*/4 \\ \gamma/4 & \gamma/4 & -\gamma/4 & -\gamma/4 - ik_d \end{pmatrix} \vec{u} = D \vec{u} \quad (2.24)$$

On a donc un système différentiel (en z) complexe linéaire du 1er ordre de 4 équations. En connaissant 4 conditions aux limites, on peut résoudre le système.

La relation entre $u(z)$ et $u(0)$ est :

$$\vec{u}(z) = e^{Dz} \vec{u}(0) \quad (2.25)$$

Pour savoir sous quelles conditions les faisceaux satellites peuvent émerger, on considère tout d'abord qu'ils sont inexistant à l'entrée du système :

$$F_{+1}(0) = 0 \quad (2.26)$$

$$F_{-1}^*(0) = 0 \quad (2.27)$$

De plus la rétroaction optique fixe les deux autres conditions aux limites. Si un miroir normal est placé à une distance L du cristal, alors

$$B_{+1}(L_c) = e^{2ik_d n_0 L} F_{+1}(L_c) \quad (2.28)$$

$$B_{-1}^*(L_c) = e^{-2ik_d n_0 L} F_{-1}^*(L_c) \quad (2.29)$$

Pour trouver la courbe de seuil, il suffit d'exprimer $F_{+1}(L_c)$, $F_{-1}^*(L_c)$, $B_{+1}(L_c)$ et $B_{-1}^*(L_c)$ en fonction de $B_{+1}(0)$ et $B_{-1}^*(0)$:

$$\vec{u}(L_c) = \begin{pmatrix} F_{+1}(L_c) \\ F_{-1}^*(L_c) \\ B_{+1}(L_c) \\ B_{-1}^*(L_c) \end{pmatrix} = e^{DL_c} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{+1}(0) \\ B_{-1}^*(0) \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

En définissant une matrice 2*2 notée M , on peut réécrire cette équation sous la forme :

$$M \begin{pmatrix} B_{+1}(0) \\ B_{-1}^*(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Le système est instable (apparition de faisceaux satellites) si ce système admet une solution non triviale, c'est-à-dire si $\det(M) = 0$ donc si :

$$\cos(wL_c)\cos(k_dL_c) + (\gamma_I/2w)\sin(wL_c)\cos(k_d(L_c - 2n_0L)) + [(\gamma_R + 2k_d)/2w]\sin(wL_c)\sin(k_dL_c) - (\gamma_R/2w)\sin(wL_c)\sin(k_d(L_c - 2n_0L)) = 0 \quad (2.32)$$

où $w = \sqrt{k_d^2 + \gamma_R k_d - \gamma_I^2/4}$ et γ la constante de couplage du milieu s'écrit grâce à sa partie réelle et sa partie imaginaire : $\gamma = \gamma_R + i\gamma_I$ ⁴.

La figure 2.6, extraite de [129], représente la courbe de seuil obtenue. Dans notre cas, la constante de couplage γ est imaginaire pure ($Re(\gamma) = 0$). En effet, la différence de phase entre le réseau d'interférence et le réseau d'indice vaut $\phi = \pi/2$ (Fig. 1.8). La figure se comprend de la manière suivante : un vecteur d'onde transverse (en abscisse du graphique) peut croître dans notre système si la valeur du coefficient de couplage non linéaire (en ordonnée) est supérieure à la valeur de seuil donnée par la courbe. Si on augmente progressivement la force de couplage dans notre système à partir de zéro (en augmentant l'intensité incidente dans notre expérience par exemple), le système bifurque d'une solution homogène vers une solution modulée quand la constante de couplage atteint la valeur correspondant à la ligne en pointillés rouges. La valeur du vecteur d'onde transverse des faisceaux satellites qui émergent au seuil est donnée par la ligne en pointillés bleus (Fig. 2.6).

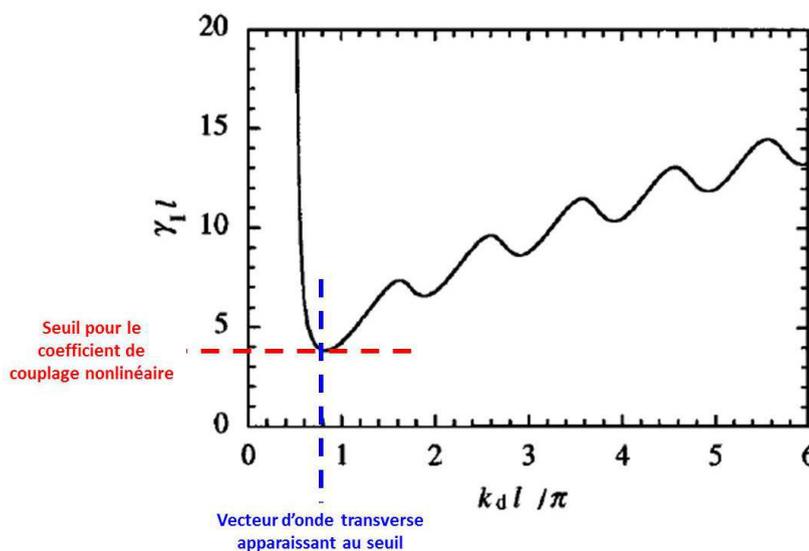


FIGURE 2.6 – Courbe de seuil en considérant un couplage purement imaginaire (constante de couplage γ imaginaire pur) et avec un miroir placé à la face de sortie du cristal ($L = 0$) [129].

Des études théoriques analogues de détermination du seuil peuvent être trouvées dans [130–135]. Les modèles considérés peuvent être complexifiés en prenant par exemple en compte l'intensité d'obscurité et le temps caractéristique d'évolution du réseau photoréfractif [135] ou en prenant en compte les interactions à 3 et 4 ondes [134].

4. $\gamma_R = \frac{\pi\Delta n}{\lambda} \cos(\Phi)$ et $\gamma_I = \frac{\pi\Delta n}{\lambda} \sin(\Phi)$

2.2.3 Analyse numérique par la “Beam Propagation Method”

Nécessité de l’analyse numérique nonlinéaire

L’analyse de stabilité linéaire présentée dans le paragraphe précédent a montré qu’au-delà d’une certaine valeur prise par le coefficient nonlinéaire, le système peut bifurquer vers une solution modulée. Le couplage des ondes primaires F et B dans le matériau photoréfractif aboutit à l’émergence de faisceaux dits satellites. Ces faisceaux satellites sont légèrement désalignés par rapport aux faisceaux primaires (Fig. 2.5). Leurs vecteurs d’onde ont une composante dans le plan (x,y) . L’amplitude de cette composante transverse est donnée par l’analyse de stabilité linéaire. Cependant la connaissance de leur orientation dans le plan (x,y) requiert une analyse nonlinéaire. Pour cela, nous proposons de réaliser une simulation numérique avec un algorithme de type “Beam Propagation Method”. Dans cette méthode, la propagation du faisceau dans la direction longitudinale (z) est considérée comme le résultat de la propagation du faisceau sur un grand nombre de distances infinitésimales δz . Ainsi, la méthode peut prendre en compte une variation de l’indice de réfraction du matériau selon la direction z [136]. Un algorithme de type BPM permet donc de modéliser la propagation d’un faisceau laser dans un matériau dont l’indice de réfraction est non-uniforme.

Principe de notre algorithme BPM

On a vu précédemment que, dans le cadre de l’approximation des enveloppes lentement variables (ou approximation paraxiale), la propagation d’un faisceau optique (d’enveloppe $F(x, y, z)$) peut être modélisée par la loi d’évolution suivante :

$$2ik_0n_0 \frac{\partial F}{\partial z} = \Delta_{\perp}^2 F + k_0^2(n^2 - n_0^2)F \quad (2.33)$$

avec k_0 le nombre d’onde dans le vide, n_0 l’indice de réfraction efficace, n l’indice de réfraction réel, Δ_{\perp} est l’opérateur Laplacien transverse : $\Delta_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

En considérant que la dépendance de F selon la direction longitudinale z suit une loi exponentielle, on sépare les variables spatiales :

$$F(x, y, z) = A(x, y) \exp(\Gamma z) \quad (2.34)$$

En injectant cette équation 2.34 dans 2.33, on exprime la constante Γ :

$$\Gamma = -\frac{i}{2k_0n_0} [\Delta_{\perp}^2 + k_0^2(n^2 - n_0^2)] \quad (2.35)$$

On réécrit alors l’expression 2.34 :

$$F(x, y, z) = A(x, y) \exp \left[-\frac{i}{2k_0n_0} (\Delta_{\perp}^2 + k_0^2(n^2 - n_0^2))z \right] \quad (2.36)$$

On peut donc écrire l’évolution de F au cours d’un déplacement infinitésimal δz :

$$F(x, y, z + \delta z) = \exp \left[-\frac{i}{2k_0n_0} (\Delta_{\perp}^2 + k_0^2(n^2 - n_0^2))\delta z \right] F(x, y, z) \quad (2.37)$$

En séparant le terme exponentiel en deux, on a :

$$F(x, y, z + \delta z) = \exp \left[-i \frac{\delta z}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp}^2 \right] \exp [-i\chi] F(x, y, z) \quad (2.38)$$

où $\chi = k_0(n - n_0)\delta z$ comme $|n - n_0| \ll n_0$.

On peut donner une interprétation physique aux deux termes exponentiels de l'équation 2.38. Le premier correspond à la propagation linéaire du faisceau dans un matériau d'indice n_0 sur une distance δz . Le deuxième terme $\exp[-i\chi]$ correspond quant à lui à un décalage de phase d'une valeur $-\chi$ induit par la non-uniformité de l'indice de réfraction, c'est-à-dire par la présence d'un réseau de réflexion Q (effet nonlinéaire).

Enfin, comme il est plus aisé de calculer la propagation en espace libre dans l'espace de Fourier, le calcul de $F(x, y, z + \delta z)$ à partir de $F(x, y, z)$ est réalisé en trois étapes :

1. Calcul de la transformée de Fourier $\tilde{F}(k_x, k_y, z)$ de $F(x, y, z)$,
2. Calcul de $\tilde{F}(k_x, k_y, z + \delta z)$ à partir de $\tilde{F}(k_x, k_y, z)$ subissant les influences des deux termes $\exp \left[-i \frac{\delta z}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp}^2 \right]$ et $\exp [-i\chi]$,
3. Calcul de la transformée de Fourier inverse $F(x, y, z + \delta z)$ de $\tilde{F}(k_x, k_y, z + \delta z)$.

Conditions aux limites

Dans la simulation numérique, on peut choisir quel type de faisceau nous envoyons en entrée du système. Les champs électriques correspondants à un faisceau gaussien classique ou à un faisceau dit "vortex" sont :

$$F_{\text{gaussien}}(x, y, z = 0, t) = \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_0^2} \right] \quad (2.39)$$

$$F_{\text{vortex}}(r, \theta, z = 0, t) = \left(\frac{r}{\omega_0} \right)^c \exp \left[-\frac{r^2}{\omega_0^2} \right] e^{ic\theta} \quad (2.40)$$

où ω_0 est le "waist" du faisceau, c est la charge topologique du vortex et (r, θ) sont les coordonnées polaires du plan transverse.

$$x = r \cos(\theta) \quad (2.41)$$

$$y = r \sin(\theta) \quad (2.42)$$

Concernant la face de sortie du cristal, le champ B étant la réflexion du champ F par le miroir, on a :

$$B(x, y, z = L_c, t) = -\sqrt{R} \mathcal{F}^{-1} \{ e^{i2k_0 n_0 L} \mathcal{F} \{ F(x, y, z = L_c, t) \} \} \quad (2.43)$$

où L_c est la longueur du cristal, L est la distance entre la face de sortie du cristal et le miroir virtuel, R est la réflectivité du miroir et \mathcal{F} est la transformée de Fourier.

2.2.4 Résultats

Ce modèle numérique a permis d'obtenir les résultats présentés dans la thèse de N. Marsal [28]. La figure 2.7 présente un pattern obtenu par notre modèle numérique avec un faisceau gaussien en entrée du système. Le waist w_0 du faisceau incident est fixé à $w_0 = 200 \mu m$ ce qui correspond à une largeur de faisceau d'environ $250 \mu m$ ⁵. Nous avons

5. Selon la définition de la largeur "10-90" (Annexe A).

modélisé un cristal de dimensions transverses (dimensions x et y) $6w_0 * 6w_0$, c'est-à-dire $1.2mm * 1.2mm$ et de dimension longitudinale (z) $L_c = 8mm$. Nous utilisons un maillage $100*100*300$. L'indice de réfraction efficace du matériau est fixé à $n_0 = 2.4$. Les images (a) et (d) sont les allures en intensité du faisceau retour B à la face d'entrée du cristal, c'est-à-dire après une traversée du cristal dans le sens des z positifs, la réflexion sur le miroir et une traversée du cristal dans le sens des z négatifs. Les images (c) et (f) sont les allures de la phase du faisceau B au même endroit. Les images (b) et (e) sont les allures en intensité du faisceau B en champ lointain. Elles ont été calculées en prenant la transformée de Fourier transverse à deux dimensions des images (a) et (d). La première ligne correspond à l'instant initial. A $t = 0$, aucun réseau de réflexion n'existe encore dans le matériau. Le faisceau n'a pas été modifié. En champ proche, on n'observe de modulation transverse ni sur la figure d'intensité (a), ni sur la figure de phase (c). Les variations de valeurs de la phase en champ proche (c) résultent simplement de la diffraction du faisceau au cours de son aller-retour dans le cristal. En champ lointain, seul le faisceau primaire est présent, aucun faisceau satellite n'a encore émergé (b). La deuxième ligne représente l'état du faisceau à l'instant $t = 500\tau$, considéré comme l'état final $t = \infty$ car le pattern est statique. Le champ proche du faisceau a adopté une géométrie hexagonale -en nids d'abeille-, comme on le remarque sur les figures d'intensité (d) et de phase (f). Dans un plan transverse, l'intensité et la phase du faisceau sont modulées. Cette géométrie se traduit par l'apparition de 6 vecteurs d'onde transverses en champ lointain formant un hexagone (e). Notre modèle de mélange d'onde simulé par un algorithme de type BPM ("Beam Propagation Method") permet donc bien de reproduire le phénomène d'instabilité de modulation que nous avons observé expérimentalement.

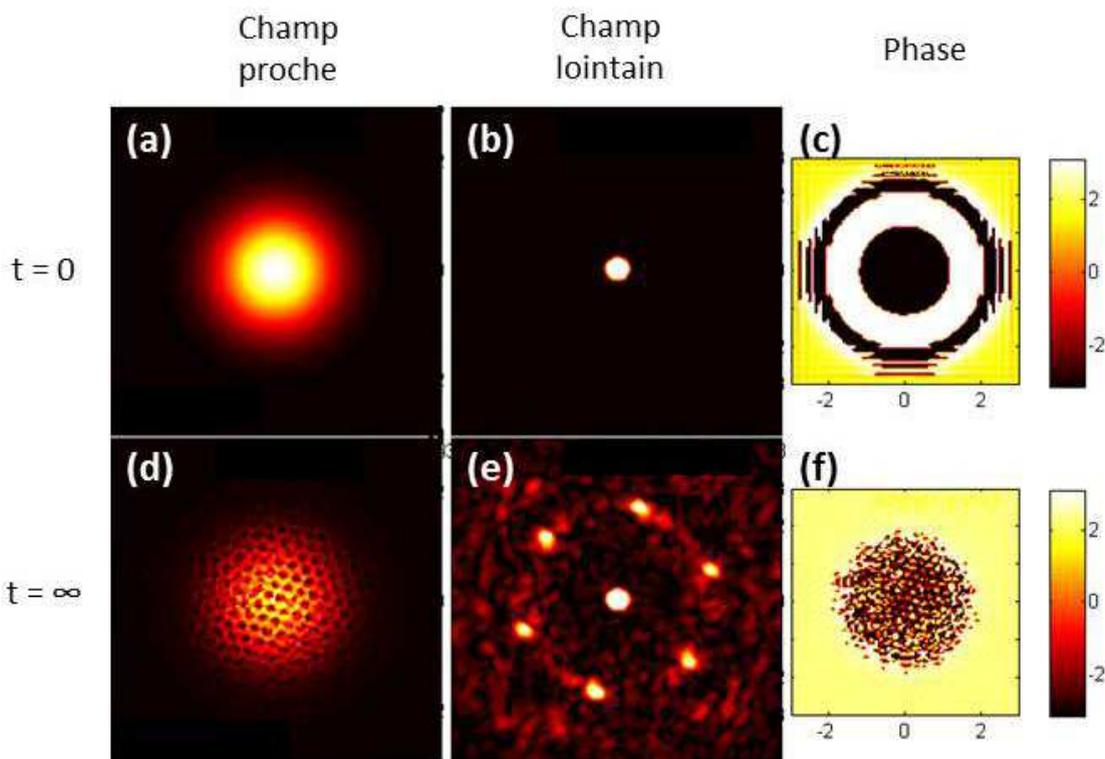


FIGURE 2.7 – Faisceau retour B (au niveau de la face d'entrée du cristal) obtenu par simulation numérique avec un faisceau gaussien classique en entrée du système. (a-b-c) Etat initial. (d-e-f) Etat final. (a,d) Champs proches. (b,e) Champs lointains. (c,f) Phase des faisceaux en champ proche.

2.3 Conclusion

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que notre montage expérimental composé d'un cristal photoréfractif dans un système à simple rétroaction optique permet l'observation du phénomène d'instabilité de modulation. Au-dessus d'un certain seuil pour l'intensité incidente, l'allure du faisceau dans un plan transverse bifurque vers une solution modulée, un pattern. En plaçant le miroir de rétroaction au niveau de la face de sortie du cristal ($L = 0$), nous avons vu que le pattern observé est hexagonal. Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons proposé un modèle théorique du couplage entre les faisceaux aller et retour via les propriétés nonlinéaires du matériau. La simulation grâce à un algorithme de type "Beam Propagation Method" a montré qu'une solution modulée hexagonale peut émerger d'un tel modèle.

Dans la suite de cette thèse, nous allons complexifier à la fois le montage expérimental et le modèle théorique pour introduire un faisceau vortex en entrée et ainsi étudier son effet sur la formation et la dynamique des patterns optiques.

Chapitre 3

Influence d'un faisceau "vortex" en entrée

Dans ce chapitre, nous étudions l'influence de l'envoi d'un faisceau vortex en entrée de notre système photoréfractif à simple rétroaction optique. Nous donnons tout d'abord la définition d'un faisceau vortex et expliquons comment nous le générons expérimentalement. Nous montrons ensuite que le phénomène d'instabilité de modulation se produit bien avec ce type de faisceau en entrée. Cependant, le pattern optique qui se forme présente une dynamique nouvelle, différente de celle observée lors du pompage par un faisceau gaussien. Ici, on observe une rotation du pattern. La structure auto-organisée tourne autour de son point central. Cette rotation est induite par les propriétés particulières du faisceau vortex incident. De plus, des comportements en phase particuliers dans les faisceaux satellites sont observés. Les résultats présentés dans ce chapitre ont donné lieu à des publications dans des revues à comité de lecture :

- V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger and M. Sciamanna, "Pattern formation using optical vortices in a photorefractive single feedback system". *Opt. Lett.* **36** :2815–2817 (2011).
- V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger and M. Sciamanna, "Vortex Induced Rotation Dynamics of Optical Patterns". *Phys. Rev. Lett.* **108** :263903 (2012).
- V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger and M. Sciamanna, "Optical patterns using vortex beams". *Proceedings of SPIE, Nonlinear Optics and Applications VI, 8434* :8434 1T (2012).

3.1 Qu'est-ce qu'un faisceau "vortex" ?

Dans ce paragraphe, nous introduisons tout d'abord la notion de *moment angulaire orbital*, propriété que possèdent certains faisceaux optiques, comme les modes de Laguerre-Gauss par exemple. Dans un plan transverse, ces faisceaux, aussi appelés faisceaux *vortex*, ont une *singularité de phase*, leur phase n'étant pas définie sur leur axe de propagation. Nous présentons ensuite des méthodes qui permettent de générer de tels vortex et quelques résultats de la littérature sur leur comportement en milieu photoréfractif.

3.1.1 Moment angulaire orbital

Un rayonnement électromagnétique décrit par les équations de Maxwell porte une énergie et un moment [137]. Le moment peut avoir plusieurs contributions : linéaire et angulaire. Le rayonnement porte un *moment linéaire* équivalent à $\hbar\mathbf{k}$ par photon où \hbar est la constante de Planck et \mathbf{k} est l'amplitude du vecteur d'onde du photon. C'est par l'existence de ce moment linéaire porté par chaque photon que J. Kepler, en 1619, justifiait l'orientation des queues des comètes : toujours dans la direction opposée à celle du Soleil [137]. Le rayonnement porte aussi un moment angulaire qui est la somme de deux contributions : le *moment angulaire de spin* associé à la polarisation du faisceau et le *moment angulaire orbital* associé à la distribution spatiale de l'intensité et de la phase du faisceau. Toute interaction entre le rayonnement et la matière est accompagnée d'un échange de moment.

L'étude du moment angulaire de spin a commencé lorsqu'en 1909, J. H. Poynting émit l'hypothèse que le rapport de la valeur du moment angulaire sur la valeur de l'énergie d'un faisceau lumineux polarisé circulairement est proportionnelle à la constante de Planck \hbar [138]. Dans la même publication, il émit aussi l'idée que la transformation de l'état de polarisation d'un faisceau lumineux, par exemple d'une polarisation linéaire vers une polarisation circulaire, doit être accompagnée d'un échange de moment avec le système optique. Cette hypothèse a été confirmée quelques décennies plus tard quand R. A. Beth montre expérimentalement qu'un faisceau polarisé circulairement peut transmettre un couple mécanique à une plaque biréfringente suspendue à un filament [139].

Le moment angulaire orbital est quant à lui associé à la distribution spatiale de l'intensité et de la phase. On dit qu'un faisceau lumineux possède un tel moment lorsque l'expression de sa phase dans un plan transverse contient un terme $\Phi(r, \theta) = c\theta$ où (r, θ) sont les coordonnées polaires du plan transverse et c est un nombre entier, positif ou négatif. Les modes de Laguerre-Gauss, faisceaux gaussiens issus des systèmes optiques à symétrie cylindrique, contiennent un tel terme. Leur expression générale est la suivante [140] :

$$E(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|c|)!}} \frac{1}{w(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|c|} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) L_p^{|c|}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(ik\frac{r^2}{2R(z)}\right) \exp(ic\theta) \exp(-i(2p+|c|+1)\zeta(z)) \quad (3.1)$$

où L_p^c sont les polynômes de Laguerre généralisés, $p \geq 0$ est l'indice radial et c est l'indice azimutal. $w(z)$, $R(z)$ et $\zeta(z)$ sont respectivement la largeur à $1/e^2$, le rayon de courbure et la phase de Gouy du faisceau :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (3.2)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right] \quad (3.3)$$

$$\zeta(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (3.4)$$

où w_0 est le waist et $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ est la longueur de Rayleigh du faisceau.

Quelques modes de Laguerre-Gauss sont illustrés sur la figure 1.4-(a). Les allures d'intensité des modes pour quelques valeurs de l'indice azimutal c et un indice radial nul ($p = 0$) sont représentées sur la figure 3.1 (colonne centrale). Le cas $c = 0$ est le mode gaussien classique. Quand l'indice c est non nul, l'allure de l'intensité a une forme d'anneau avec un point sombre au centre. Sur la colonne de gauche sont représentés les fronts d'onde des faisceaux. Le front d'onde est plan (au waist) si $c = 0$. Par contre, si c est non nul, on remarque que le front d'onde est hélicoïdal. C'est une hélice simple pour $c = 1$, une hélice double pour $c = 2$, une hélice triple pour $c = 3$... Pour $c = -1$, le front d'onde est une hélice simple inversée. Le comportement en phase de ces modes de Laguerre-Gauss se traduit par l'observation de figures en spirale quand on fait interférer le faisceau avec une onde plane (Fig. 3.1, colonne de droite). Quand le front d'onde est une hélice simple ($c = 1$), la figure d'interférence est une spirale simple. Quand le front d'onde est une hélice double ($c = 2$), la spirale est double... Cet indice c est aussi appelé la *charge topologique* du faisceau.

Sur la figure 3.1 sont aussi représentés les vecteurs de Poynting des faisceaux (flèches vertes sur la colonne de gauche). Le vecteur de Poynting représente le flux d'énergie par unité de surface d'un rayonnement électromagnétique. Ce vecteur, par définition, est toujours perpendiculaire au front d'onde. On remarque donc que lorsque le front d'onde est hélicoïdal, le vecteur de Poynting n'est plus parallèle à la direction de propagation du faisceau mais décrit une hélice [141]. Le vecteur a une composante azimutale.

C'est en 1992 qu'il a été montré expérimentalement qu'un faisceau optique possédant un moment angulaire orbital peut transmettre un couple mécanique à un système optique. L'expérience, analogue à celle de R. A. Beth concernant le moment angulaire de spin, a été réalisée par Allen *et al.* [142] à l'aide d'un système optique composé d'une paire de lentilles cylindriques suspendues elles-aussi à un fil. Cette expérience a montré que chaque photon d'un faisceau Laguerre-Gauss possède un moment angulaire orbital égal à $c\hbar$.

3.1.2 Singularité de phase

On peut maintenant faire remarquer que, comme les faisceaux optiques décrits précédemment ont un front d'onde hélicoïdal, leur phase est non-définie au centre du plan transverse ($r = 0$). Autour de ce point, la phase varie de 0 à $2\pi c$ quand l'angle azimutal varie de 0 à 2π . On parle de *singularité de phase*. Par définition, on appelle "singularité" un endroit où une quantité mathématique est infinie ou discontinue. Les ondes physiques (hydrodynamiques, optiques...) possèdent de telles singularités. En optique, il en existe trois types [143] :

- Les *singularités d'intensité* sont des points où l'application des lois de l'optique géométrique prévoit la présence d'une intensité lumineuse infinie. On peut citer l'exemple d'un miroir parabolique idéal recevant les rayons d'une source placée à l'infini. Tous

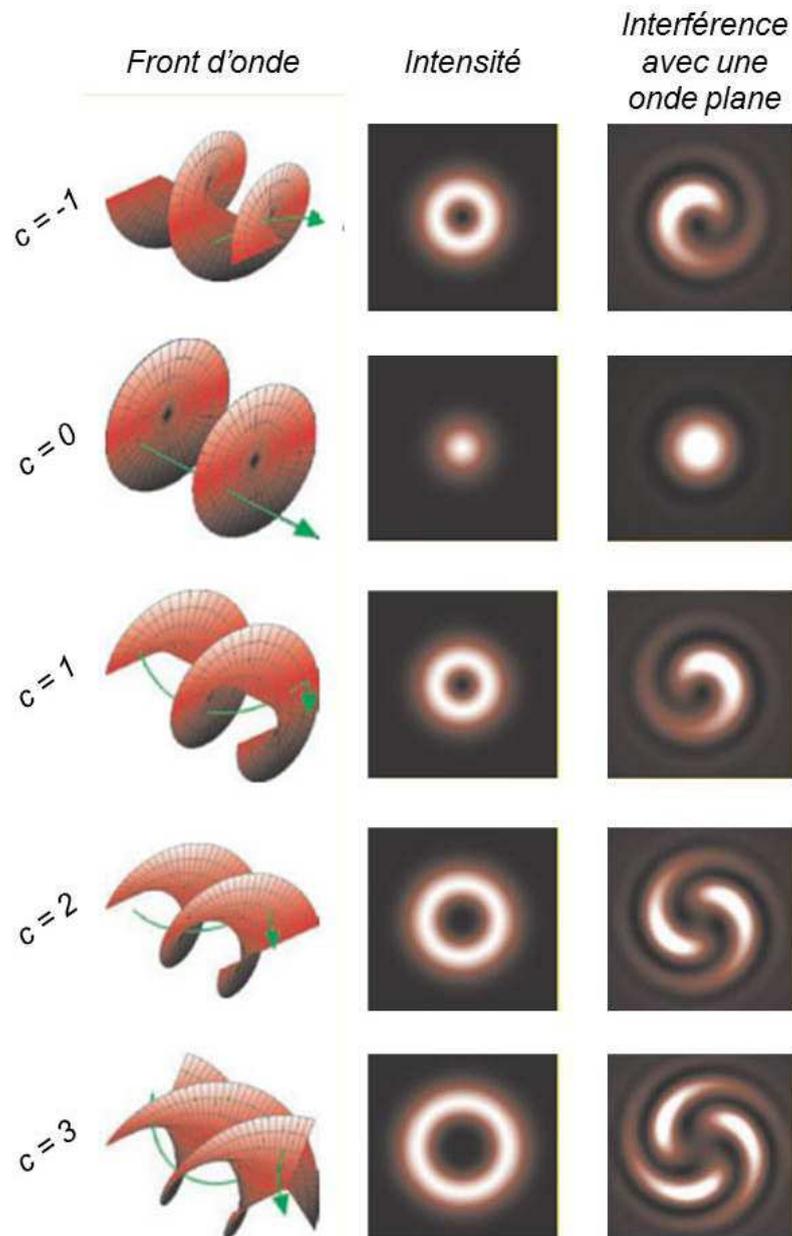


FIGURE 3.1 – Modes de Laguerre-Gauss pour un indice radial p nul et un indice azimutal c variable : fronts d'onde, intensités, figures d'interférence avec une onde plane. L'image est extraite de [137]

les rayons réfléchis se rencontrent en un point où l'intensité est théoriquement infinie. Quand une telle singularité d'intensité est prévue, l'enveloppe décrite par les faisceaux optiques est une courbe particulière appelée *caustique* [144].

- Les *singularités de polarisation* sont des points où la polarisation du champ électromagnétique n'est pas entièrement définie [145].
- Enfin, l'étude des *singularités de phase* en électromagnétisme a été initiée par un travail théorique pionnier de J. F. Nye et M. V. Berry en 1974 [146]. Ils ont montré que lorsqu'un train d'ondes est réfléchi par une surface irrégulière, chaque onde est diffusée dans une direction particulière et le champ résultant de l'interférence de toutes ces ondes peut contenir des *dislocations*. C'est-à-dire qu'aux endroits de ces

dislocations, la phase du champ est indéterminée et son intensité est nulle.

Les faisceaux de Laguerre-Gauss possédant un moment angulaire orbital contiennent donc une singularité de phase en leur centre et l'intensité y est nulle. Si on analyse le faisceau dans un plan transverse (à deux dimensions donc), la singularité de phase est ponctuelle. Si par contre on s'intéresse aux trois dimensions de l'espace, la singularité décrit une courbe. Dans le cas des faisceaux de Laguerre-Gauss à front d'onde hélicoïdal, cette courbe correspond exactement à l'axe de propagation du faisceau et la direction du moment angulaire orbital est située sur cet axe. Ces faisceaux sont alors appelés des *vortex optiques* par analogie avec les vortex superfluides [147].

La présence de singularités de phase n'est cependant pas une propriété exclusive de ces vortex optiques (ou modes de Laguerre-Gauss). On peut en observer lors de l'interférence d'ondes planes se propageant dans des directions différentes [148] ou dans les faisceaux Speckle, résultant de la diffusion d'un faisceau laser sur une surface irrégulière [149]. L'étude de la répartition des singularités de phase au sein d'un rayonnement électromagnétique dans les trois dimensions de l'espace est un problème de topologie. Les chemins décrits par les singularités peuvent être des boucles, des noeuds et peuvent même être fractals [150].

3.1.3 Génération des vortex optiques

Il existe trois méthodes pour générer des vortex optiques : par modulation de phase grâce à une lame d'épaisseur variable ou un Modulateur Spatial de Lumière (SLM), par transformation des modes d'Hermite-Gauss avec des lentilles cylindriques et par diffraction avec un réseau contenant une "dislocation".

Par modulation de la phase

La première méthode pour générer des vortex optiques consiste à envoyer un faisceau gaussien classique sur une *lame à épaisseur variable* (Fig. 3.2). Si l'épaisseur de la lame varie linéairement avec l'angle azimutal θ et que la différence d'épaisseur Δh est un multiple de la longueur d'onde du faisceau : $\Delta h = c\lambda$, alors le faisceau final a un front d'onde hélicoïdal. On transforme le faisceau incident en un vortex optique de charge topologique c [151].

Si la variation d'épaisseur Δh de la lame n'est pas un multiple de la longueur d'onde du faisceau incident, alors le faisceau de sortie obtenu est un *faisceau vortex non-entier*. Sa structure spatiale contient des singularités de phase mais elle n'est plus de symétrie cylindrique. Un tel faisceau ne doit donc pas être confondu avec les modes de Laguerre-Gauss précédemment décrits car il ne possède pas de moment angulaire orbital [153].

On peut aussi générer le vortex avec une technique semblable : l'utilisation d'un modulateur spatial de lumière (modulateur de phase). Généralement réalisé grâce à la technologie des cristaux liquides, un tel modulateur se comporte comme un miroir dont on contrôle l'épaisseur en imposant un *masque de phase*. Si on impose une variation de la phase proportionnelle à l'angle azimutal θ , on transforme un faisceau gaussien classique en un faisceau vortex [154].

En utilisant une paire de lentilles cylindriques

Une deuxième méthode pour générer des faisceaux portant un moment angulaire orbital a été introduite en 1993 par Beijersbergen, Allen *et al.* [155]. Elle consiste en l'utilisation de lentilles cylindriques. La figure 3.3 présente le principe de la méthode. Concernant le moment angulaire de spin, il est connu que l'on peut modifier la polarisation d'un faisceau laser grâce à un matériau biréfringent. Une lame quart d'onde transforme une polarisation

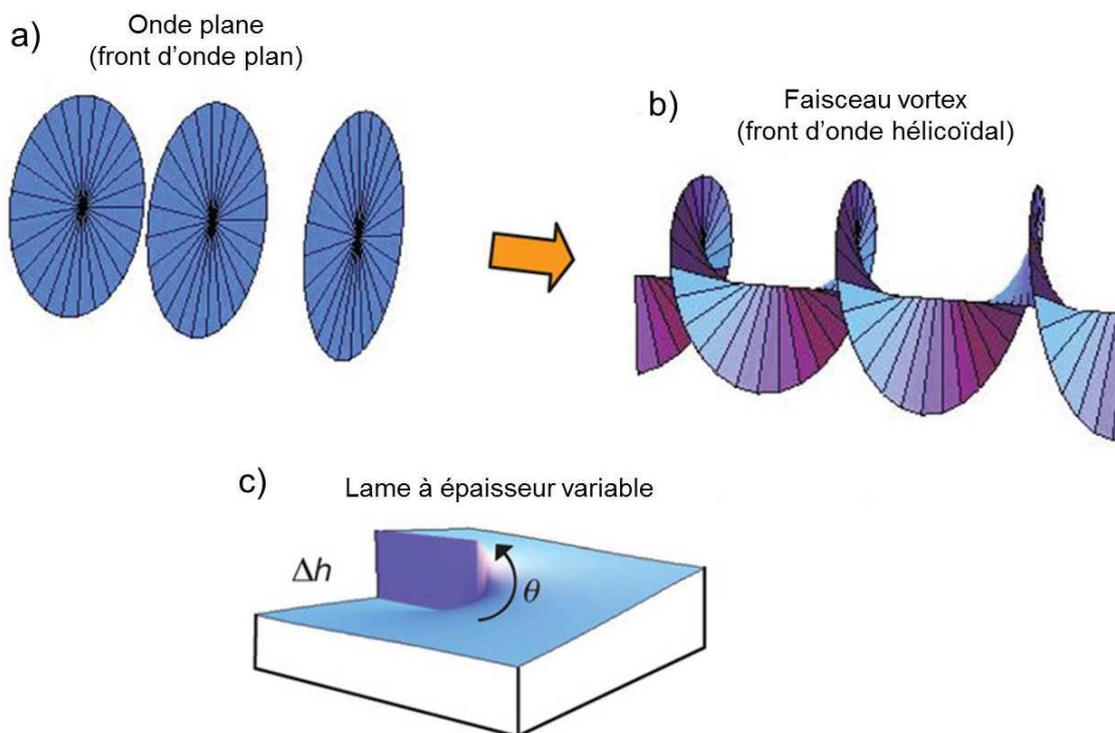


FIGURE 3.2 – Génération d'un vortex optique grâce à une lame à épaisseur variable. (a) Front d'onde plan correspondant à une onde plane. (b) Front d'onde hélicoïdal correspondant à un faisceau vortex. (c) lame à épaisseur variable. L'image est extraite de [152].

linéaire en une polarisation circulaire et une lame demi-onde transforme une polarisation circulaire en une polarisation circulaire opposée (Fig. 3.3-a). De manière analogue, deux lentilles cylindriques peuvent modifier le moment angulaire orbital d'un faisceau laser (Fig. 3.3-b). Si les deux lentilles (de distance focale f) sont séparées d'une distance $f\sqrt{2}$ alors un mode de Hermite-Gauss incident est transformé en un mode de Laguerre-Gauss. La paire de lentille est alors appelée un *convertisseur de mode* $\frac{\pi}{2}$. Si les lentilles sont séparées d'une distance $2f$, alors elles transforment un mode de Laguerre-Gauss d'indice radial (ou de charge topologique) c en un mode de Laguerre-Gauss d'indice $-c$. La paire de lentilles inverse le moment angulaire orbital du faisceau, elles sont appelées un *convertisseur de mode* π .

Cette méthode est facilement réalisable expérimentalement mais elle a un inconvénient important : pour obtenir un moment angulaire orbital $c\hbar$ donné, elle nécessite l'utilisation d'un mode de Hermite-Gauss particulier.

Par diffraction

On peut enfin générer des vortex optiques par diffraction. Cette méthode est illustrée sur la figure 3.4. Le principe est d'envoyer un faisceau gaussien classique sur un réseau de diffraction contenant une *dislocation*¹. Cette dislocation est caractérisée par l'apparition d'une ou plusieurs franges dans le réseau. Ainsi, lorsque le faisceau incident est envoyé sur cette dislocation, des faisceaux vortex sont obtenus dans les ordres de diffraction [156]. Le réseau de gauche de la figure 3.4 est appelé un réseau de diffraction du *premier ordre*. En effet, une et une seule frange sombre apparaît ex nihilo au niveau de la dislocation.

1. On parle aussi de réseau "fourchette".

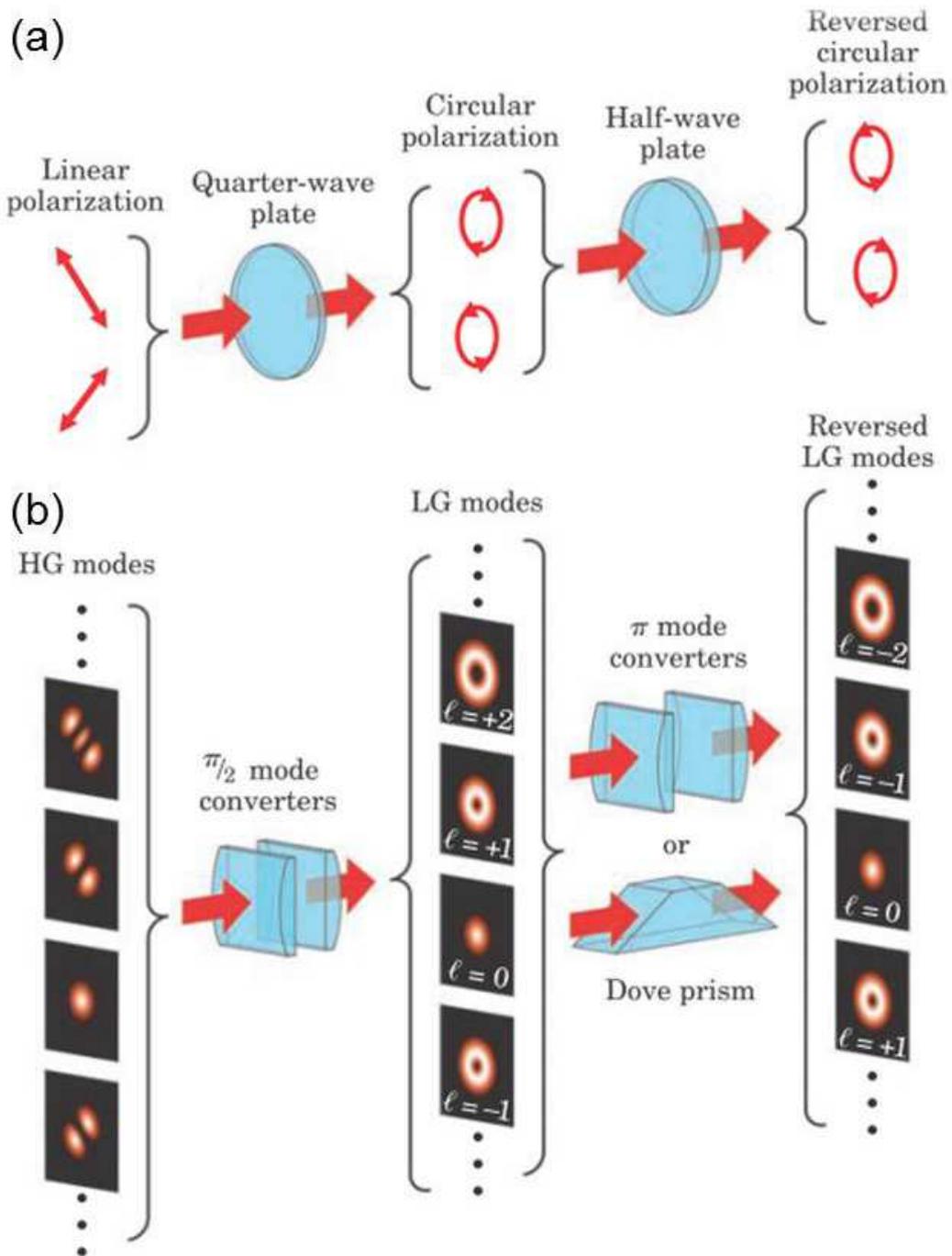


FIGURE 3.3 – (a) Transformation de la polarisation d'un faisceau grâce aux lames quart d'onde et aux lames demi-onde. (b) Production de modes de Laguerre-Gauss à partir de modes de Hermite-Gauss par l'action d'une paire de lentilles cylindriques. L'image est extraite de [137].

La figure de diffraction obtenue sera composée d'un vortex de charge topologique $c = 1$ au niveau du premier ordre de diffraction, d'un vortex de charge topologique $c = 2$ au deuxième ordre de diffraction... De l'autre côté de l'ordre 0 de diffraction, on obtient des vortex de charges topologiques négatives $c = -1$, $c = -2$... Le réseau présenté à droite

de la figure 3.4 est quant à lui un réseau de diffraction du *deuxième ordre* : deux franges sombres apparaissent ex nihilo à partir de la dislocation. Les charges topologiques des vortex obtenus par diffraction sont donc multipliées par 2. Le premier ordre de diffraction est un vortex de charge topologique $c = 2$, le deuxième ordre est un vortex de charge topologique $c = 4$...

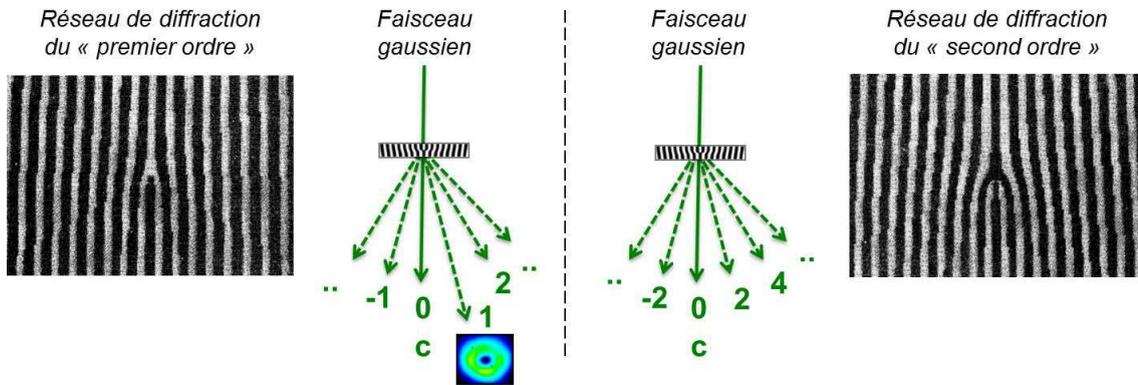


FIGURE 3.4 – Génération d'un vortex optique par diffraction sur un réseau contenant une "dislocation".

Dans notre montage expérimental, nous utilisons cette méthode pour générer nos vortex optiques. Notre réseau a été obtenu en imprimant sur une plaque de verre un masque contenant un réseau avec une dislocation. La figure 3.5 présente une photographie de la diffraction de notre faisceau laser sur un réseau contenant une dislocation de premier ordre. Le point le plus brillant au centre est l'ordre de diffraction 0. Il s'agit d'un faisceau gaussien classique. Tous les autres ordres de diffraction sont des faisceaux vortex. Les charges topologiques des premiers ordres sont indiquées sur l'image. Comme dans le cas de la diffraction sur un réseau ne contenant pas de dislocation, l'intensité des ordres de diffraction suit une loi en "sinus cardinal".

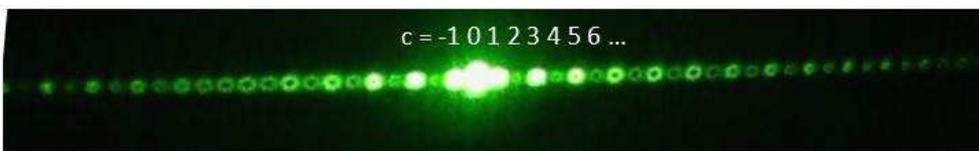


FIGURE 3.5 – Génération expérimentale de vortex optiques par diffraction.

La figure 3.6 présente les faisceaux vortex de charges topologiques 1, 2 et 3 obtenus expérimentalement ainsi que les figures d'interférence de chacun de ces faisceaux avec une onde plane (non-colinéaire). On constate sur les figures d'interférence la présence de "dislocations" (carrés blancs). Pour le vortex de charge topologique $c = 1$, on remarque l'apparition d'une dislocation au centre du faisceau. Pour les vortex de charge topologique $c = 2$ et $c = 3$, on observe l'apparition de 2 et 3 dislocations.

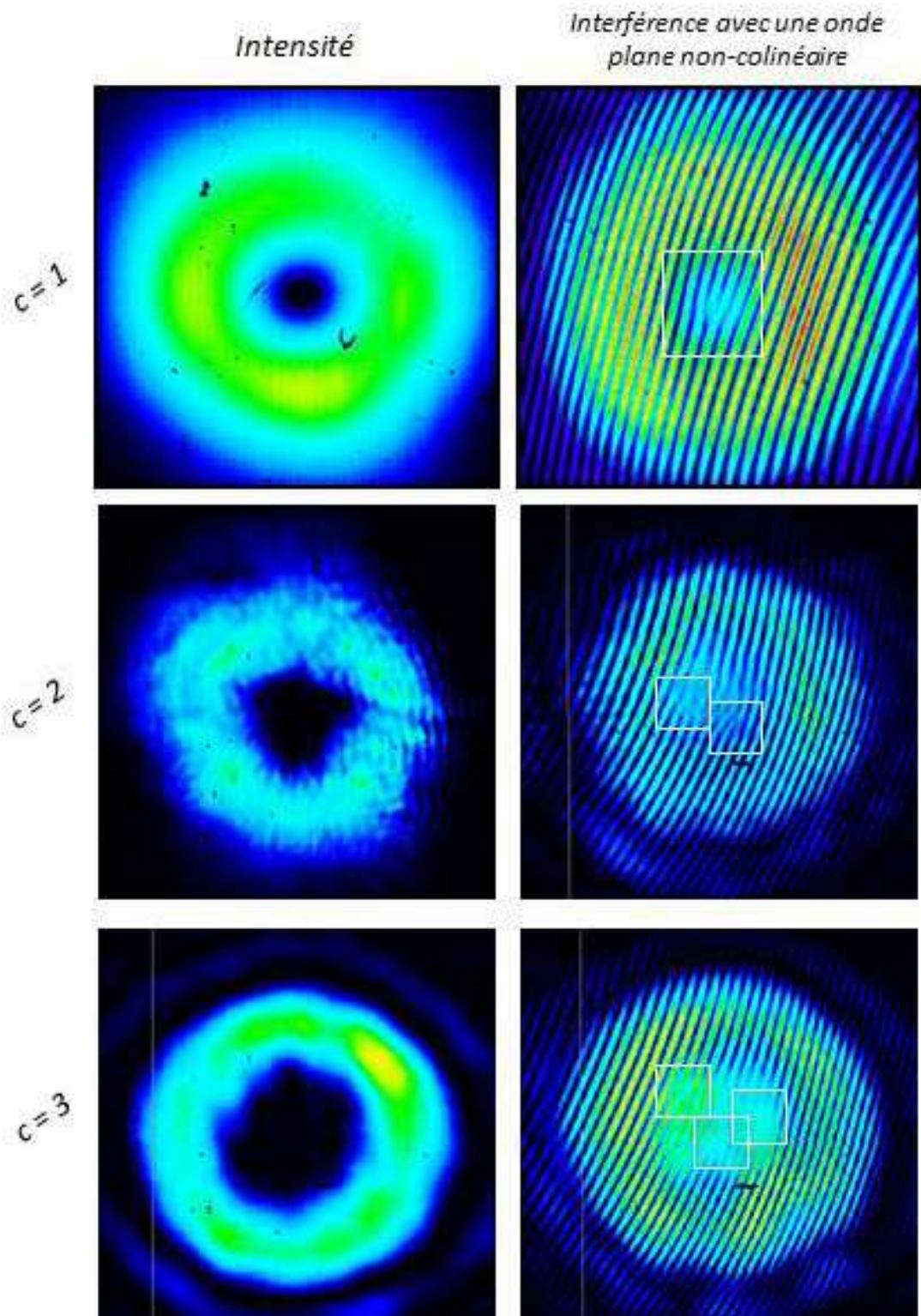


FIGURE 3.6 – Vortex de charges topologiques $c = 1$, $c = 2$ et $c = 3$ générés expérimentalement : allures de l'intensité et figures d'interférence avec une onde plane non-colinéaire. Les carrés blancs indiquent la présence d'une dislocation dans la figure d'interférence.

3.1.4 Quelques applications

Les faisceaux vortex peuvent être utilisés en tant que pinces optiques ("optical tweezer") pour piéger et manipuler des particules [157]. Le principe de ces pinces optiques est d'attirer les particules grâce au fort gradient d'intensité présent au point de focalisation du faisceau laser. Si le faisceau est focalisé à un endroit proche de la particule, celle-ci est attirée sur l'axe optique du faisceau. On peut alors déplacer la particule en déplaçant le faisceau. Ce principe est utilisé avec des faisceaux gaussiens classiques et permet de manipuler des particules dont la taille est comprise entre quelques dizaines de nanomètres et quelques centaines de micromètres. Les faisceaux vortex, ayant une allure d'intensité en anneau avec un point sombre au centre, peuvent présenter un intérêt particulier par rapport aux faisceaux classiques pour certaines particules qui sont endommagées si l'intensité du faisceau est trop forte. De plus, les particules une fois piégées par une pince optique réalisée avec un faisceau vortex peuvent subir un couple mécanique grâce au moment angulaire orbital du faisceau. En plus de permettre de déplacer des particules, la pince optique peut aussi contrôler leur orientation.

Les vortex optiques sont aussi très prometteurs pour des applications en transmission de l'information grâce à leurs propriétés quantiques. En effet, le moment angulaire orbital représente un nouveau degré de liberté de la lumière. Contrairement au moment angulaire de spin associé à la polarisation des photons, le moment angulaire orbital, comme expliqué précédemment, est une propriété illustrant la distribution spatiale de l'intensité et de la phase du champ électromagnétique. Grâce à ce nouveau degré de liberté, des espaces de Hilbert à très haute dimension peuvent être réalisés [158]. Ainsi, une quantité d'informations beaucoup plus grande pourrait être transmise avec une même quantité de photons.

Enfin, on peut encore citer d'autres applications possibles des faisceaux vortex, par exemple la possibilité de générer des photons intriqués via leur moment angulaire orbital [159], une meilleure compréhension des phénomènes célestes en astrophysique [160]...

3.1.5 Comportements des vortex en milieu photoréfractif

La découverte de méthodes simples de génération de vortex optiques a rapidement posé la question de leurs comportements dans les matériaux nonlinéaires. En 1995, le groupe de Duree *et al.* réalise la première observation expérimentale de "solitons vortex" dans un cristal photoréfractif (*SBN*) soumis à un champ électrique extérieur : la largeur du cœur sombre du vortex reste constante au cours de la propagation [161]. Peu après, la même observation est réalisée par Chen *et al.* grâce à l'effet photovoltaïque dans un cristal de Niobate de Lithium (*LiNbO₃ : Fe*) [162, 163].

Le groupe de Saffman *et al.* a étudié l'influence de l'anisotropie des cristaux photoréfractifs sur la propagation des faisceaux vortex. Ce groupe a montré expérimentalement qu'un vortex de charge topologique $c = 1$ a tendance à se déformer pendant sa propagation [164]. Les images (a) et (b) de la figure 3.7 montrent l'allure du vortex après propagation dans le cristal photoréfractif pour différentes valeurs de la nonlinéarité. La nonlinéarité est contrôlée par l'application d'un champ électrique extérieur. Sans champ électrique (Fig. 3.7-a), le vortex n'est pas déformé. Sous l'effet d'un champ électrique (Fig. 3.7-b), le vortex est déformé au cours de sa propagation. La géométrie initialement circulaire du faisceau devient elliptique. Cette déformation peut cependant n'être que transitoire si l'intensité incidente du faisceau est grande comparée à l'intensité de saturation du matériau. Le vortex peut alors retrouver sa forme circulaire après un certain temps [48]. Si la charge topologique du vortex est supérieure à 1 ($c > 1$), le faisceau se disloque en c vortex de charge topologique 1 [165]. L'image (c) de la figure 3.7 présente l'allure d'un vortex de charge topologique $c = 5$

après propagation dans le cristal photoréfractif soumis à un champ électrique extérieur. On peut remarquer la présence de 5 zones sombres séparées les unes des autres. L'image (d) présente la figure d'interférence d'une onde plane avec le faisceau de l'image (c), on voit bien qu'il existe 5 dislocations de phase. Autrement dit, le vortex incident de charge topologique 5 s'est séparé en 5 vortex de charge topologique 1. Au-delà de la propagation simple, les mêmes auteurs ont étudié le comportement de faisceaux vortex co-propageants. Ils ont montré que lorsque deux vortex incohérents et de charges topologiques opposées se propagent en même temps et dans la même direction dans le cristal photoréfractif, la déformation causée par l'anisotropie est considérablement atténuée [166].

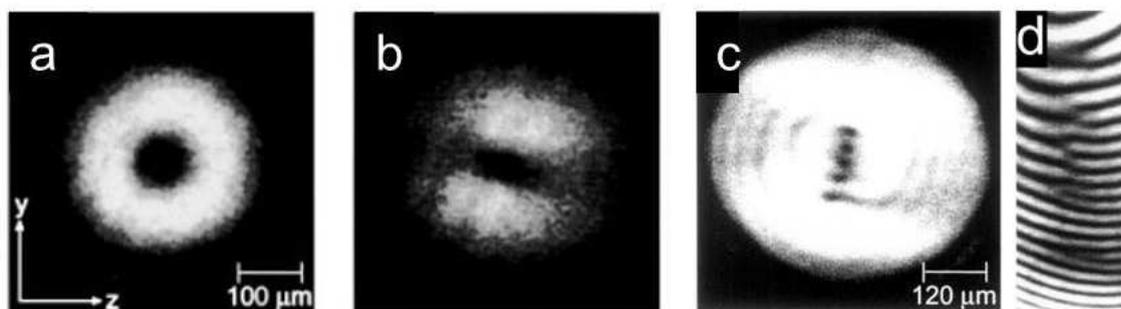


FIGURE 3.7 – Allure d'un vortex de charge topologique $c = 1$ après propagation dans un milieu photoréfractif sans champ électrique extérieur appliqué (a) et avec un champ électrique extérieur de 400V (b) [164]. (c) Allure d'un vortex de charge topologique $c = 5$ après propagation dans un milieu photoréfractif sous l'effet d'un champ électrique de 820V [165]. (d) Figure d'interférence associée au faisceau de l'image (c) [165].

Tous les résultats précédents ont été obtenus en utilisant des faisceaux vortex incidents de polarisation *extraordinaire*. L'influence d'une modification de la polarisation du faisceau vortex a été étudiée par Passier *et al.* Les auteurs montrent que, dans le cas d'un faisceau vortex de polarisation *ordinaire*, la déformation induite par l'anisotropie du cristal photoréfractif dépend du signe de sa charge topologique [167]. Une modélisation complète de la propagation du faisceau vortex doit donc considérer la nature *tensorielle* du coefficient électro-optique. De plus, ce même groupe a aussi montré qu'il est possible d'obtenir un guide d'onde photo-induit, autrement dit un soliton vortex, grâce à un faisceau vortex de polarisation ordinaire [168]. Enfin, ils ont proposé de coupler cette propriété d'auto-guidage des faisceaux vortex et le phénomène de dislocation des faisceaux vortex de charge topologique supérieure ($c > 1$) pour réaliser des "jonctions 1 vers c ", c'est-à-dire des éléments optiques de transmission à une entrée et c sorties [169].

Le cas des vortex contra-propageants en milieu photoréfractif a été étudié numériquement par Belic *et al.* Leur modèle a tout d'abord montré que deux vortex de charges topologiques opposées $c = 1$ et $c = -1$ se propageant en sens inverse dans un milieu photoréfractif sont instables. Ils se disloquent en plusieurs filaments [170]. La symétrie circulaire est perdue, on parle d'*instabilité azimutale*. Le même phénomène de dislocations en plusieurs filaments est observé si les deux faisceaux ont la même charge topologique [171] ou s'ils sont incohérents [172]. Ce phénomène est aussi lié à l'anisotropie du milieu car les auteurs montrent que la longueur à partir de laquelle les vortex se filamentent dépend beaucoup de la prise en compte ou non dans le modèle de l'anisotropie du matériau. Enfin, les auteurs ont observé dans tous ces différents cas que les faisceaux issus de cette instabilité azimutale tournent autour de l'axe de propagation du faisceau vortex initial, signe de l'influence du moment angulaire orbital des faisceaux incidents.

3.2 Résultats expérimentaux

L'état de l'art rappelé précédemment concerne des milieux optiques non étendus avec des faisceaux pompes à faible rayon. Ces travaux ont étudié essentiellement la modification des paramètres d'un vortex voire son auto-focalisation lors de la propagation dans un milieu photoréfractif. Nous étudions ici pour la première fois l'influence d'un milieu spatialement étendu sur la propagation d'un vortex. Nous présentons nos observations expérimentales lorsque nous remplaçons un faisceau gaussien par un faisceau vortex en entrée de notre système photoréfractif à simple rétroaction optique sujet à formation de patterns. Nous montrons d'abord que le processus d'instabilité de modulation se produit, et pour les mêmes valeurs de l'intensité crête incidente que dans le cas gaussien. De plus, le moment angulaire orbital des faisceaux incidents entraîne une rotation du pattern final en champ proche. Nous étudions l'influence de l'intensité et de la charge topologique du vortex incident sur sa vitesse de rotation. Enfin, des mesures interférentielles montrent l'existence de singularités de phase dans les faisceaux satellites en champ lointain.

3.2.1 Schéma modifié du montage

La figure 3.8 représente le schéma de principe du montage légèrement modifié par rapport à celui de la figure 2.1. Ici, le faisceau laser diffracte sur un réseau contenant une dislocation. Pour obtenir un faisceau vortex de charge topologique $c = 1$, nous utilisons un réseau dit de premier ordre (voir Fig. 3.4) et prélevons le premier ordre de diffraction. Avec ce même réseau, on obtient un vortex de charge topologique $c = -1$ si on sélectionne l'ordre -1 de diffraction. Pour obtenir des vortex de charges topologiques supérieures, nous utilisons des réseaux de diffraction d'ordre supérieur (voir Fig. 3.4 où est représenté un réseau de diffraction du deuxième ordre).

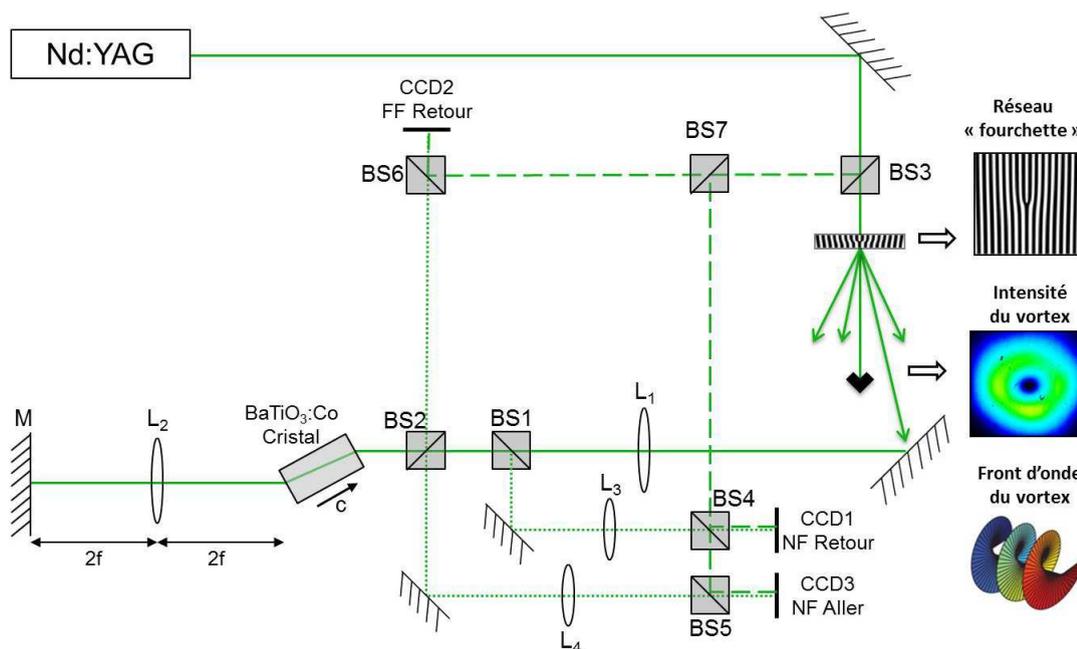


FIGURE 3.8 – Schéma de principe du montage dans le cas de l'utilisation d'un faisceau vortex en entrée du système.

3.2.2 Pattern obtenu avec un vortex de charge topologique $c = 1$

La figure 3.9 présente l'allure du faisceau retour B observé en champ proche (a) et en champ lointain (b). La charge topologique du vortex incident vaut $c = 1$ et son intensité vaut $I = 20Wcm^{-2}$. Pour améliorer la visualisation des faisceaux satellites en champ lointain, nous avons filtré le spot central. On remarque tout d'abord que le pattern en champ proche a une structure hexagonale, comme dans le cas gaussien. Ici, nous imageons un plan à l'intérieur du cristal. Dans ce plan, le pattern est composé d'hexagones positifs. Les pics d'intensité sont organisés en hexagones. Concernant le champ lointain, les faisceaux satellites sont plus complexes que ceux observés dans le cas gaussien mais ils possèdent tout de même 6 directions privilégiées. De plus, comme l'indique la flèche blanche sur l'image (a), on observe une rotation du pattern en champ proche, ici dans le sens trigonométrique. La structure auto-organisée tourne autour de la singularité de phase, autour du point central sombre. Cette dynamique est spécifique au cas vortex : le pattern est statique si le faisceau incident est gaussien. De plus, si on remplace le faisceau vortex incident par un vortex de charge topologique opposée $c = -1$, on observe un pattern ayant la même géométrie mais une dynamique inversée. Le pattern tourne dans le sens horaire. On peut donc conclure de ces observations que le moment angulaire orbital du faisceau vortex incident entraîne une rotation du pattern final.

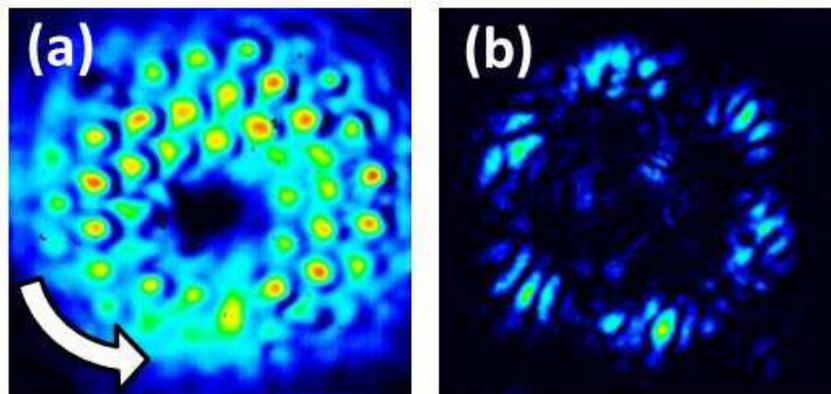


FIGURE 3.9 – Allure du faisceau retour B en champ proche (a) et en champ lointain (b) pour une intensité incidente $I = 20Wcm^{-2}$. Le spot central du pattern en champ lointain a été filtré.

Cette rotation du pattern en champ proche a une conséquence intéressante si on filtre certains vecteurs d'onde transverses. C'est l'expérience dite de *forcing*. On ajoute dans la boucle de rétroaction un filtre qui laisse passer certains vecteurs d'onde mais qui en interdit d'autres. La figure 3.10 présente nos observations. L'image (a) est le pattern en champ proche obtenu en l'absence de filtre. Par rapport au pattern présenté sur la figure 3.9, le plan de l'imagerie est ici situé au niveau de la face d'entrée du cristal. Ainsi nous observons ici des hexagones "négatifs" (structure de type nids d'abeille). La flèche blanche indique la rotation. L'image (b) présente l'allure du pattern lorsqu'on intercale dans la boucle de rétroaction un filtre horizontal (représenté en médaillon). Ce filtre ne laisse passer que les vecteurs d'onde horizontaux du plan de Fourier. Le pattern obtenu est alors composé exclusivement de raies verticales. Cependant les raies ont une dynamique représentée par les flèches. Les raies situées dans la partie basse du pattern dérivent vers la droite tandis que celles situées dans la partie haute dérivent vers la gauche. Cette différence de sens de dérive est issue de la dynamique de rotation du pattern (a). On peut aussi tourner le filtre pour ne laisser passer que les vecteurs d'onde verticaux du plan de Fourier. On obtient le

pattern représenté par l'image (c). Il est alors composé exclusivement de raies horizontales. Les raies de la partie gauche du pattern dérivent vers le bas tandis que les raies de la partie droite dérivent vers le haut. Ici encore, ces sens de dérive illustrent le sens de rotation du pattern sans filtre (a).

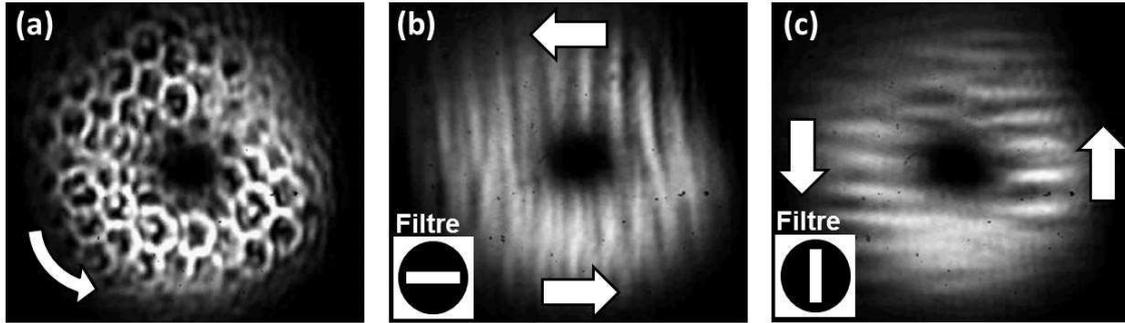


FIGURE 3.10 – Etude de l'effet d'un "forcing" sur le pattern en champ proche. Un filtre placé dans la boucle de rétroaction interdit l'apparition de certains vecteurs d'onde. (a) Pattern sans "forcing". (b) Pattern avec "forcing" horizontal. (c) Pattern avec "forcing" vertical.

L'observation de ces patterns en rotation peut être mise en relation avec les dynamiques de dérive observées dans les systèmes à simple rétroaction optique quand un faisceau gaussien classique est utilisé en entrée et quand le miroir est désaligné [69]. En effet, quand le miroir est désaligné, le faisceau ne subit plus un déphasage homogène au cours de la rétroaction. Le désalignement du miroir ajoute un *gradient de phase* au faisceau retour. Une moitié du faisceau subira un plus grand déphasage tandis que l'autre moitié subira un déphasage plus faible. Les résultats de la littérature (détaillés dans le chapitre 1) montrent que l'ajout d'un tel gradient de phase induit une dérive du pattern final dans la direction du gradient. Dans notre expérience, nous n'imposons pas de gradient de phase dans la boucle de rétroaction mais nous envoyons un faisceau incident possédant un front d'onde hélicoïdal. Dans un plan transverse, la phase varie linéairement de 0 à $2\pi c$ quand l'angle azimutal décrit l'intervalle $[0; 2\pi]$. On constate alors que cette *circulation de phase* entraîne une rotation du pattern final. Ces deux observations dans des systèmes différents montrent que la dynamique des patterns est directement influencée par les variations de phase des faisceaux en interaction.

3.2.3 Patterns obtenus avec des vortex de charges topologiques supérieures $c > 1$

La figure 3.11 présente les patterns obtenus avec des vortex incidents de charges topologiques $c = 1$, $c = 2$ et $c = 3$ et une intensité incidente $I = 20Wcm^{-2}$. Les images correspondent à l'allure du faisceau retour B en champ proche (1^{re} ligne) et en champ lointain (2^{me} ligne). Les images (a) et (d) sont les mêmes que celles de la figure 3.9. En observant les allures en champ proche pour $c = 2$ (b) et $c = 3$ (c), on remarque que la géométrie du pattern est aussi hexagonale, les pics intenses sont toujours organisés en hexagones. On peut aussi remarquer que certaines zones sont peu modulées, comme la zone en bas à gauche du pattern (b) ou la zone en haut du pattern (c). Cela est dû au caractère "imparfait" des vortex incidents : certaines zones sont moins intenses que d'autres et subissent donc le phénomène d'instabilité de modulation de manière moins prononcée. Si on étudie maintenant l'allure des faisceaux en champ lointain, on remarque que l'on distingue toujours 6 directions privilégiées pour les faisceaux satellites, représentant l'organisation

hexagonale en champ proche. Cependant, ces faisceaux semblent se “complexifier” quand on augmente c .

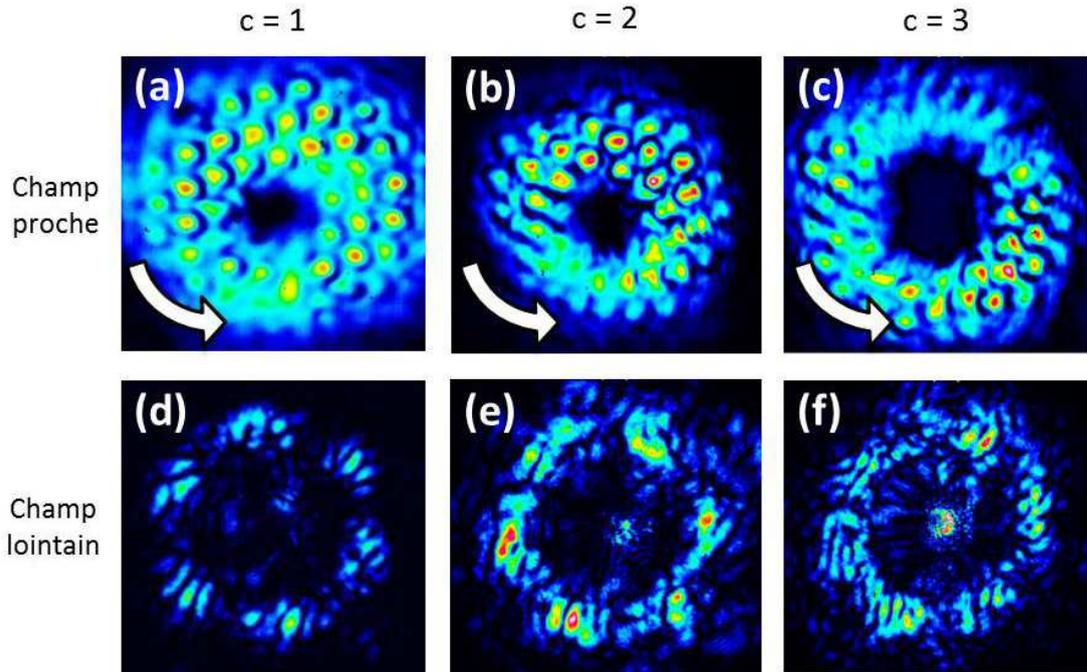


FIGURE 3.11 – Patterns expérimentaux obtenus avec des vortex incidents de charges topologiques $c = 1$, $c = 2$ et $c = 3$ et d'intensité $I = 20 W cm^{-2}$. (a-b-c) Champs proches. (d-e-f) Champs lointains. Les spots centraux des faisceaux en champ lointain ont été filtrés.

Les images décrites précédemment concernent une même intensité incidente $I = 20 W cm^{-2}$. Pour cette valeur de l'intensité, le pattern est bien formé, le seuil d'instabilité de modulation est largement dépassé. Nous avons cependant étudié la valeur du seuil d'apparition des faisceaux satellites pour différents faisceaux incidents pour répondre à la question suivante : le seuil de formation du pattern dépend-il de la charge topologique du faisceau incident ? La figure 3.12 représentent nos résultats. Nous y avons tracé l'évolution du rapport de la puissance de la “couronne” du faisceau retour B (puissance totale moins la puissance du spot central) sur la puissance totale du faisceau en fonction de l'intensité incidente. En effet, le seuil d'instabilité de modulation est caractérisé par l'émergence des faisceaux satellites en champ lointain. Une augmentation rapide de ce ratio représente donc le passage du seuil. L'intensité incidente présente en abscisse du graphique correspond à l'intensité maximale (intensité “crête”) du faisceau. Pour un faisceau gaussien classique ($c = 0$), l'intensité crête est la valeur d'intensité au centre ($r = 0$). Par contre, pour les faisceaux vortex ($c > 0$), l'intensité crête correspond à la valeur maximale de l'intensité de l'anneau. Quatre séries de points sont représentées sur la figure :

- les carrés représentent les résultats dans le cas d'un faisceau gaussien incident de largeur $110 \mu m$,
- les triangles dans le cas d'un faisceau gaussien de largeur $160 \mu m$,
- les losanges dans le cas d'un faisceau vortex de charge topologique $c = 1$ et de largeur $170 \mu m$,
- et les croix dans le cas d'un faisceau vortex de charge topologique $c = 2$ et de largeur $280 \mu m$.

En observant le graphique, on constate tout d'abord que les ratios ne pas nuls quand

l'intensité incidente est faible ($I_{in} \simeq 1Wcm^{-2}$). Des vecteurs d'onde existent dans la "couronne" du faisceau mais ne sont pas amplifiés. Ensuite, on remarque quel que soit le faisceau incident (quelles que soient la charge topologique et la largeur du faisceau), le rapport croît pour une valeur de l'intensité maximale comprise entre $5Wcm^{-2}$ et $10Wcm^{-2}$. Une détermination plus précise des seuils (à $1Wcm^{-2}$ près par exemple) est impossible ici à cause de l'incertitude de mesure de l'intensité crête des faisceaux incidents. Cette incertitude, représentée par les barres d'erreur horizontales sur la figure 3.12, est elle-même causée par l'incertitude de mesure de la taille des faisceaux. Cependant, malgré ces incertitudes, les valeurs des intensités de seuil sont du même ordre de grandeur quel que soit le faisceau incident. On peut donc en conclure que le seuil d'instabilité de modulation ne dépend pas de la taille ou de la charge topologique du faisceau incident, mais de son intensité. Le seuil correspond à une intensité du faisceau incident d'environ $10Wcm^{-2}$.

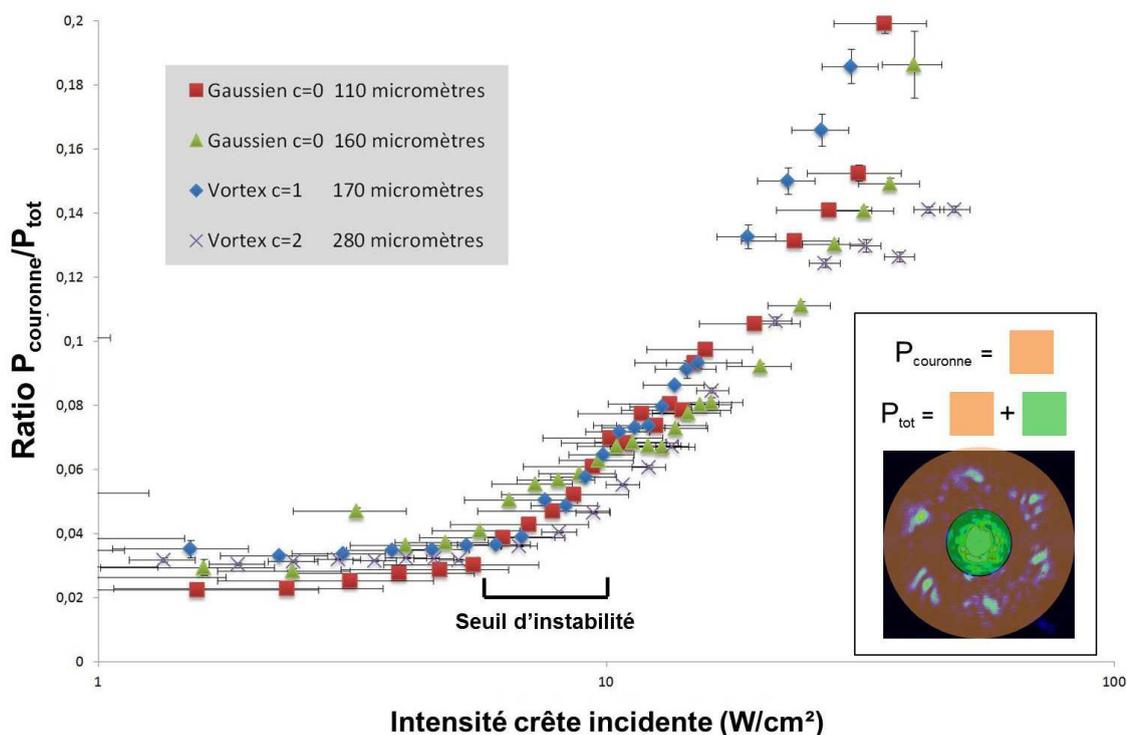


FIGURE 3.12 – Mesures des seuils d'apparition de l'instabilité de modulation. Les points représentent le rapport de la puissance de la "couronne" sur la puissance totale du faisceau retour en fonction de l'intensité du faisceau incident. Les mesures ont été réalisées pour deux faisceaux gaussiens de tailles différentes ($110\mu m$ et $160\mu m$), un vortex de charge topologique $c = 1$ de taille $170\mu m$ et un vortex de charge topologique $c = 2$ de taille $280\mu m$. Les valeurs des intensités crêtes en abscisse sont représentées sur une échelle logarithmique.

3.2.4 Influence de l'intensité et de la charge topologique du vortex incident sur la dynamique du pattern

Quelle que soit la charge topologique du faisceau incident, on constate une rotation du pattern en champ proche, représentée par les flèches blanches sur la figure 3.11. La figure 3.13 présente plusieurs images consécutives du faisceau retour pour des vortex incidents

de charge topologique $c = 1$ (a-d) et $c = -3$ (e-h). Comme l'indique l'axe des abscisses, un temps de 0.6 seconde s'est écoulé entre deux images. La rotation étant assez lente (relativement à ce temps d'échantillonnage de 0.6s), on peut suivre le mouvement d'un pic lumineux au cours du temps. Pour chacun des deux cas, nous avons repéré un pic par un carré rouge et mesuré la distance qu'il a parcouru pendant un intervalle de temps donné. On peut constater que les deux pics se déplacent dans des directions opposées. Pour $c = 1$, le pic s'est déplacé vers le bas, le pattern tourne dans le sens anti-horaire. Pour $c = -3$, le pic s'est déplacé vers le haut, le pattern tourne dans le sens horaire. Ceci s'explique par la différence de signe entre les charges topologiques. Deux moments angulaires orbitaux de signes opposés induisent des rotations en sens opposés. De plus, comme nous connaissons la taille des deux faisceaux ($290\mu\text{m}$ pour le vortex $c = 1$ et $340\mu\text{m}$ pour $c = -3$, indiqués par les doubles flèches rouges), nous pouvons évaluer la distance parcourue par les deux pics et la vitesse angulaire. Pour $c = 1$, le pic a parcouru $30\mu\text{m}$ en 1.8 secondes, le pattern tourne à une vitesse angulaire $v \simeq 0.15\text{rad/s}$. Pour $c = -3$, le pic a parcouru $50\mu\text{m}$ en 1.8 secondes, le pattern tourne à une vitesse $v \simeq 0.17\text{rad/s}$. Une rotation complète du pattern dure respectivement 43 et 36 secondes pour chacun des cas. La valeur de la vitesse linéaire est donc de quelques dizaines de micromètres par seconde, correspondant au temps de réponse relativement lent de notre cristal photoréfractif (de l'ordre de la seconde).

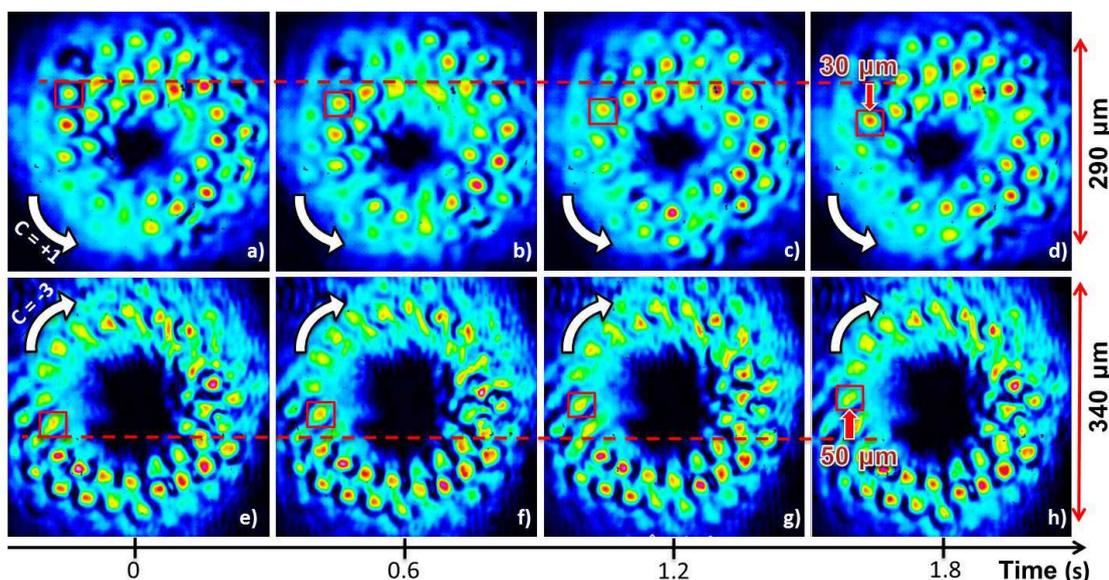


FIGURE 3.13 – Rotation des patterns en champ proche. (a-d) Vortex incident de charge topologique $c = 1$. (e-h) Vortex incident de charge topologique $c = -3$. Les faisceaux incidents ont une intensité $I = 20\text{Wcm}^{-2}$.

Nous avons mesuré de cette façon la vitesse de rotation du pattern pour plusieurs charges topologiques et pour différentes intensités incidentes. Ces mesures, réalisées pour une intensité incidente variant de 10 à 30Wcm^{-2} et pour les charges topologiques $c = 1$, $c = 2$ et $c = 3$, sont représentées sur la figure 3.14. Pour $c = 1$, la vitesse de rotation augmente de 0.10rad/s pour $I = 10\text{Wcm}^{-2}$ à 0.17rad/s pour $I = 30\text{Wcm}^{-2}$. Pour $c = 2$, la vitesse de rotation augmente de 0.12rad/s pour $I = 10\text{Wcm}^{-2}$ à 0.20rad/s pour $I = 30\text{Wcm}^{-2}$. Enfin, Pour $c = 3$, elle augmente de 0.12rad/s pour $I = 10\text{Wcm}^{-2}$ à 0.21rad/s pour $I = 30\text{Wcm}^{-2}$. On constate donc que, quelle que soit la charge topologique, la vitesse de rotation augmente avec l'intensité. Ce résultat est conforme aux résultats connus à propos de l'effet photoréfractif : une augmentation de l'intensité des faisceaux en

interaction accélère la dynamique des phénomènes photoréfractifs. De plus, cette augmentation de la vitesse angulaire n'est pas linéaire, les points décrivent une courbe concave, il y a une saturation progressive de la vitesse de rotation (à partir de $I = 25Wcm^{-2}$ environ). Ce résultat pourrait être expliqué par l'existence d'une saturation de la nonlinéarité photoréfractive [40].

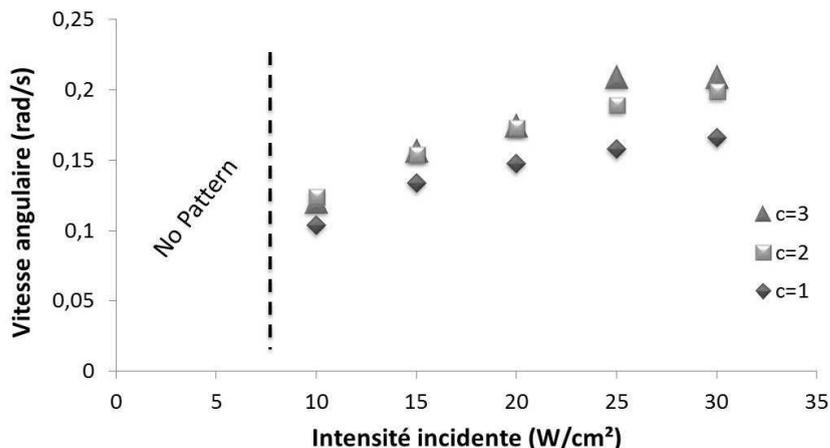


FIGURE 3.14 – Vitesses de rotation des patterns en fonction de l'intensité et de la charge topologique du faisceau vortex incident.

Concernant l'influence de la charge topologique sur la vitesse angulaire de rotation, nos mesures montrent que la vitesse de rotation pour un vortex de charge topologique $c = 2$ est légèrement plus élevée que pour un vortex $c = 1$. Pour une intensité incidente $I = 20Wcm^{-2}$, elle vaut $0.15rad/s$ pour $c = 1$ et $0.17rad/s$ pour $c = 2$. Pour un vortex incident de charge topologique $c = 3$, la vitesse de rotation est quasiment la même que pour un vortex $c = 2$. On peut donc conclure que l'augmentation de la charge topologique (et donc de l'amplitude de la circulation de phase) du vortex incident entraîne une augmentation de la vitesse de rotation du pattern en champ proche. Cependant, cette augmentation n'est pas linéaire.

3.2.5 Présence de singularités de phase dans les faisceaux satellites

Après avoir étudié en détail l'allure des patterns en champ proche, nous nous intéressons maintenant à leurs allures en champ lointain. Nous avons vu précédemment que les faisceaux satellites du faisceau retour observé en champ lointain lorsque le faisceau incident est un faisceau vortex sont plus complexes que dans le cas gaussien (Fig. 3.11). Ils contiennent des zones sombres. La figure 3.15 présente des mesures interférentielles entre ces faisceaux retour en champ lointain et une onde plane. L'image (a) a été prise dans le cas d'un faisceau vortex incident de charge topologique $c = 1$, l'image (b) avec un vortex $c = 2$ et l'image (c) avec un vortex $c = 3$. Dans les trois cas, l'intensité incidente a été fixée à $I = 20Wcm^{-2}$. Les spots centraux ont été filtrés pour la mesure. Nous avons donc ajouté des disques bleus sur les images pour indiquer qu'aucune conclusion ne doit être tirée de l'observation des franges d'interférence au centre. En observant avec attention l'allure des franges d'interférence au niveau des faisceaux satellites, on remarque la présence de nombreuses singularités de phase. Les franges d'interférence y décrivent des "fourchettes". Nous avons entouré certaines de ces singularités par des cercles rouges et verts. En effet, ces apparitions de franges ex-nihilo peuvent être orientées de deux façons : soit la frange

apparaît pour un angle azimutal θ croissant (sens anti-horaire), soit elle apparaît pour un angle θ décroissant (sens horaire). Les cercles rouges et verts soulignent donc la présence de vortex de charges topologiques $c = 1$ et $c = -1$. Ceci est la première conclusion : lorsque le faisceau incident est un vortex de charge topologique $c = 1$, le phénomène d'instabilité de modulation se caractérise par l'apparition de faisceaux satellites aux comportements en phase complexes. Ils contiennent des singularités de phase d'ordre 1 et des singularités d'ordre -1 .

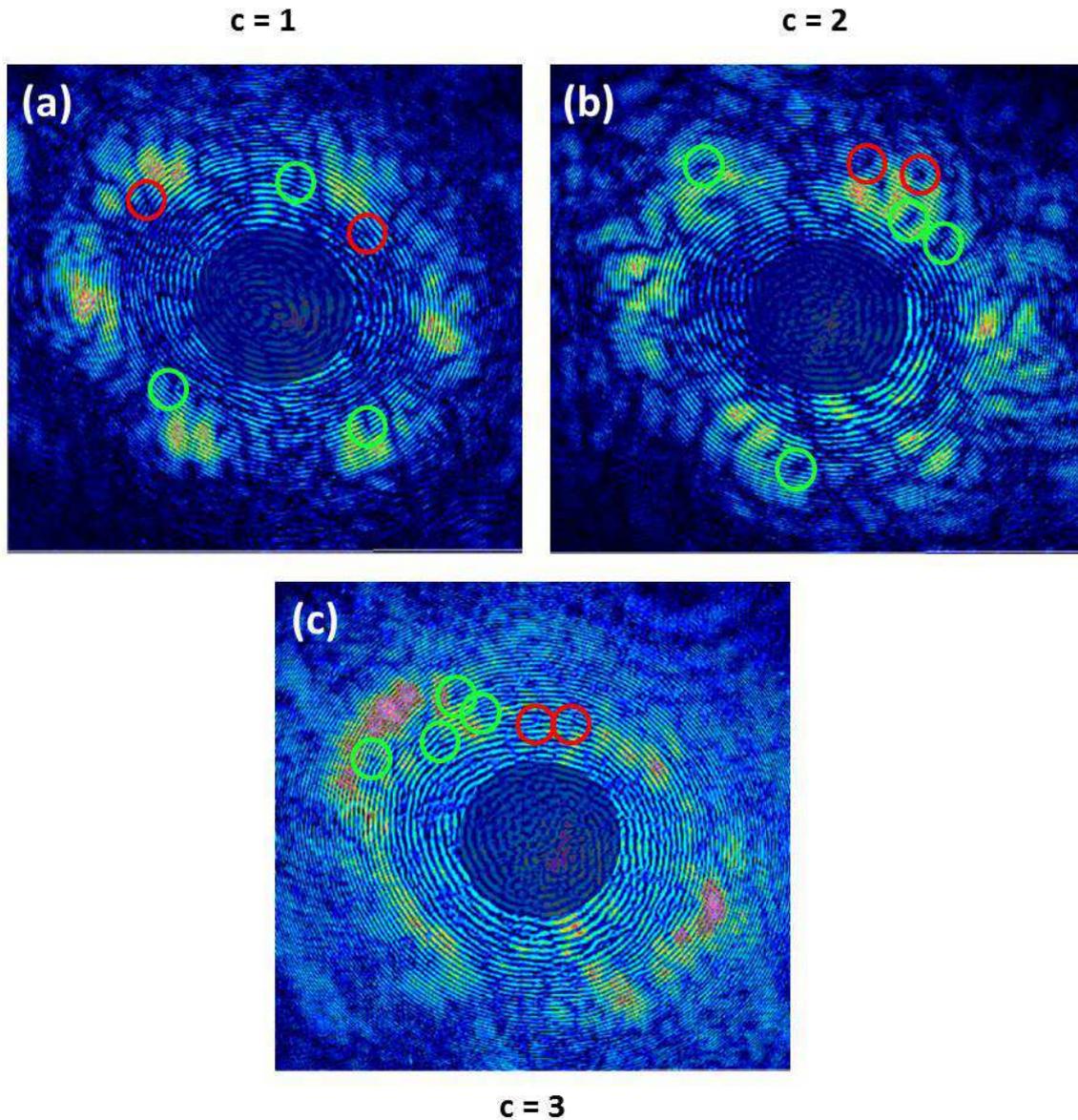


FIGURE 3.15 – Figures d'interférence entre les patterns en champ lointain et une onde plane. Les vortex incidents sont de charge topologique $c = 1$ (a), $c = 2$ (b) et $c = 3$ (c). Les spots centraux des faisceaux pattern ont été filtrés. Les cercles verts et rouges soulignent la présence de singularités de phase d'ordre $c = 1$ ou $c = -1$ dans les faisceaux satellites.

L'envoi d'un faisceau vortex de charge topologique $c = 2$ (image b) ou $c = 3$ (image c) a des conséquences semblables. Les faisceaux satellites contiennent eux aussi des singularités de phase (cercles verts et rouges). Cependant, on n'observe jamais de dislocation d'ordre

2 ou 3. On ne constate jamais l'apparition de 2 ou 3 dislocations exactement *au même endroit*. Toutes les singularités de phase observées sont d'ordre 1 (ou -1). C'est la deuxième conclusion de ces mesures d'interférence. Quelle que soit la charge topologique du faisceau vortex incident, on n'observe que des singularités de phase d'ordre 1 dans les faisceaux satellites. Cette observation peut se justifier en rappelant une observation expérimentale de Saffman *et al.* détaillée précédemment : un vortex de charge topologique c supérieure à 1 se disloque en c vortex de charge topologique 1 au cours de sa propagation en milieu photoréfractif [165].

Enfin, on peut se poser la question de la conservation de la charge topologique du faisceau au cours du processus d'instabilité de modulation. En d'autres termes, combien de singularités de phase mesure-t'on dans les faisceaux satellites en champ lointain ? Observe-t'on *exactement* le même nombre de singularités de phase d'ordre 1 et d'ordre -1 ? Ces nombres sont-ils différents ? Dépendent-ils de la charge topologique du faisceau vortex incident ? Malheureusement, il nous est difficile de répondre à ces questions à cause de la difficulté de compter le nombre exact de singularités de phase existant dans les faisceaux satellites. Sur les images de la figure 3.15, nous avons entouré par des cercles verts et rouges quelques singularités mais il est impossible de les répertorier toutes. On ne peut donc pas conclure quant à la conservation de la charge topologique.

3.3 Résultats de simulation

Nous présentons dans ce paragraphe nos résultats de simulation lorsque nous remplaçons le faisceau gaussien par un faisceau vortex en entrée du système. Comme dans le cas expérimental, le phénomène d'instabilité de modulation est bien observé et le pattern en champ proche tourne autour de sa singularité de phase. L'influence d'une augmentation de la charge topologique du faisceau vortex incident est étudiée.

3.3.1 Pattern obtenu avec un vortex de charge topologique $c = 1$

Notre modèle numérique résout les équations présentées dans le chapitre 2. Le waist w_0 du faisceau vortex incident est fixé à $w_0 = 200\mu m$ (comme pour le cas gaussien) ce qui correspond à une largeur de faisceau d'environ $370\mu m$ selon la définition de la largeur "10-90"². Nous avons modélisé un cristal de dimensions transverses (dimensions x et y) $6w_0 * 6w_0$, c'est-à-dire $1.2mm * 1.2mm$ et de dimension longitudinale (z) $L_c = 8mm$. Nous utilisons un maillage $100 * 100 * 300$. L'indice efficace de réfraction du matériau est fixé à $n_0 = 2.4$. Le champ électrique du faisceau vortex incident vaut :

$$F_{vortex}(r, \theta, z = 0, t) = \left(\frac{r}{\omega_0} \right)^c \exp \left[-\frac{r^2}{\omega_0^2} \right] e^{ic\theta} \quad (3.5)$$

La figure 3.16 présente l'allure du pattern obtenu par simulation dans le cas d'un faisceau vortex incident de charge topologique $c = 1$ en entrée du système. La première ligne (a-b-c) présente l'allure du faisceau retour B à l'instant initial. En champ proche, l'intensité (a) a une allure en anneau et sa phase (c) varie linéairement de 0 à 2π quand l'angle azimutal θ décrit un tour complet. Le faisceau possède une *circulation de phase* d'une valeur de 2π autour du point central, la singularité de phase. En champ lointain (b), le faisceau est aussi un anneau. Ici le point sombre au centre n'est pas visible car nous avons saturé les images en champ lointain afin de mieux détecter la présence de faisceaux

2. Voir annexe A.

satellites. La deuxième ligne (d-e-f) représente l'allure du pattern à l'instant $t = 186\tau$. Si la constante de couplage nonlinéaire Γ excède un certain seuil, après une certaine période transitoire, le système bifurque vers une solution modulée. Ici, le coefficient Γ correspond à $\Gamma L_c = 3.8$. On voit ici que le faisceau en champ proche est modulé en intensité (d) et en phase (f), comme dans le cas expérimental. On constate cependant que la géométrie du pattern est de forme dodécagonale. 12 faisceaux satellites sont apparus en champ lointain sur le premier cercle d'instabilités (e). Expérimentalement, nous n'en avons que 6 (Fig. 3.9-b). De plus, on peut aussi constater la présence de 12 autres faisceaux satellites -dits d'ordre secondaire- d'intensités largement plus faibles aux frontières de l'image (e). Comme dans le cas expérimental, un faisceau vortex en entrée de notre modèle numérique à la place d'un faisceau gaussien subit le phénomène d'instabilité de modulation. Son allure transverse d'intensité est modulée. On note tout de même une différence entre les géométries obtenues expérimentalement et par simulation numérique.

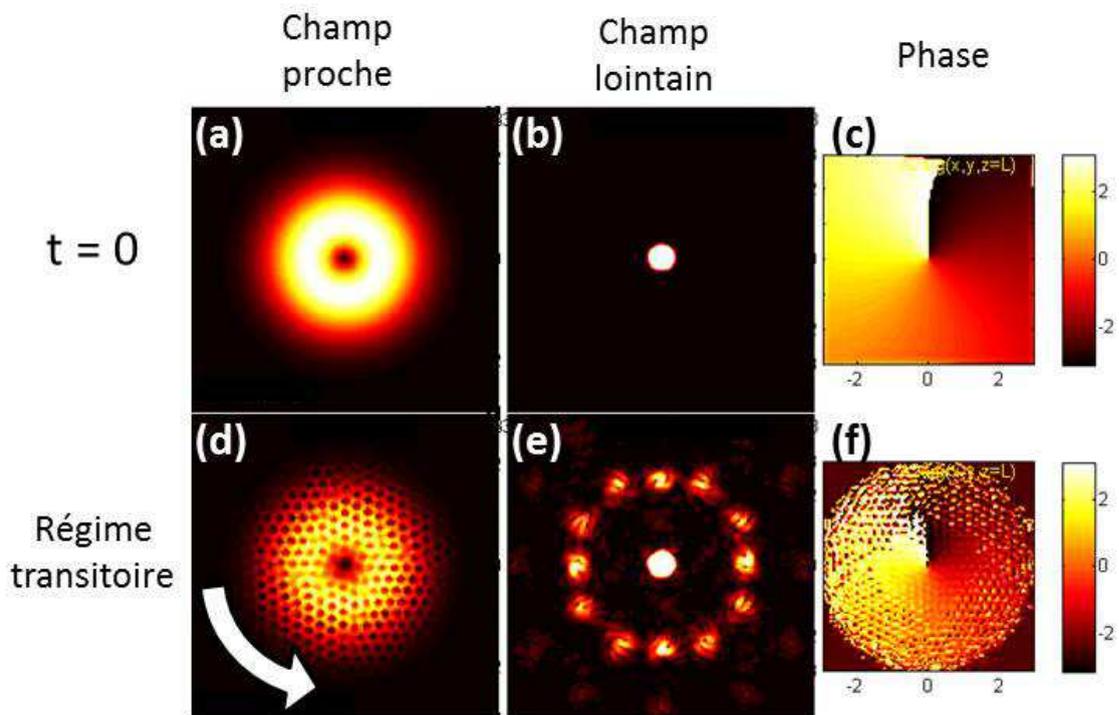


FIGURE 3.16 – Pattern obtenu par simulation avec un faisceau vortex de charge topologique $c = 1$ en entrée du système. La flèche blanche illustre la rotation du champ proche autour de la singularité de phase. Les images de l'intensité en champ lointain sont saturées afin de mieux discerner les faisceaux satellites. Le coefficient nonlinéaire vaut $\Gamma L_c = 3.8$.

Le pattern présenté sur la figure 3.16 présente une autre similitude d'avec le cas expérimental : la rotation en champ proche. Elle est ici représentée par la flèche blanche sur la figure (d). Le pattern tourne autour de sa singularité de phase. Pour souligner l'importance du moment angulaire orbital du faisceau incident sur l'apparition de cette dynamique, nous avons testé notre modèle numérique avec un faisceau d'entrée ayant une allure d'intensité en anneau identique à l'image (a) mais ne possédant pas la circulation de phase illustrée par l'image (c). Le faisceau vortex de charge topologique $c = 1$ est remplacé par un faisceau ayant la même allure d'intensité mais ne possédant pas de propriété de phase particulière. Avec un tel faisceau, on observe la formation d'un pattern mais celui-ci est statique. Il ne tourne pas. On en conclut donc que la rotation du pattern en champ proche est bien

causée par le moment angulaire orbital du faisceau incident. De plus, dans le cas d'un vortex incident de charge topologique opposée ($c = -1$ au lieu de $c = 1$), on constate que le sens de rotation du pattern final change. Il ne tourne plus dans le sens anti-horaire mais dans le sens horaire. Cette observation confirme la précédente conclusion que la rotation du pattern (donc la brisure de symétrie temporelle de l'expérience) est bien causée par les propriétés de phase du faisceau vortex incident.

Cette rotation du pattern est illustrée sur la figure 3.17. Nous y avons tracé l'évolution temporelle d'une coupe transverse du faisceau retour B en champ proche dans les cas d'un faisceau gaussien (a) et d'un faisceau vortex (b) incident. Autrement dit, nous considérons une ligne des images en champ proche (a-d) de la figure 3.16 (passant par le centre du faisceau) et traçons son évolution au cours du temps. L'axe horizontal représente le temps normalisé par rapport à la constante de temps photoréfractive τ . Dans les deux cas, le faisceau reste inchangé pendant une période transitoire. A partir d'un certain instant (situé à environ $t = 100\tau$ pour le cas gaussien et à $t = 150\tau$ pour le cas vortex), l'instabilité de modulation apparaît. Après cet instant, l'allure de la coupe transverse dans le cas gaussien (a) est quasiment constante. Le pattern est dans un état statique. Par contre, dans le cas vortex (b), la dynamique du pattern est illustrée par l'allure variable de la coupe transverse. On peut identifier une dynamique quasi-périodique des composants individuels du pattern. La période de rotation est de l'ordre de plusieurs centaines de fois la constante de temps photoréfractive τ . La rotation est donc lente par rapport à la vitesse de formation du réseau d'indice, ce qui est cohérent avec nos résultats expérimentaux.

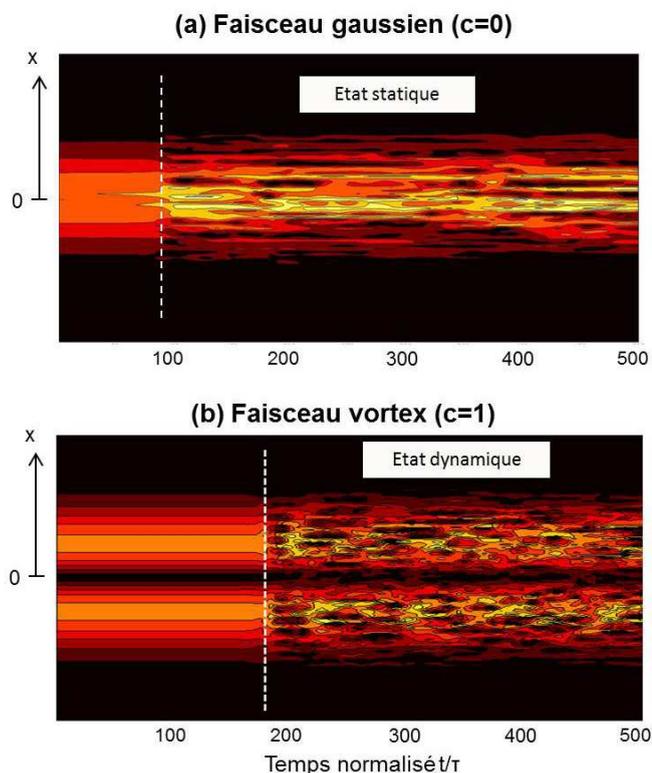


FIGURE 3.17 – Evolution de la coupe transverse du faisceau retour dans le cas gaussien (a) et dans le cas vortex (b). La modulation du faisceau apparaît après un état transitoire. Le pattern final est statique dans le cas gaussien et dynamique dans le cas vortex.

3.3.2 Patterns obtenus avec des vortex de charges topologiques supérieures $c > 1$

Comme pour le cas expérimental, nous étudions maintenant l'influence d'une augmentation de la charge topologique du vortex incident. Sur la figure 3.18 sont représentées les allures en champ proche (intensité et phase) et en champ lointain pour une même valeur de la constante de couplage nonlinéaire $\Gamma L_c = 3.8$ et pour des vortex incidents de charges topologiques $c = 2$, $c = 3$ et $c = 4$. Dans le plan transverse, les phases des vortex varient de 0 à 4π pour $c = 2$ (c), de 0 à 6π pour $c = 3$ (f) et 0 à 8π pour $c = 4$ (i). Comme on le voit sur les allures en champ lointain (b-e-h), la géométrie du pattern change. De plus, comme indiqué par les flèches blanches (a-d-g), on observe toujours une rotation du champ proche induite par les moments angulaires orbitaux des faisceaux incidents.

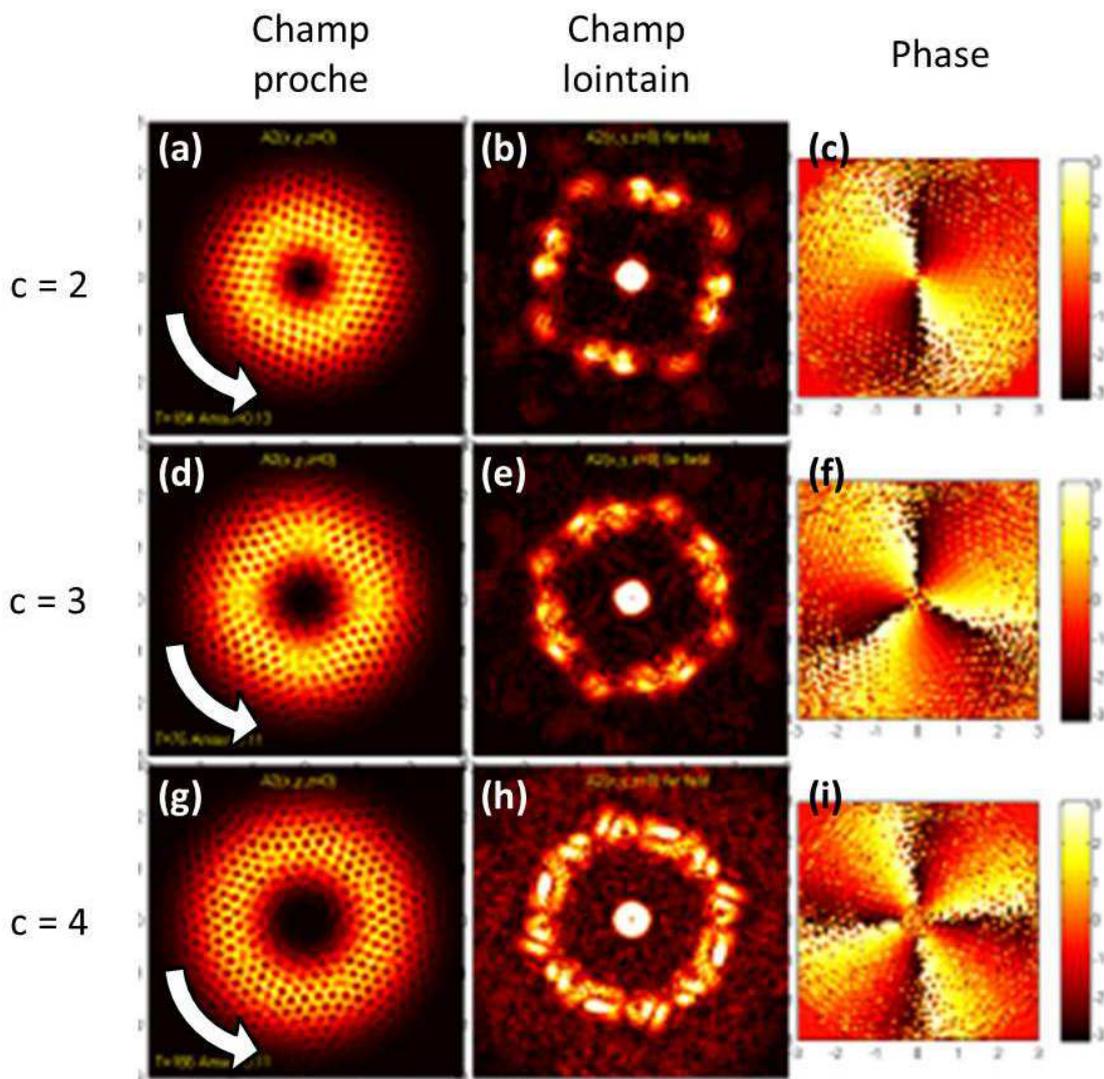


FIGURE 3.18 – Patterns obtenus par simulation avec des vortex incidents de charges topologiques supérieures à 1. $\Gamma L_c = 3.8$.

Enfin, nous terminons notre analyse théorique en comparant le seuil $(\Gamma L_c)_{th}$ d'apparition des patterns (Fig. 3.19) pour différents faisceaux incidents : gaussien (blanc), faisceau en anneau sans singularité de phase (noir) et faisceau vortex (gris). La figure est un histo-

gramme dont la hauteur de chaque barre représente la valeur du seuil numérique $(\Gamma L_c)_{th}$. Dans tous les cas, la même puissance incidente est envoyée en entrée. Dans le cas des faisceaux en anneau sans moment angulaire orbital (barres noires), la valeur du seuil varie très faiblement de 3.7 à 3.8. Pour un faisceau vortex incident (barres grises), le seuil diminue de $(\Gamma L_c)_{th} = 3.6$ pour $c = 1$ à $(\Gamma L_c)_{th} = 3.4$ pour $c = 4$. Les mêmes valeurs de seuil sont obtenues lorsque l'on considère des charges topologiques négatives. Cette figure montre donc que le mécanisme de formation des patterns dépend du profil de phase du faisceau incident en plus du profil d'intensité ou d'autres paramètres du système. Cependant, les différences de valeurs de seuil restent limitées : l'écart relatif entre le seuil $(\Gamma L_c)_{th} = 3.8$ pour un faisceau incident gaussien ($c = 0$) et le seuil le plus faible $(\Gamma L_c)_{th} = 3.4$ obtenu pour un faisceau vortex ($c = 4$) n'exède pas pas 10%. Ce résultat est semblable à celui obtenu expérimentalement. Nous avons vu que, quel que soit le faisceau incident, les seuils expérimentaux correspondent à une intensité incidente d'environ $I = 10 W cm^{-2}$.

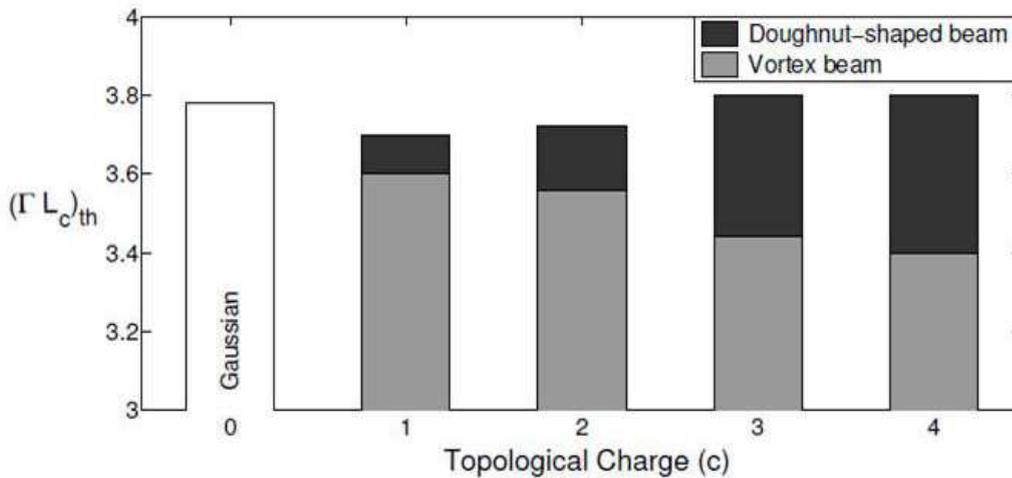


FIGURE 3.19 – Seuils d'apparition des patterns dans le modèle numérique en fonction de la charge topologique du faisceau incident.

Dans le cas expérimental, nous avons montré que la vitesse de rotation du pattern dépend de la charge topologique et de l'intensité du faisceau incident. Une telle analyse de l'influence de l'intensité dans le cadre de notre modèle numérique est impossible car la constante de temps photoréfractive τ est fixée arbitrairement et surtout sa dépendance à l'intensité n'est pas prise en compte. Cependant on constate d'une part que la période de rotation est de l'ordre de 10 à 100 fois la constante de temps photoréfractive dans les deux cas (expérimental et théorique). La dynamique du pattern est lente par rapport à la dynamique de formation des réseaux d'indice par effet photoréfractif. D'autre part, tant numériquement qu'expérimentalement, nous constatons que la période de rotation augmente mais nonlinéairement avec l'augmentation de la charge topologique c .

3.4 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, nous avons vu expérimentalement et théoriquement que le processus d'instabilité de modulation a bien lieu dans notre système photoréfractif à simple rétroaction lorsque le faisceau gaussien incident est remplacé par un faisceau "vortex". Le moment angulaire orbital d'un tel faisceau induit une rotation du pattern en champ proche. Cette observation expérimentale est confirmée par nos résultats numériques. Nous avons de plus montré que la vitesse de rotation dépend de l'intensité et de la charge topologique du faisceau incident selon une loi non-linéaire. Enfin, nous avons remarqué, grâce à des mesures interférentielles, l'apparition de singularités de phase dans les faisceaux satellites du pattern en champ lointain. Dans le chapitre suivant, nous étudions l'influence d'une nonlocalité dans la rétroaction optique sur la géométrie et la dynamique de ces patterns vortex.

Chapitre 4

Contrôle du pattern vortex par une rétroaction nonlocale

Après avoir présenté la possibilité de contrôler la dynamique du pattern en envoyant un faisceau vortex en entrée du système, nous présentons dans ce chapitre l'influence d'un faisceau vortex en entrée et d'une rétroaction nonlocale. La rétroaction nonlocale est imposée par un désalignement du miroir. Dans le cas d'un faisceau gaussien classique en entrée du système, la rétroaction nonlocale induit une dérive du pattern. Nous montrons ici que pour un faible désalignement du miroir de rétroaction, la rotation induite par le faisceau vortex incident et la dérive causée par le désalignement sont en compétition. Pour une certaine valeur de la nonlocalité de la rétroaction, ces deux dynamiques se compensent ; une zone statique est obtenue dans le pattern. Nous montrons aussi qu'un désalignement plus important du miroir entraîne la formation d'un pattern complexe composé de plusieurs vecteurs d'onde de grandeurs et orientations différentes en champ proche. Ces résultats, obtenus expérimentalement et numériquement, ont donné lieu aux publications suivantes :

- V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger and M. Sciamanna, “Nonlocal effect on vortex-induced pattern dynamics”. *Opt. Lett.* **38** :1823-1825 (2013).
- V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger and M. Sciamanna, “Nonlocal feedback with input vortices”. *EOS Annual Meeting, Aberdeen (Scotland, UK), 2012.*

4.1 Influence d'une rétroaction nonlocale avec un faisceau incident gaussien

Nous avons vu, dans le premier chapitre, qu'une rétroaction nonlocale dans un système à simple rétroaction optique peut entraîner une modification de la géométrie et de la dynamique du pattern obtenu. La géométrie, initialement hexagonale, peut se transformer en rouleaux, en carrés, en hexagones déformés [75–77]. Dans notre système expérimental photoréfractif pompé avec un faisceau gaussien classique, nous observons de tels changements de géométries lorsque nous désalignons le miroir. La figure 4.1 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche (1^{re} ligne) et en champ lointain (2^{me} ligne) lorsque le miroir de rétroaction est placé à l'intérieur du cristal [7]. Quand le système est aligné, le pattern a une géométrie hexagonale (A). Quand on introduit une nonlocalité de la rétroaction, la géométrie du pattern change. On observe des rayures horizontales (B), des hexagones déformés (C), des rayures verticales (D), des rectangles (E).

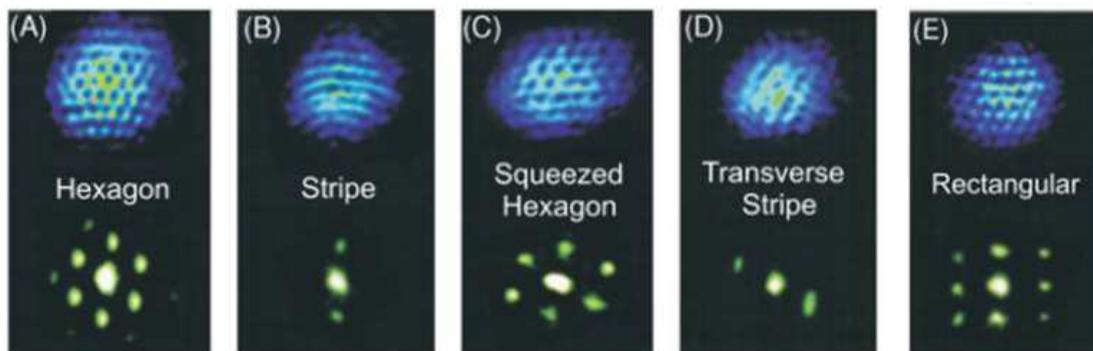


FIGURE 4.1 – Modification de la géométrie du pattern obtenu avec un faisceau gaussien incident et un désalignement du miroir de rétroaction [7]. (A) Système aligné. (B-E) Désalignement croissant du miroir.

De plus, nous avons aussi vu au premier chapitre qu'une nonlocalité de la rétroaction entraîne une dérive du pattern [69–71]. Nous observons aussi cette dérive dans notre système expérimental [7]. En fonction de la valeur du désalignement du miroir, la vitesse de phase de cette dérive peut être positive ou négative. Autrement dit, le pattern peut dériver dans le sens du désalignement ou dans le sens inverse. Enfin, des états dynamiques plus complexes peuvent être obtenus : un pattern en régime chaotique composé d'un continuum de fréquences spatiales [99] ou une amplification sélective de certains vecteurs d'ondes, entretenue par le bruit [7]. La figure 4.2 présente l'allure du faisceau retour B dans ce dernier cas. Il s'agit d'une "structure entretenue par le bruit" obtenue en régime convectif. En champ proche (a), cette "structure" consiste en une série de pics localisés et intenses concentrés dans la direction du flux (de la dérive). Cette structure n'occupe donc pas toute la région pompée optiquement. En champ lointain (b), ce régime est caractérisé par la présence de spots bruités sur un cercle d'instabilités.

Comme nous avons vu dans le chapitre 3 que l'utilisation d'un faisceau vortex en entrée du système à la place d'un faisceau gaussien classique entraîne une rotation du pattern, nous proposons dans ce présent chapitre d'étudier l'influence conjointe de ces deux facteurs. Nous étudions la formation de patterns dans notre système photoréfractif à simple rétroaction optique lorsque le faisceau incident est un faisceau vortex et lorsque la rétroaction est nonlocale grâce à un désalignement du miroir.

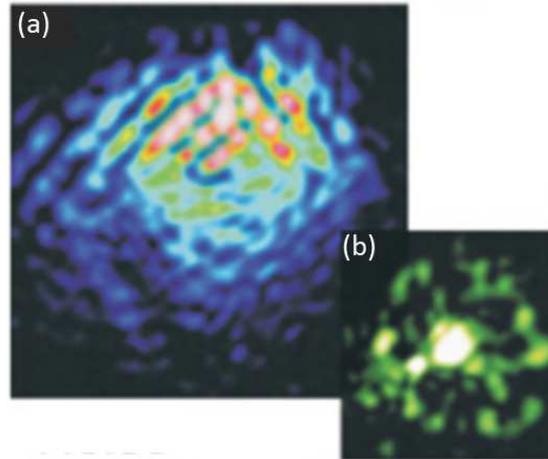


FIGURE 4.2 – Structure entretenue par le bruit observée dans notre système photoréfractif à simple rétroaction optique avec un faisceau gaussien en entrée et une rétroaction nonlocale [7]. (a) Image en champ proche. (b) Image en champ lointain.

4.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats expérimentaux obtenus avec une telle configuration de notre système optique. Premièrement, nous montrons que pour un faible désalignement, les dynamiques créées par le faisceau vortex et la nonlocalité de la rétroaction entrent en compétition. Ils s’annihilent même mutuellement pour une certaine valeur du désalignement. Dans un deuxième temps, nous montrons qu’un désalignement plus important induit des géométries différentes du pattern. La géométrie en champ proche n’est plus hexagonale (type “nid d’abeilles”) mais est composée de raies. De plus, il peut exister plusieurs types de raies au sein d’un même pattern. Le champ proche est alors découpé en plusieurs zones chacune associée à un vecteur d’onde d’amplitude et d’orientation particulières. En présentant l’allure des patterns obtenus dans le cas gaussien pour les mêmes paramètres expérimentaux, nous confirmons que cette observation est spécifique au cas vortex. Enfin, pour une réalisation expérimentale permettant l’observation d’un tel “pattern multizones”, nous faisons varier l’intensité du faisceau incident pour illustrer l’influence de la nonlinéarité.

4.2.1 Schéma de la rétroaction nonlocale

La figure 4.3 présente un schéma de notre système modifié. La rétroaction est toujours réalisée expérimentalement grâce à un système de type “2f-2f”. Le miroir virtuel (VM) est placé à l’intérieur du cristal, à une distance d’environ 1mm de la face de sortie du cristal. La distance L vaut donc en valeur algébrique environ $L = -L_c/5$. Le miroir M est tourné d’un angle θ par rapport à sa position alignée. Cette rotation a pour effet de désaligner le faisceau retour B par rapport au faisceau incident F . La grandeur H en rouge sur le schéma est appelée le paramètre de nonlocalité. Il représente le déplacement du faisceau retour B au niveau de la face de sortie du cristal induit par le désalignement. H est le paramètre de contrôle de la nonlocalité. H peut s’exprimer en fonction de L et θ : $H = L * \tan\theta$. L’image (a) est une image du faisceau vortex expérimental que nous envoyons en entrée du système. Son front d’onde est héliçoïdal comme représenté sur l’image (b).

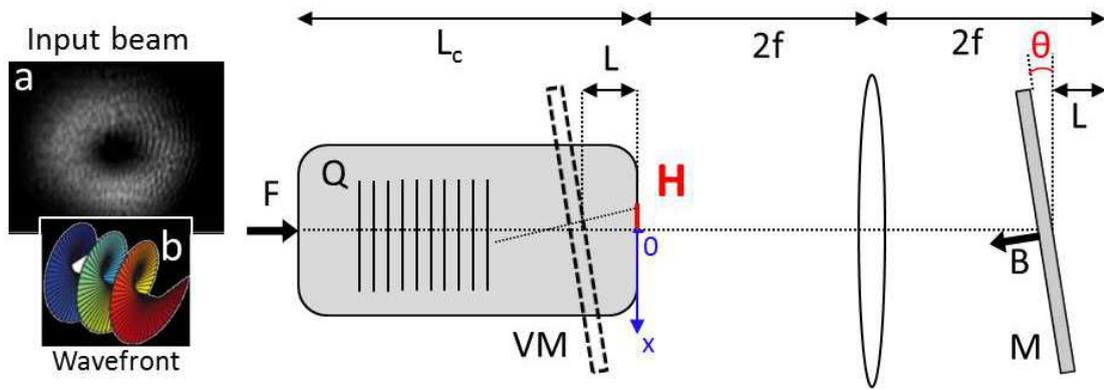


FIGURE 4.3 – Schéma de la rétroaction nonlocale.

4.2.2 Faible désalignement : compétition des dynamiques

La figure 4.4 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche lorsque le miroir est aligné (a) ou faiblement désaligné ($H = 1.4\mu\text{m}$ pour l'image b et $H = 1.8\mu\text{m}$ pour l'image c). L'intensité du faisceau incident vaut $I = 30\text{Wcm}^{-2}$. Comme le seuil d'apparition du phénomène d'instabilité de modulation correspond à une intensité incidente proche de 10Wcm^{-2} , le système est donc loin du seuil. Lorsque le miroir de rétroaction n'est pas désaligné (a), on observe le pattern décrit dans le chapitre précédent ; un pattern de géométrie hexagonale en rotation autour du point sombre au centre. Les flèches jaunes représentent la direction de la dynamique dans les zones en haut et en bas du pattern. Comme la charge topologique incidente impose une rotation dans le sens anti-horaire, la zone en haut du pattern se déplace vers la gauche tandis que la zone en bas du pattern se déplace vers la droite. Lorsqu'on tourne légèrement le miroir de rétroaction pour atteindre une valeur $H = 1.4\mu\text{m}$ du paramètre de nonlocalité (image b), on observe toujours un pattern ayant une géométrie hexagonale. Cependant, la dynamique du pattern change. Un effet de dérive dans la direction du désalignement (de la gauche vers la droite sur la figure) apparaît. La zone en bas du pattern se déplace toujours vers la droite mais est accélérée par la dérive qui induit un déplacement du pattern dans le même sens que le mouvement induit par le vortex. Nous avons illustré cette augmentation de la vitesse de déplacement par une flèche jaune plus allongée. Inversement, la zone en haut du pattern devient statique. Les deux composantes de la dynamique induites par la rotation et par la dérive se compensent exactement. La rotation induite par le moment angulaire orbital du vortex incident et la dérive induite par le désalignement de la rétroaction sont en compétition et peuvent s'annihiler l'une l'autre. Enfin, si on augmente le désalignement pour atteindre $H = 1.8\mu\text{m}$ (c), on constate que la géométrie du pattern commence à changer. En bas à droite du champ proche, les hexagones sont remplacés par des raies ("stripes" en anglais). La dérive est maintenant la composante dominante de la dynamique. Tout le pattern dérive vers la droite comme l'indique les deux flèches jaunes. Mais la rotation, bien que composante maintenant minoritaire de la dynamique du pattern, a toujours une influence car la partie basse du pattern dérive à une vitesse plus grande que la partie haute.

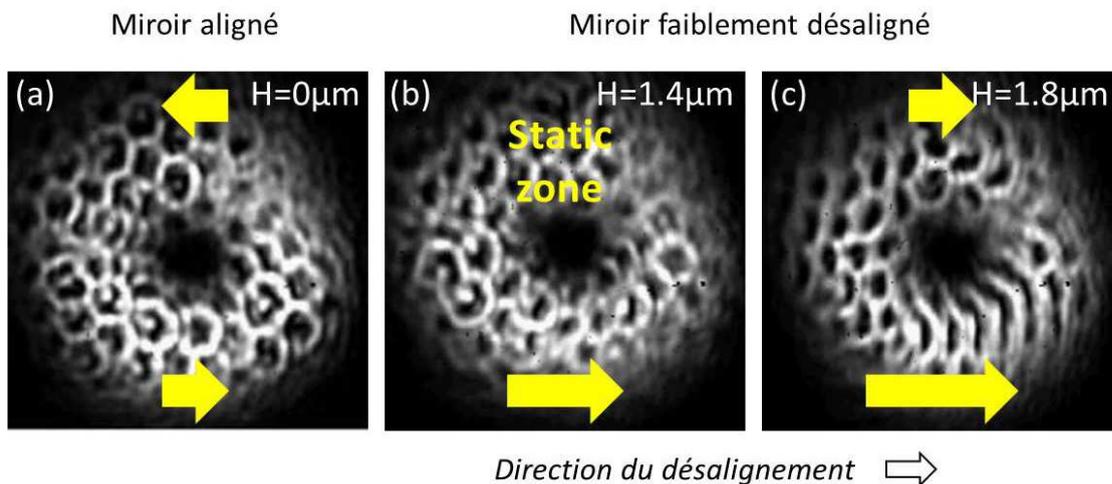


FIGURE 4.4 – Faisceau vortex retour issu du système expérimental aligné (a) ou faiblement désaligné (b-c).

4.2.3 Fort désalignement : patterns “multizones”

Influence de la nonlocalité

Lorsque nous augmentons encore le désalignement du miroir, nous observons les patterns représentés sur la figure 4.5. Nous y avons représenté les patterns pour $H = 2.3\mu m$, $H = 2.6\mu m$, $H = 5.5\mu m$ et $H = 6.1\mu m$ correspondant à un fort désalignement du miroir¹. Les images (a-d) sont les patterns en champ proche (NF : Near Field) et les images (e-h) sont les patterns correspondant en champ lointain (FF : Far Field). La troisième ligne (i-l) correspond aux patterns en champ proche lorsque le faisceau incident est un faisceau gaussien. Comme l’indique la flèche en bas de la figure, le désalignement du miroir est dirigé de gauche à droite. Quand le paramètre de nonlocalité vaut $H = 2.3\mu m$, on constate que le pattern en champ proche n’est plus hexagonal, il est composé de raies (a). De plus, on peut distinguer trois zones dans le champ proche, chacune composée de raies ayant une orientation et une périodicité particulières. A chacune de ces trois zones (notées 1,2,3 sur la figure et séparées par les tirets jaunes) correspond un vecteur d’onde sur l’image en champ lointain (e). Ce pattern est composé de différents vecteurs d’onde chacun associé à une zone particulière en champ proche. Nous l’appelons pattern “multizones”. L’observation d’un tel pattern est spécifique au cas vortex. L’image (i) représente le pattern observé pour les mêmes paramètres expérimentaux ($H = 2.3\mu m$, intensité incidente $I = 30Wcm^{-2}$) mais lorsque le faisceau incident est un faisceau gaussien. On remarque que la géométrie est hexagonale et s’étend sur tout le champ proche. On peut donc conclure que l’apparition de ces patterns “multizones” résulte de l’interaction entre la nonlocalité de la rétroaction et le moment angulaire orbital du faisceau vortex. Enfin, pour cette valeur $H = 2.3\mu m$, on observe une dérive du pattern, représentée par les flèches jaunes sur les images (a) et (i).

Lorsqu’on augmente le désalignement pour atteindre $H = 2.6\mu m$, on observe le pattern représenté sur les images (b) pour le champ proche et (f) pour le champ lointain. De manière analogue au cas précédent ($H = 2.3\mu m$), le pattern est “multizones”. On distingue en champ proche trois zones chacune associée à des raies d’une direction et d’une périodicité

1. Comme nous observons pour ces valeurs de H des géométries très différentes de celles décrites sur la figure 4.4, nous disons arbitrairement que les valeurs de H supérieures à $2\mu m$ correspondent à des tilts “grands”.

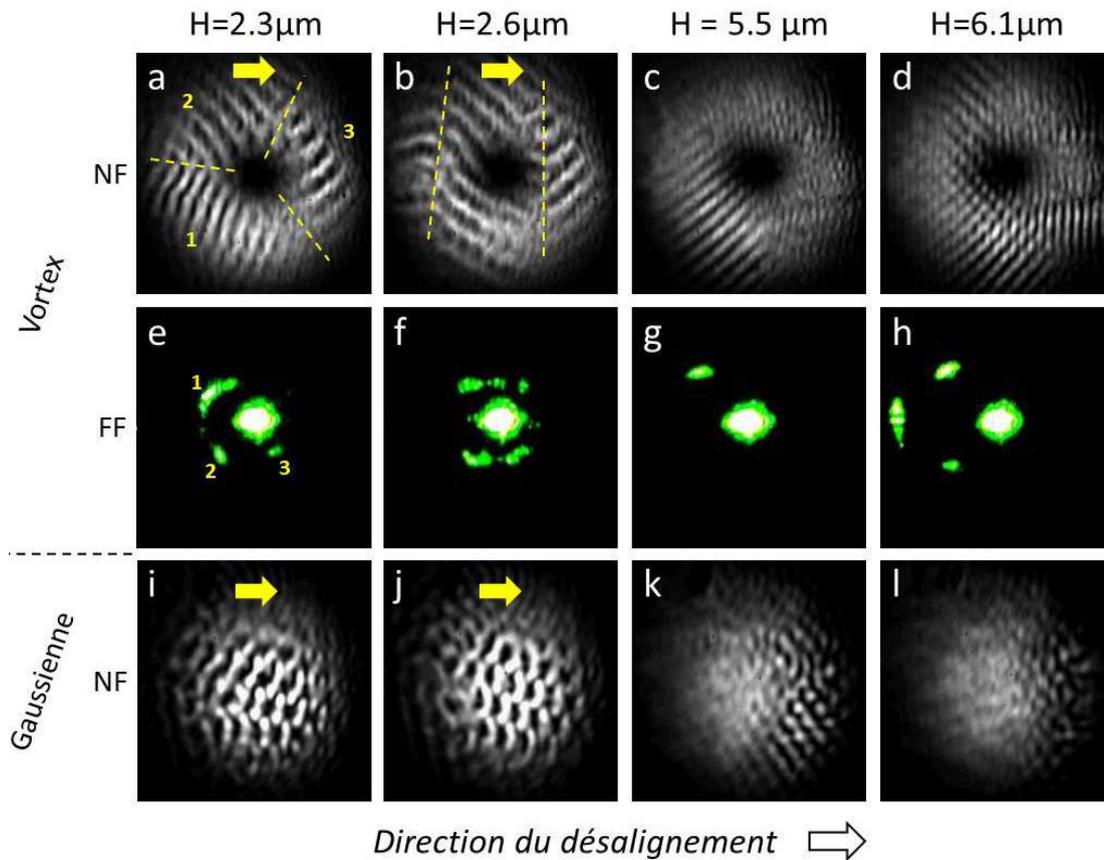


FIGURE 4.5 – Influence d’un “grand” désalignement ($H > 2\mu m$) sur la formation du pattern expérimental quand le faisceau incident est un faisceau vortex (a-h) ou un faisceau gaussien (i-l).

particulière mais leur répartition a changé, comme indiqué par les tirets jaunes. De plus, le pattern dérive aussi de la gauche vers la droite, c’est-à-dire dans le sens du désalignement, comme l’indique la flèche jaune. Pour cette valeur de la nonlocalité $H = 2.6\mu m$, le pattern n’est pas “multizones” lorsque le faisceau incident est gaussien (j). La conclusion précédente est toujours vraie : les patterns “multizones” émergent par interaction entre le moment angulaire orbital incident et la nonlocalité de la rétroaction. Enfin, pour $H = 5.5\mu m$ (c,g) et $H = 6.1\mu m$ (d,h), nous observons des patterns statiques (aucune flèche jaune n’a été placée sur les images c et d). Les patterns ne dérivent pas pour ces valeurs de nonlocalité. De plus, les vecteurs d’onde ont une amplitude plus grande (g,h). Quand on remplace le vortex par un faisceau gaussien (k,l), le pattern est aussi statique et n’est défini que sur une petite partie du champ proche.

Ces patterns “multizones” observés ici ont des similitudes avec les patterns observés dans la cavité photoréfractive linéaire de Mamaev et Saffman et reportés sur la figure 1.13 (images f et g). Les auteurs observent plusieurs géométries co-existantes sur les images en champ proche, sans émettre d’hypothèse sur leur origine. L’asymétrie du pompage optique dans leur montage expérimental (Fig. 1.13-a) crée peut-être une non-uniformité du gain dans le matériau qui aboutit à la co-existence de deux géométries en champ proche. Cependant, dans notre cas, les modes patterns complexes (Fig. 4.5-a,b) ne sont pas observés quand un faisceau gaussien classique est envoyé en entrée du système (Fig. 4.5-i,j). Ils résultent donc de l’existence simultanée d’un moment angulaire orbital dans le faisceau et

de la nonlocalité de la rétroaction. Nous n'avons pas d'explication théorique plus détaillée. En effet, l'analyse de stabilité linéaire explique le phénomène d'instabilité de modulation mais ne prévoit pas la géométrie des patterns. Ces patterns "multizones" sont peut-être obtenus grâce à une bifurcation secondaire ou un phénomène de génération de fréquence somme [173].

Influence de la nonlinéarité

Les nouveaux modes patterns ("multizones") présentés sur la figure 4.5 ont été obtenus pour une intensité incidente $I = 30Wcm^{-2}$, égale à environ 3 fois la valeur du seuil de formation du pattern. La figure 4.6 présente la formation d'un tel pattern composé de plusieurs géométries pour différentes valeurs de l'intensité incidente. Comme la force de la nonlinéarité photoréfractive dépend directement de la valeur de l'intensité des faisceaux en interaction, la figure 4.6 présente l'influence de la nonlinéarité sur la formation du pattern. Ici, nous faisons varier l'intensité incidente de $I = 10Wcm^{-2}$ à $I = 50Wcm^{-2}$. Le miroir de rétroaction est désaligné, le paramètre de nonlocalité vaut $H = 2.6\mu m$. Pour $I = 10Wcm^{-2}$ (a), nous n'observons pas de pattern, le seuil d'instabilité de modulation n'est pas encore atteint. Pour $I = 15Wcm^{-2}$ (b), le seuil est dépassé et des raies apparaissent sur la partie gauche du champ proche. Pour $I = 20Wcm^{-2}$ (c), un pattern "multizones" commence à se former. Pour $I = 30Wcm^{-2}$ (d), nous observons bien un pattern possédant plusieurs zones chacune associée à des raies différentes. Pour $I = 40Wcm^{-2}$ et $I = 50Wcm^{-2}$, les patterns sont illustrés sur les images (e) et (f). En haut à gauche du champ proche, deux types de raies se superposent. Les zones jaunes et rouges des images (c,d,e) suivent l'évolution d'une zone particulière du pattern. Pour $I = 20Wcm^{-2}$, une zone dont les raies correspondant à un vecteur d'onde donné recouvre quasiment la moitié du pattern (c). Mais quand nous augmentons l'intensité à $I = 30Wcm^{-2}$, cette zone est séparée et deux. La géométrie entourée en rouge est apparue et concurrence la géométrie entourée en jaune. Enfin, pour $I = 40Wcm^{-2}$, ces deux géométries se recouvrent et dans cette zone, le pattern optique ne présente plus une géométrie de raies mais une géométrie hexagonale. Nous pouvons donc conclure de cette étude que la force de la nonlinéarité joue un rôle important dans la formation de ces nouveaux modes patterns. Plus précisément, pour différentes valeurs de la nonlinéarité, les différentes "zones" associées à un vecteur d'onde particulier peuvent être en compétition ou se recouvrir.

4.3 Résultats numériques

Dans ce paragraphe, nous étudions la formation de pattern dans le cas étudié ici (faisceau vortex incident et nonlocalité de la rétroaction) grâce à notre modèle numérique de mélange d'onde détaillé dans le chapitre 2. Nous montrons que la compétition entre la rotation induite par le moment angulaire orbital et la dérive induite par un faible désalignement du miroir est bien reproduite par le modèle. De plus, pour un désalignement plus important, nous observons des patterns dont les allures en champ proche sont composées de plusieurs géométries, comme observé expérimentalement. L'influence de la force de la nonlinéarité est étudiée en faisant varier le paramètre ΓL_c dans notre modèle.

Concernant les conditions aux limites dans notre modèle numérique, le profil du faisceau vortex incident (à la face d'entrée du cristal $z = 0$) est toujours imposée par la loi suivante :

$$F_{vortex}(r, \theta, z = 0, t) = \left(\frac{r}{\omega_0}\right)^c \exp\left[-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right] e^{ic\theta} \quad (4.1)$$

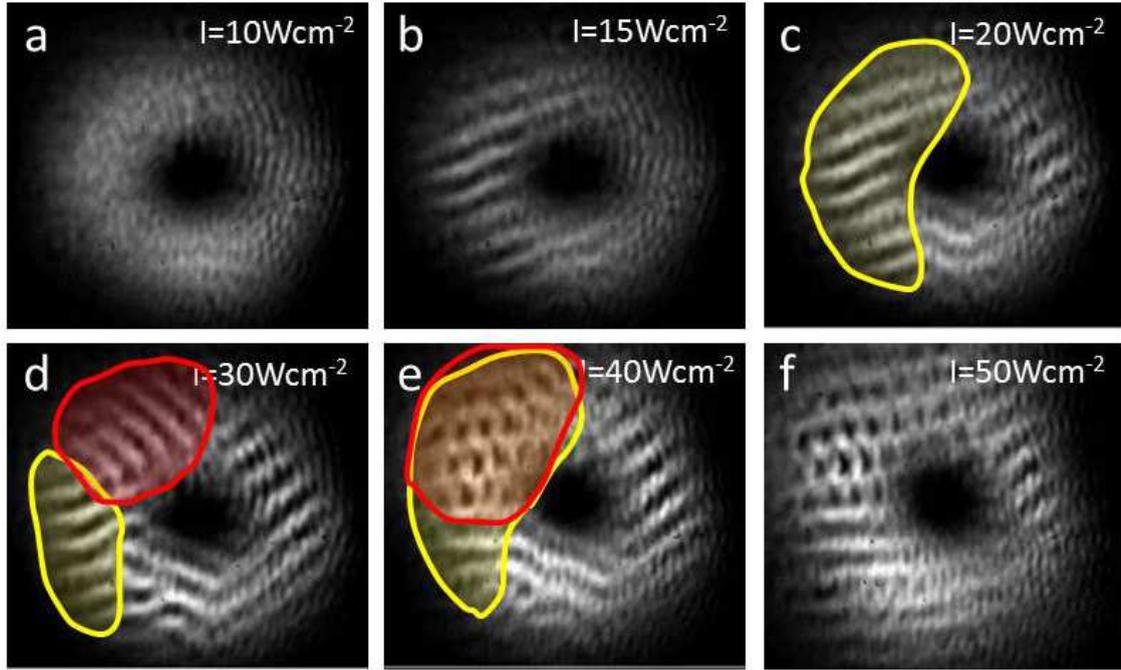


FIGURE 4.6 – Influence de la force de la nonlinéarité (réglée par l'intensité incidente) sur l'allure d'un pattern "multizones". $H = 2.6\mu m$.

où ω_0 est le "waist" du faisceau, c est la charge topologique du vortex (prise égale à $c = 1$ ici) et (r, θ) sont les coordonnées polaires du plan transverse :

$$x = r * \cos(\theta) \quad (4.2)$$

$$y = r * \sin(\theta) \quad (4.3)$$

Concernant la face de sortie du cristal, le champ B étant la réflexion du champ F par le miroir, son expression au niveau de la face de sortie $z = L_c$ est donc :

$$B(x, y, z = L_c, t) = -\sqrt{R}e^{2ikx\tan(\theta)}\mathcal{F}^{-1}\left[e^{2ikL}\mathcal{F}[F(x, y, z = L_c, t)]\right] \quad (4.4)$$

où L_c est la longueur du cristal, L est la distance entre la face de sortie du cristal et le miroir virtuel, R est la réflectivité du miroir ($R = 1$) et \mathcal{F} est la transformée de Fourier transverse à deux dimensions.

Par rapport au cas où le miroir de rétroaction est aligné, nous ajoutons au champ B un déphasage $\phi = 2k * x * \tan(\theta)$ au point $(x, y, z = L_c)$. Ce déphasage correspond à une propagation de l'onde sur une distance $x * \tan(\theta)$ due au désalignement du miroir d'un angle θ .

4.3.1 Faible désalignement : compétition des dynamiques

La figure 4.7 présente l'allure du faisceau retour B au niveau de la face d'entrée du cristal ($z = 0$), c'est-à-dire après un aller-retour dans le matériau. Le miroir est placé à l'intérieur du cristal $L = -L_c/5$ pour garder les mêmes conditions que dans l'expérience et le coefficient nonlinéaire Γ est fixé tel que $\Gamma L_c = 4.2$. Le pattern (a) est obtenu lorsque

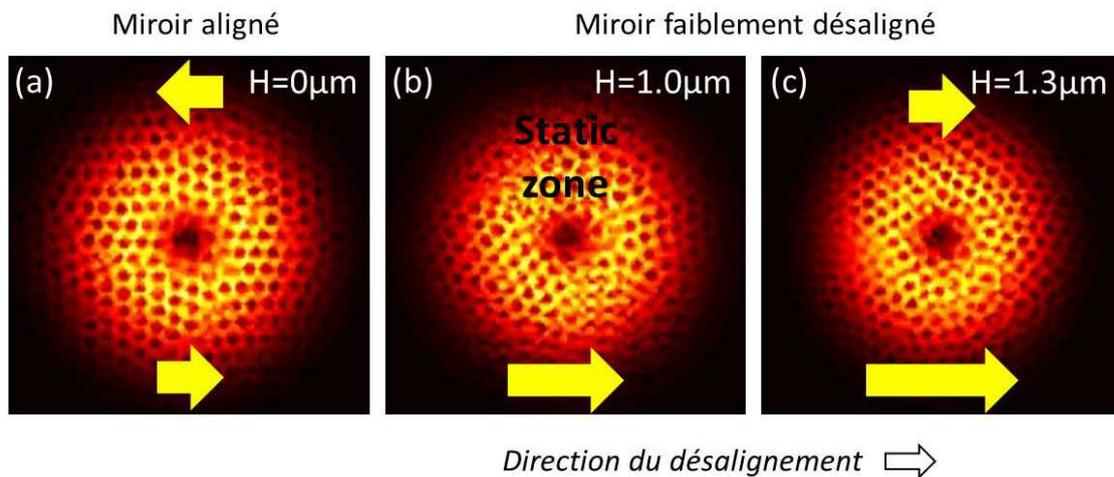


FIGURE 4.7 – Faisceau vortex retour issu du système numérique aligné (a) ou faiblement désaligné (b-c). $\Gamma L = 4.2$.

le miroir est aligné $\theta = 0$ ($H = 0\mu m$). Il est de géométrie hexagonale et tourne autour du point central sombre, comme l'indique les deux flèches jaunes. Comme dans le cas expérimental, le pattern tourne dans le sens anti-horaire. Ce sens est imposé par le signe de la charge topologique du vortex incident. Le pattern (b) correspond à un désalignement du miroir $\theta = 0.6mrad$. Le paramètre de nonlocalité vaut alors $H = 1.0\mu m$. La géométrie du pattern est toujours hexagonale mais sa dynamique a changé. La flèche jaune indique que la zone basse du pattern se déplace toujours de gauche à droite mais à une vitesse plus importante tandis que la zone haute est statique. Si on augmente encore le désalignement jusque $\theta = 0.8mrad$ ($H = 1.3\mu m$), on obtient le pattern représenté sur l'image (c). La géométrie reste hexagonale mais l'ensemble du pattern dérive vers la droite. La dérive induite par le désalignement devient donc la composante majoritaire de la dynamique bien que l'influence de la rotation soit toujours non négligeable si on observe la vitesse de déplacement des différentes zones du pattern (flèches jaunes).

4.3.2 Fort désalignement : patterns “multizones”

Influence de la nonlocalité

La figure 4.8 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche (NF) et en champ lointain (FF) issue de notre modèle numérique quand nous augmentons la valeur de la nonlocalité ($H > 1.5\mu m$). Les images (a-f) concerne un faisceau incident de type vortex ($c = 1$) et les images (g-l) un faisceau de type gaussien. Comme l'indique la flèche en bas de la figure, le désalignement impose un déplacement du faisceau retour vers la droite. Tout d'abord, nous remarquons que dans tous les cas présentés (vortex ou gaussien, $H = 1.6\mu m$, $H = 3.2\mu m$ ou $H = 4.8\mu m$), le pattern en champ proche dérive de la gauche vers la droite, comme l'indique les flèches jaunes. Nous retrouvons le résultat connu que nous observons expérimentalement. Un désalignement du miroir impose une dérive du pattern. Cette dérive est la composante majoritaire de la dynamique du pattern (la rotation est négligeable) si le désalignement est suffisamment grand. De plus, dans le cas vortex, nous observons en champ proche des patterns composés de plusieurs géométries (a,b,c). Notre modèle numérique reproduit la formation des patterns “multizones” observés expérimentalement. On peut identifier les différentes géométries présentes en champ proche (a,b,c) aux vec-

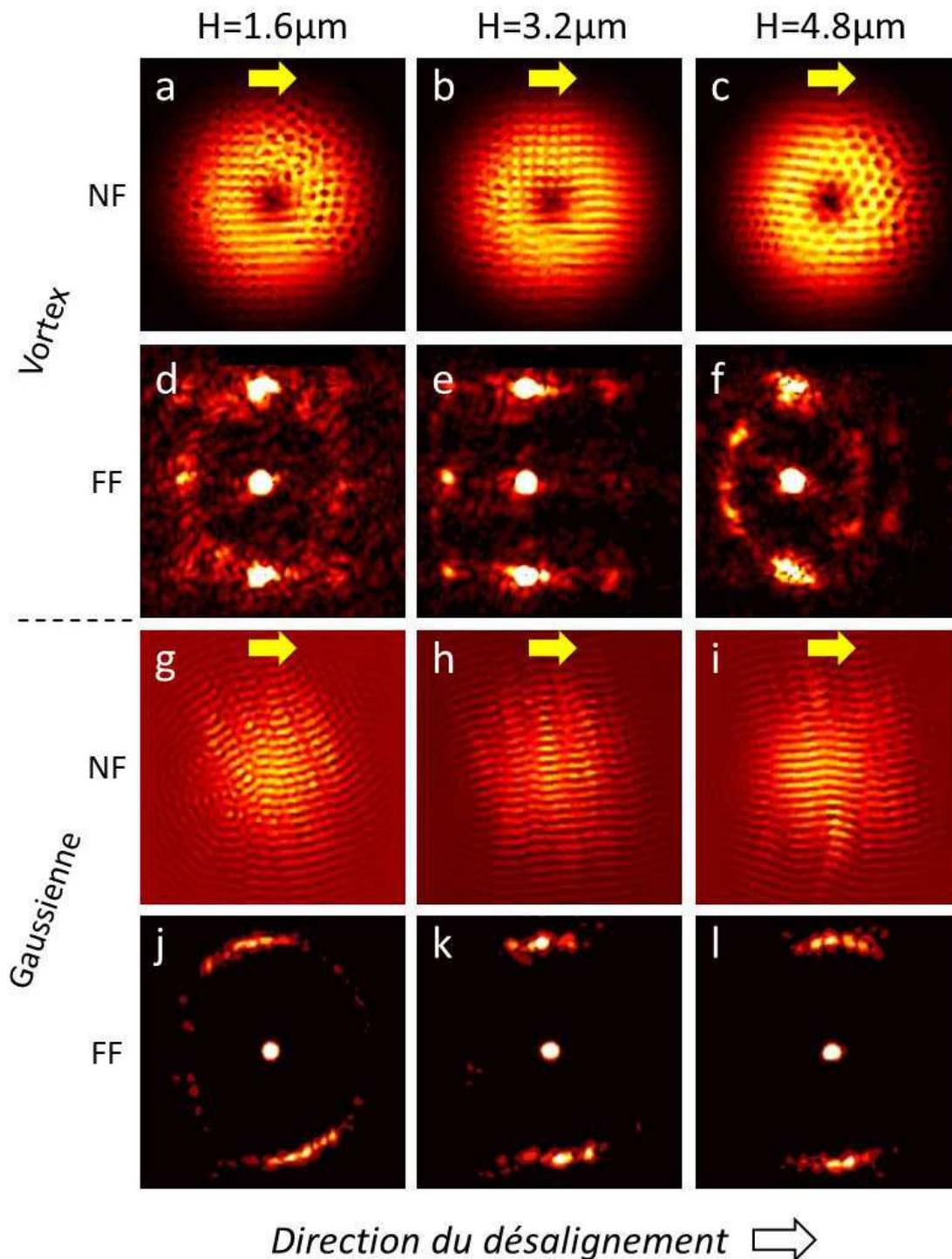


FIGURE 4.8 – Influence d'un grand désalignement ($H > 2 \mu\text{m}$) sur la formation du pattern numérique quand le faisceau incident est un faisceau vortex (a-f) ou un faisceau gaussien (g-l). Le coefficient nonlinéaire est fixé à $\Gamma L = 4.2$ dans tous les cas. Les images en champ lointain ont été saturées afin de mieux discerner les faisceaux satellites.

teurs d'onde obtenus en champ lointain (d,e,f). Pour ces trois valeurs de la nonlocalité, on constate l'existence de vecteurs d'onde majoritairement verticaux correspondant aux

raies horizontales en champ proche. On aperçoit aussi une géométrie rectangulaire dans la partie gauche du pattern (a) ou en haut du pattern (b). Sur l'image (c), on constate la présence d'hexagones à droite et d'hexagones plus petits à gauche. Dans le cas gaussien, nous n'observons pas de tels patterns composés de plusieurs géométries en coexistence. Quelle que soit la valeur de la nonlocalité ($H = 1.6\mu m$, $H = 3.2\mu m$ ou $H = 4.8\mu m$), les vecteurs d'onde en champ lointain sont tous verticaux (j,k,l). Les champs proches sont composés de raies horizontales légèrement irrégulières (g,h,i).

En conclusion, notre modèle numérique reproduit qualitativement nos résultats expérimentaux. Lorsque le système est parcouru par un faisceau vortex et que la rétroaction est nonlocale, de nouveaux modes patterns émergent. Ils sont composés de plusieurs vecteurs d'onde de différentes orientations et amplitudes. Un pattern dit "multizones" apparaît. Notre expérience et notre modèle numérique concordent qualitativement. Les orientations des vecteurs d'onde ne sont cependant pas les mêmes. Expérimentalement, ils peuvent prendre n'importe quelle direction tandis que dans notre modèle numérique, les vecteurs d'onde verticaux sont favorisés. Cette différence est peut-être due à la non-prise en compte de l'anisotropie du cristal dans notre modèle théorique.

Influence de la nonlinéarité

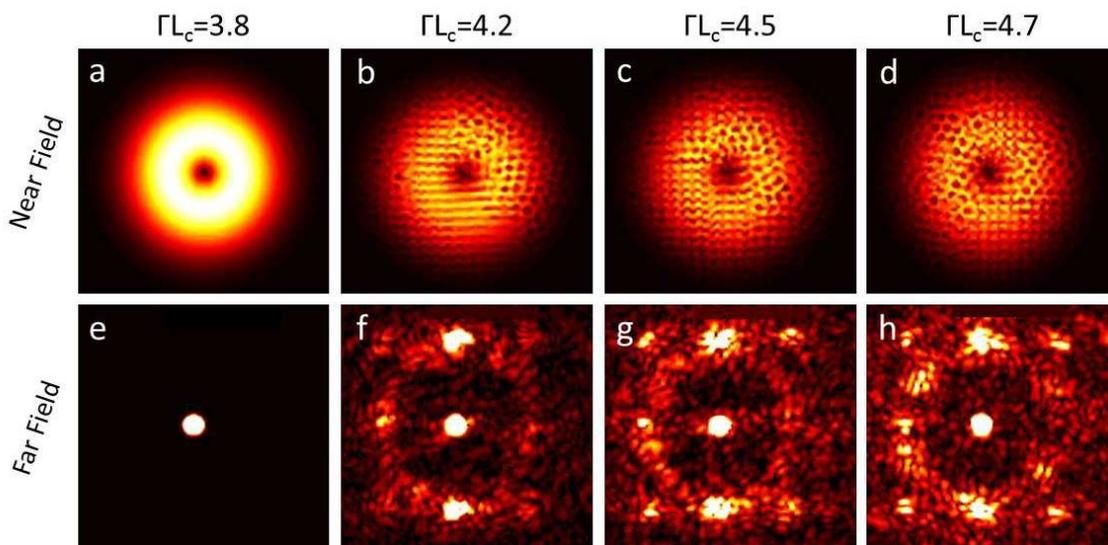


FIGURE 4.9 – Influence de la force de la nonlinéarité (réglée par le coefficient nonlinéaire ΓL_c) sur l'allure d'un pattern "multizones". $H = 1.6\mu m$. Les images en champ lointain ont été saturées afin de mieux discerner les faisceaux satellites.

Nous avons précédemment étudié l'influence de la nonlinéarité sur la formation des patterns "multizones" expérimentaux. Comme notre modèle numérique permet aussi l'observation de tels patterns, nous étudions maintenant l'influence de la force de la nonlinéarité dans le cas numérique. Expérimentalement, nous faisons varier la valeur de la nonlinéarité photoréfractive en changeant l'intensité du faisceau incident. Dans notre modèle numérique, la nonlinéarité est fixée par le facteur Γ . Ce facteur représente la force de couplage entre l'onde aller F et l'onde retour B . La figure 4.9 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche et en champ lointain quand le coefficient ΓL_c varie de 3.8 à 4.7 pour un fort désalignement $H = 1.6\mu m$. Pour $\Gamma L_c = 3.8$, le seuil d'instabilité n'est pas atteint, le faisceau n'est pas modulé (a). Aucun faisceau satellite n'a émergé en champ lointain

(e). Pour $\Gamma L_c = 4.2$, le pattern (b-f) est celui déjà présenté sur la figure 4.8-a,d. Quand le coefficient nonlinéaire ΓL_c vaut 4.2, 4.5 ou 4.7, l’observation des champs proches (b,c,d) et des champs lointains (f,g,h) montre que le pattern peut être composé d’hexagones, de raies horizontales ou de carrés. La variation de l’intensité des faisceaux satellites quand ΓL_c varie montre que la formation des patterns “multizones” dépend du paramètre nonlinéaire, comme dans l’expérience.

4.4 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre qu’un faisceau vortex incident et un désalignement du miroir dans notre système photoréfractif à simple rétroaction optique induisent deux dynamiques en compétition. Pour une certaine valeur du paramètre de nonlocalité de l’expérience, la rotation du pattern obtenue grâce au moment angulaire orbital du faisceau vortex peut être annihilée par la dérive induite par le désalignement du miroir. Dans ce cas, il en résulte une zone statique dans le pattern en champ proche. De plus, nous avons vu qu’un fort désalignement du miroir entraîne l’apparition de patterns composés de plusieurs géométries en champ proche chacune associée à un vecteur d’onde d’une amplitude et d’une direction particulière. Ces patterns dits “multizones”, qui ne sont pas observés lorsque le faisceau incident est gaussien, résultent d’une interaction complexe entre le moment angulaire orbital du faisceau incident et la nonlocalité de la rétroaction. Enfin, notre modèle numérique fournit des résultats en bon accord qualitatif avec l’expérience.

Chapitre 5

Evénements extrêmes en régime turbulent

Nous avons vu précédemment que les “systèmes à patterns” peuvent avoir des dynamiques complexes. La non-localité créée grâce à un désalignement du système peut induire une dérive du pattern optique. Ce pattern en dérive peut être dans un régime absolu ou convectif. Dans ce deuxième cas, une structure entretenue par le bruit peut finalement être observée, résultant de l’amplification du bruit inhérent au système. De plus, l’intensité du faisceau pompe est aussi un paramètre ayant une influence importante sur la dynamique du pattern. Il a été prouvé qu’une augmentation de l’intensité peut mener un pattern vers un état turbulent. Des études sur ces états turbulents obtenus dans les cristaux liquides ont montré qu’ils sont caractérisés par l’apparition de pics intenses, des événements extrêmes dits “rogue waves”. Dans ce chapitre, nous étudions l’apparition de tels pics dans notre système photoréfractif. Nous montrons que des événements extrêmes apparaissent aussi dans ce type de système lorsque nous augmentons l’intensité pompe. Pour cela, nous utilisons deux critères : la déviation à la statistique gaussienne de la fonction de densité de probabilité des intensités mesurées et le calcul du “facteur d’anormalité” des pics.

5.1 Observations d’ondes scélérates dans la littérature

5.1.1 Événements extrêmes en hydrodynamique

Les ondes scélérates sont des ondes de forte amplitude apparaissant soudainement à la surface des océans. La définition exacte de ces ondes reste une question débattue parmi les scientifiques. La définition la plus utilisée consiste à mesurer le rapport entre la hauteur d’une onde intense et la hauteur de l’onde dite significative [174]. Si ce rapport dépasse une certaine valeur, alors l’onde est appelée onde scélérate. Une méthode alternative pour évaluer la présence d’ondes scélérates dans un système consiste à étudier la statistique de la hauteur des ondes parcourant le système. La présence d’événements extrêmes se caractérise par un élargissement de la statistique pour les grandes amplitudes. Une “queue” apparaît dans la statistique, correspondant à une contribution plus importante d’événements de forte amplitude.

La figure 5.1 est une gravure sur bois réalisée en 1831 par l’artiste Japonais Katsushika Hokusai. Elle représente trois bateaux “oshiokuri” sur le point de rencontrer “La Grande Vague de Kanagawa”. On distingue en arrière plan le Mont Fuji, célèbre volcan Japonais. Cette gravure est une des oeuvres les plus renommées de l’art Japonais. Un débat existe autour de cette oeuvre : la grande vague représente-t’elle un tsunami ou est-elle une onde anormalement élevée -une onde scélérate- rencontrée lors d’un orage [175] ?

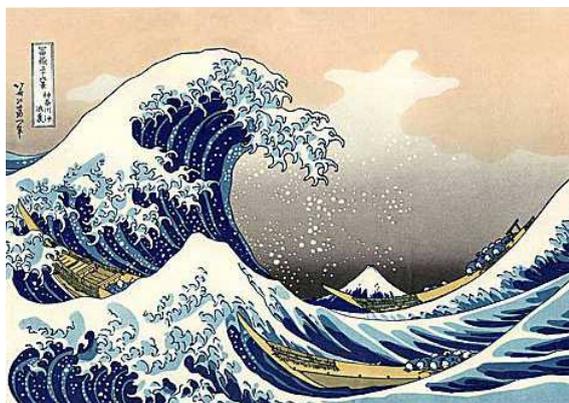


FIGURE 5.1 – “La Grande Vague de Kanagawa” (1831), gravure sur bois du japonais Katsushika Hokusai.

Afin d’expliquer ce phénomène, les scientifiques répertorient tout d’abord toutes les vagues scélérates observées. Se produisent-elles dans les zones océaniques profondes ? Dans les zones peu profondes ? Sous quelles latitudes ? Dans les zones chaudes ? Les zones froides ? Les observe-t’on lorsqu’un fort courant marin est présent ? etc etc... Des modèles théoriques sont ensuite réalisés pour tester l’influence de certains paramètres sur l’apparition de ces événements extrêmes. Des modèles linéaires sont développés prenant en compte l’influence du vent ou des courants marins par exemple [174]. Des modèles non-linéaires sont aussi étudiés. Les auteurs testent alors des hypothèses selon lesquelles une onde scélérate correspond à une solution de type “soliton” [176] ou est créée par le phénomène d’instabilité de modulation [112] par exemple. Enfin, les hydrodynamiciens utilisent des bassins d’expérimentation, des “cuves à vagues”, pour tester chaque modèle développé [112, 176]

5.1.2 Événements extrêmes dans les traces temporelles de faisceaux optiques

Les ondes scélérates dans des domaines autres que l'hydrodynamique font l'objet de nombreuses publications. De tels événements ont été observés dans les ondes capillaires [177] ou les ondes acoustiques [178]. En optique, des ondes scélérates ont été observées dans la trace temporelle de faisceaux optiques traversant des fibres microstructurées hautement nonlinéaires [113, 179, 180]. Les propriétés nonlinéaires de ces fibres permettent la création de supercontinuum optique, c'est-à-dire de faisceaux possédant une bande continue de longueurs d'onde. Il a été montré que l'observation d'ondes scélérates dans ces fibres est liée à la génération de ce supercontinuum optique. La figure 5.2 présente des traces temporelles de l'intensité dans une fibre microstructurée nonlinéaire, ces traces présentent des pics d'amplitude très élevée. Des ondes scélérates ont aussi été observées dans les traces temporelles de faisceaux émis par un laser à mode bloqué [181], un laser à semi-conducteurs soumis à injection optique [114] ou à rétroaction optique [182]. Les auteurs de [114] et [182] ont prouvé que l'apparition des ondes scélérates est favorisée quand l'émission du laser a une dynamique chaotique, c'est-à-dire lorsque le faisceau possède une bande continue de fréquences temporelles. Outre l'intérêt de comprendre l'origine de ces événements rares et intenses, étudier ces phénomènes pourrait ensuite permettre de les contrôler [179] ou les supprimer [183].

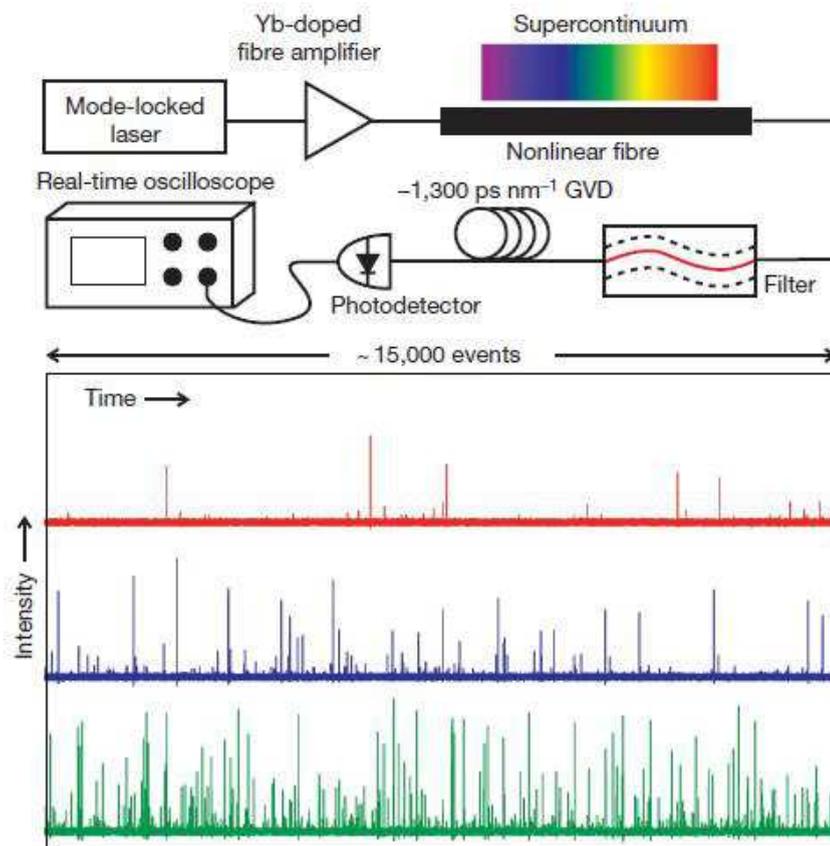


FIGURE 5.2 – Observation d'ondes scélérates dans la trace temporelle d'un faisceau optique ayant parcouru une fibre microstructurée hautement nonlinéaire [113]. Les traces temporelles rouges, bleues et vertes correspondent à trois puissances incidentes différentes en entrée de la fibre.

5.1.3 Événements extrêmes dans les systèmes optiques spatialement étendus

L'apparition d'événements extrêmes dans les systèmes optiques spatialement étendus est étudiée depuis quelques années. La première mesure expérimentale dans un système étendu à deux dimensions a été rapportée par Residori *et al.* en 2009 [115]. Comme illustré sur la figure 5.3-a, le système étudié est composé de cristaux liquides placés dans une cavité en anneau réalisée avec trois miroirs. L'énergie est apportée grâce au faisceau E_p . Une coupe transverse à deux dimensions du faisceau E_c ainsi qu'une coupe transverse à une dimension sont représentées sur les images (b) et (c). On voit sur l'image (c) la présence d'un pic d'amplitude beaucoup plus élevée que l'amplitude moyenne du faisceau. De plus, pour quantifier la présence de ces événements extrêmes, les auteurs tracent la fonction de densité de probabilité des niveaux de gris mesurés par chaque pixel de leur caméra dans un graphique "log-linéaire" (d). L'abscisse correspond aux niveaux de gris mesurés et l'ordonnée représente la probabilité d'apparition de chaque niveau de gris dans une échelle logarithmique. L'intérêt de tracer un tel graphique est qu'il permet de quantifier l'apparition des événements extrêmes. En effet, quand les niveaux de gris d'un faisceau ont une statistique de type exponentielle en intensité, donc gaussienne en amplitude du champ, comme pour les faisceaux Speckle par exemple, la statistique décrit une droite dans ce graphique. Inversement, si la statistique a une allure courbe (convexe) c'est-à-dire si on observe une déviation de la statistique par rapport à une droite de référence, cela traduit la présence d'événements intenses. La figure 5.3-d représente les fonctions de densité de probabilité du faisceau pour différentes valeurs de l'intensité pompe. Les points rouges, bleus, verts et violets correspondent à des intensités pompe I_p respectivement égales à 1.8, 4.0, 4.2 et 6.4 fois l'intensité de seuil d'instabilité de modulation I_{th} [115]. On observe que juste au-dessus du seuil ($I_p = 1.8 * I_{th}$, points rouges), la statistique est une droite. Aucun événement intense ne parcourt le faisceau. En augmentant l'intensité pompe jusque $I_p = 6.4 * I_{th}$ (points violets), les auteurs observent une déviation de la fonction de densité de probabilité. Des événements intenses apparaissent dans le faisceau. Enfin, les auteurs proposent de mesurer la déviation de la fonction de densité de probabilité grâce à une courbe de tendance d'équation $P(I) = K * \exp(-\sqrt{c_1 + c_2 I})$. Le paramètre c_1 mesure la déviation par rapport à la statistique gaussienne. Plus c_1 est faible, plus la fonction de densité de probabilité s'éloigne de la statistique gaussienne. Les auteurs obtiennent une valeur $c_1 = 29.5$ pour le cas $I_p = 6.4 * I_{th}$. Enfin, la même expérience a été réalisée mais en modifiant la cavité optique : en utilisant quatre miroirs au lieu de trois [116]. Dans ce cas, la fonction de densité de probabilité obtenue est de type gaussienne. Aucun événement intense n'est alors observé. La brisure de symétrie obtenue par l'utilisation d'un nombre impair de miroirs¹ est donc un paramètre essentiel pour la formation d'ondes scélérates.

Les mêmes auteurs ont étudié l'apparition d'événements intenses dans un système optique *linéaire* composé d'une fibre optique multimode parcourue par un grand nombre de modes [119]. Le montage expérimental est représenté sur la figure 5.4-a. Le modulateur spatial de lumière (SLM) a pour objectif d'ajouter un certain niveau d'*inhomogénéité* au faisceau laser. Les auteurs comparent les résultats obtenus avec des masques de transmittance $T(x, y)$ homogène ou in-homogène. De plus, un émetteur piézo-électrique est placé en contact avec la fibre. Lors de l'émission d'une onde acoustique et grâce à l'effet élasto-optique, les chemins optiques dans la fibre sont perturbés. Cette perturbation modifie donc la distribution spatiale de l'intensité à la sortie de la fibre. De plus, comme de nombreux

1. Quand le faisceau parcourt un tour de la cavité formée avec trois miroirs, il subit une symétrie d'inversion.

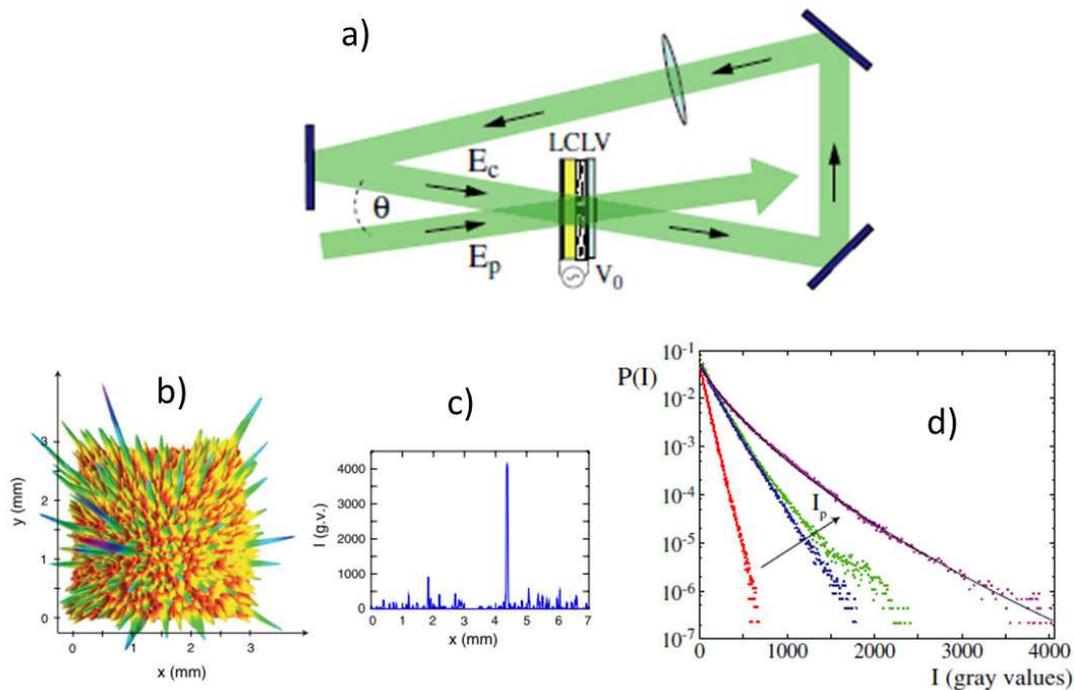


FIGURE 5.3 – Observation d'événements extrêmes dans un système optique spatialement étendu composé de cristaux liquides placés dans une cavité en anneau [115]. (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Allure du faisceau à un instant donné (représentation 3D). (c) Coupe transverse (1D) du faisceau. (d) Evolution de la fonction de densité de probabilité des niveaux de gris lors de l'augmentation de l'intensité pompe.

modes sont envoyés dans la fibre, la perturbation $n(t)$ a pour effet d'induire un chemin optique particulier à chaque mode. L'interférence de tous ces modes se propageant selon des angles différents dans la fibre aboutit à l'obtention de *granularité* dans le faisceau. Les auteurs testent donc l'influence de la granularité et de l'inhomogénéité sur la formation d'événements intenses dans un système linéaire. L'image (b) de la figure 5.4 représente les fonctions de densité de probabilité obtenues. Quand le masque impose une transmittance $T(x, y)$ homogène, et que la perturbation $n(t)$ soit appliquée ou non, la statistique est une droite dans le graphique (droite rouge), représentant une statistique gaussienne pour l'amplitude du champ. Quand on applique un masque in-homogène et que l'émetteur piézoélectrique est éteint, la fonction de densité de probabilité suit les points noirs vides. On constate une légère déviation par rapport à la statistique gaussienne. Enfin, dans le cas de la présence simultanée d'inhomogénéité et de granularité dans le système, la statistique est représentée par les points rouges. Dans ce cas, on observe une très large déviation. Le paramètre c_1 de la courbe de tendance vaut $c_1 = 10$. Cette étude permet de conclure que la non-linéarité n'est pas un élément fondamental sans lequel on n'observe pas d'événements intenses. Les auteurs émettent par contre l'hypothèse que la granularité et l'inhomogénéité sont, eux, des paramètres fondamentaux pour l'obtention d'ondes scélérates. Ces deux paramètres sont obtenus grâce au masque de transmittance et à la perturbation de la fibre dans [119] mais seraient obtenus grâce aux propriétés non-linéaires des cristaux liquides dans [115].

Enfin, des événements extrêmes ont été observés dans un système à simple rétroaction contenant des cristaux liquides et à une dimension transverse [117]. La figure 5.5 présente

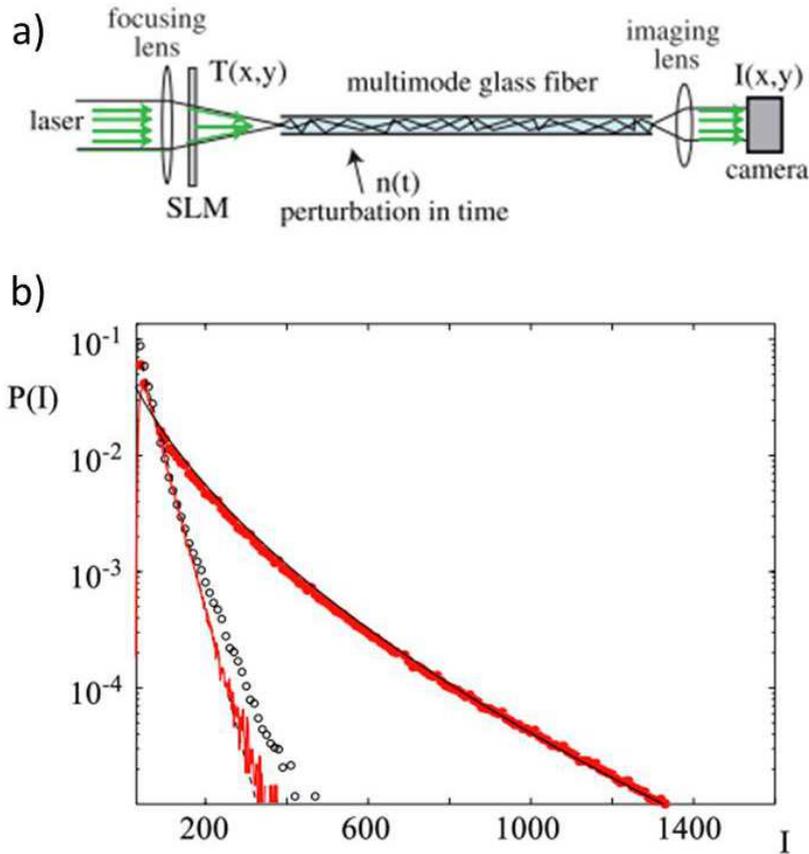


FIGURE 5.4 – Observation d’événements extrêmes dans un système optique spatialement étendu composé d’une fibre optique aux propriétés linéaires parcourue par un grand nombre de modes [119]. (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Evolution de la statistique des niveaux de gris.

le schéma du montage (a) ainsi qu’une coupe transverse obtenue (b). Ici les auteurs utilisent le critère du “facteur d’anormalité” pour qualifier leurs événements intenses d’ondes scélérates. Ce critère est issu des études en hydrodynamique [174]. Le facteur d’anormalité d’un pic mesure le rapport de son amplitude à l’“amplitude significative” (“significant wave height” en anglais). L’amplitude significative est définie comme l’amplitude moyenne du tiers le plus intense des pics détectés. Une onde est définie comme une onde scélérate si son facteur d’anormalité est supérieur à 2. Ici, Taki *et al.* détecte un pic dépassant ce seuil (facteur d’anormalité supérieur à 2). Ils montrent donc qu’il est possible d’observer des ondes scélérates dans un tel système.

5.2 Observation d’événements extrêmes dans notre système

Après avoir décrit les résultats de la littérature sur l’observation d’ondes scélérates, nous présentons les résultats obtenus avec notre système photoréfractif à simple rétroaction optique. Concernant les systèmes spatialement étendus, nous avons vu que des événements extrêmes ont été mesurés dans deux expériences d’optique non-linéaire composées de cristaux liquides [116, 117]. Ici, nous étudions l’apparition d’événements extrêmes induite par la nonlinéarité photoréfractive et par la présence de turbulence.

Nous montrons tout d’abord qu’une intensité pompe forte entraîne notre système dans

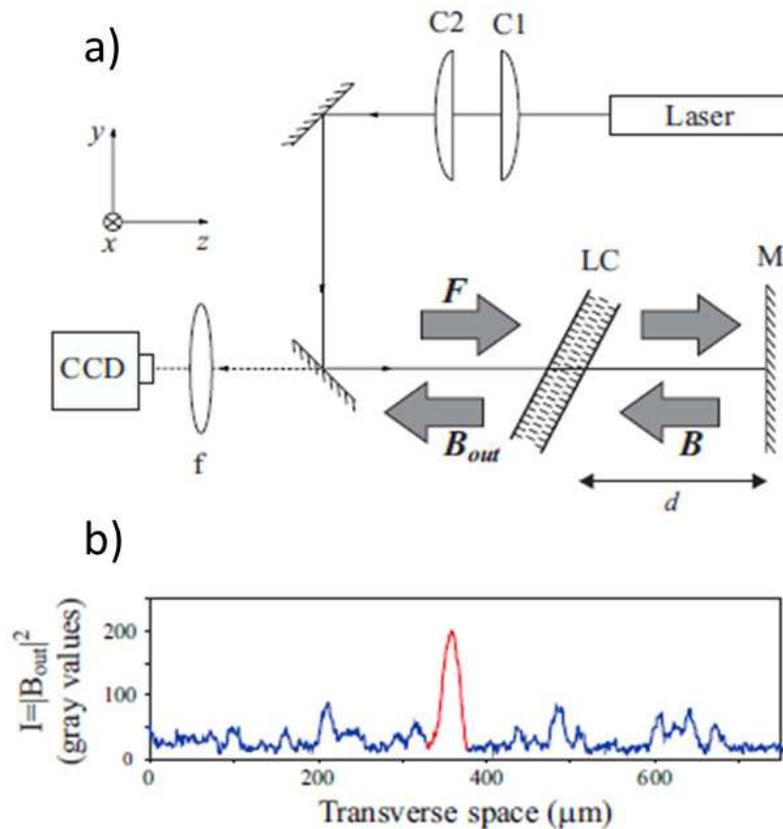


FIGURE 5.5 – Observation d'événements intenses dans un système à simple rétroaction contenant une couche de cristaux liquides [117]. (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Coupe transverse à une dimension du faisceau contenant un événement intense.

un état turbulent. Le système a un comportement très dynamique et contient de nombreux vecteurs d'onde spatiaux. En traçant les fonctions de densité de probabilité des intensités mesurées par les pixels de la caméra, nous montrons que l'augmentation de l'intensité pompe induit une déviation de cette fonction par rapport à la statistique gaussienne, caractérisant la présence d'événements extrêmes. Nous caractérisons de plus les pics mesurés avec le critère du facteur d'anormalité et montrons que certains pics dépassent le seuil de 2 et peuvent donc être appelés des ondes scélérates. Enfin, nous étudions l'influence d'un désalignement du miroir de rétroaction sur l'observation d'ondes scélérates. Nous montrons que l'augmentation de l'intensité favorise toujours l'apparition d'événements intenses et que nous en observons plus que dans le cas du système aligné.

5.2.1 Transition vers la turbulence en augmentant l'intensité pompe

La figure 5.6 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche (colonne de gauche) et en champ lointain (colonne de droite) pour une intensité pompe variant de $I = 1 \text{ W cm}^{-2}$ à $I = 80 \text{ W cm}^{-2}$. La rétroaction est réalisée sans le système $2f-2f$, le miroir est placé juste derrière le cristal (a). Le temps d'exposition de la caméra pour les mesures en champ proche a été adapté pour chaque cas de manière à ne pas saturer la caméra et à avoir un contraste suffisant. Pour $I = 1 \text{ W cm}^{-2}$, le faisceau n'est pas modulé. Il s'agit d'une intensité inférieure à l'intensité de seuil d'instabilité de modulation. Le faisceau est juste légèrement perturbé par les in-homogénéités du cristal (b). En champ lointain, nous n'observons pas de

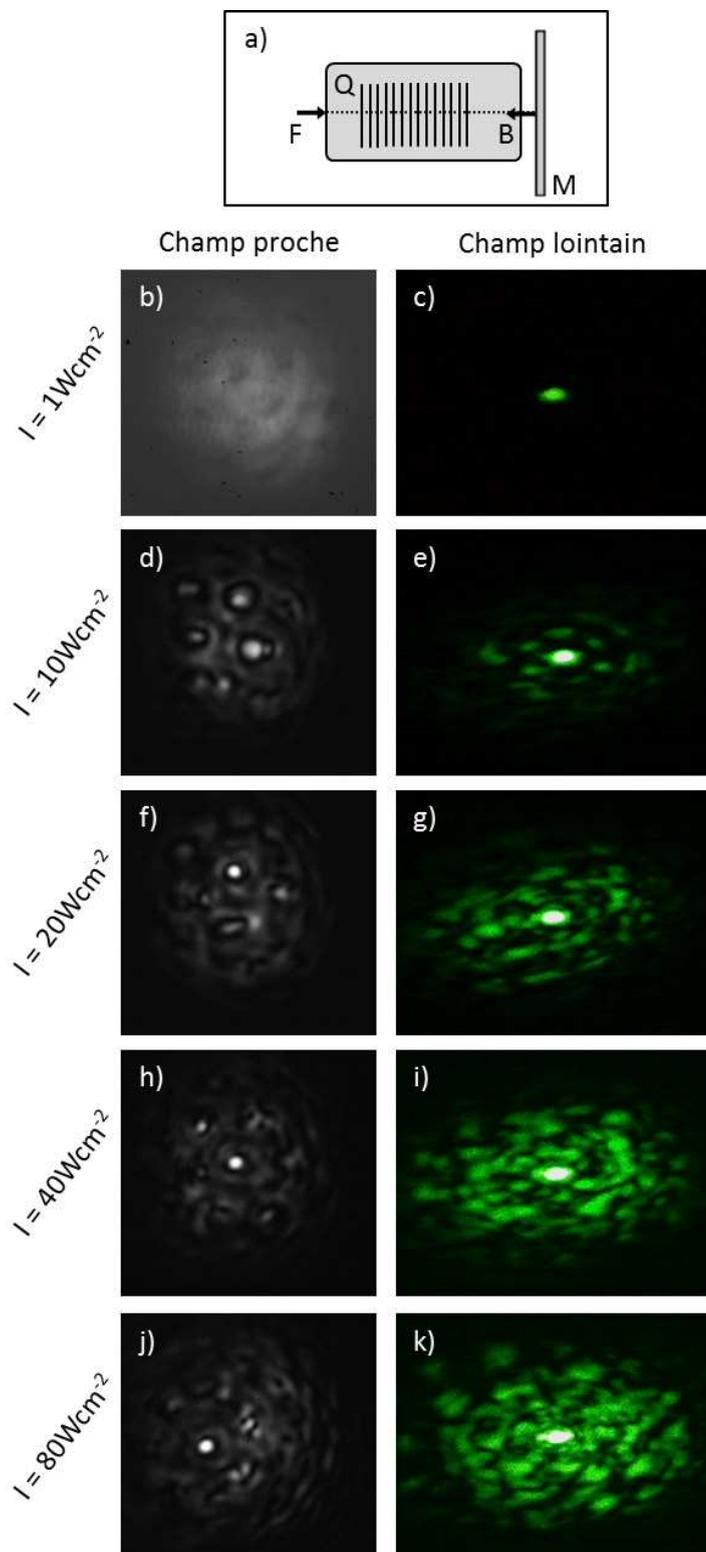


FIGURE 5.6 – Allure du faisceau en champ proche et champ lointain pour différentes valeurs de l'intensité pompe. L'augmentation de l'intensité entraîne une transition vers un état turbulent.

faisceaux satellites (c). En augmentant l'intensité pompe à $I = 10 \text{ W cm}^{-2}$, des faisceaux satellites sont maintenant visibles en champ lointain (e) et le faisceau en champ proche

est modulé. Nous observons un pattern hexagonal assez irrégulier (d). En augmentant l'intensité pompe à $I = 20Wcm^{-2}$, $I = 40Wcm^{-2}$ et $I = 80Wcm^{-2}$, nous constatons que le faisceau en champ lointain contient un très grand nombre de vecteurs d'onde (g,i,k). En champ proche, l'intensité du faisceau a une répartition très irrégulière (f,h,j) et est dans un état très dynamique. Le système est alors dans un état turbulent. De plus, dans ce régime turbulent, nous observons l'apparition de pics très intenses (j).

La figure 5.7 représente en 3 dimensions l'allure en champ proche du faisceau retour B pour une intensité incidente $I = 80Wcm^{-2}$. Le faisceau correspond à l'image de la figure 5.6-j. L'échelle des ordonnées représente l'intensité mesurée en niveaux de gris. Cette représentation permet de mieux apprécier la hauteur du pic principal relativement à l'intensité moyenne du faisceau.

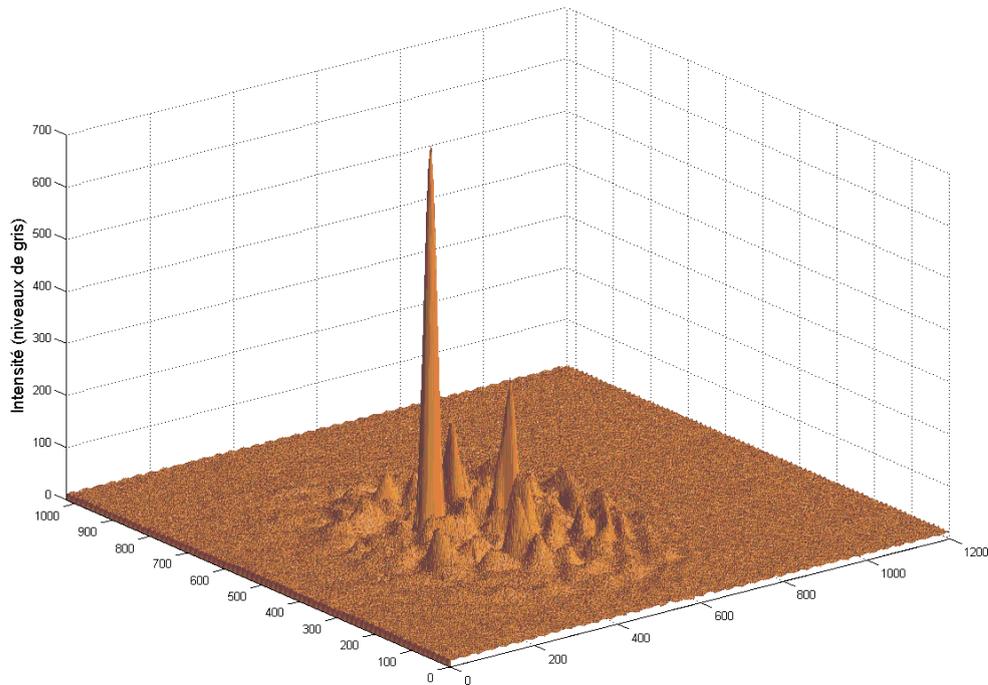


FIGURE 5.7 – Représentation à 3 dimensions du faisceau retour B pour une intensité incidente $I = 80Wcm^{-2}$.

5.2.2 Statistique des niveaux de gris mesurés et déviation par rapport à la statistique gaussienne

Pour conclure sur la présence d'événements extrêmes dans ce faisceau, nous traçons maintenant les fonctions de densité de probabilité des niveaux de gris mesurés par la caméra dans un graphique log-linéaire. Les résultats sont présentés dans la figure 5.8. Pour chaque valeur de l'intensité pompe ($I = 1, 10, 20, 40$ et $80Wcm^{-2}$), nous avons enregistré environ 600 images. Chaque image contient $1024 * 1200$ pixels, chaque pixel mesure $5.2 * 5.2\mu m^2$ et peut détecter 1024 niveaux d'intensité (mesures sur 10 bits). Enfin, comme écrit précédemment, le temps d'exposition de la caméra a été ajusté pour chacun des cas de manière à obtenir un bon contraste en niveaux de gris sur les images tout en évitant de

Intensité pompe	$1Wcm^{-2}$	$10Wcm^{-2}$	$20Wcm^{-2}$	$40Wcm^{-2}$	$80Wcm^{-2}$
Temps d'exposition (ms)	325.8	2.952	1.699	0.699	0.323

TABLE 5.1 – Temps d'exposition de la caméra concernant les mesures issues du système aligné.

saturer la caméra. Les valeurs des temps d'exposition sont indiquées dans le tableau 5.1.

Les valeurs en abscisse de la figure 5.8 ont donc été normalisées avec ces valeurs des temps d'exposition. L'échelle "niveaux de gris normalisés" est obtenue en divisant les valeurs d'intensité mesurées par chaque pixel de la caméra par le temps d'exposition correspondant. En analysant l'allure des statistiques pour les différentes valeurs de l'intensité incidente, on constate une déviation quand l'intensité augmente. La déviation est représentée par la flèche noire sur la figure. Cette déviation par rapport à la statistique gaussienne caractérise la présence d'événements extrêmes dans le faisceau.

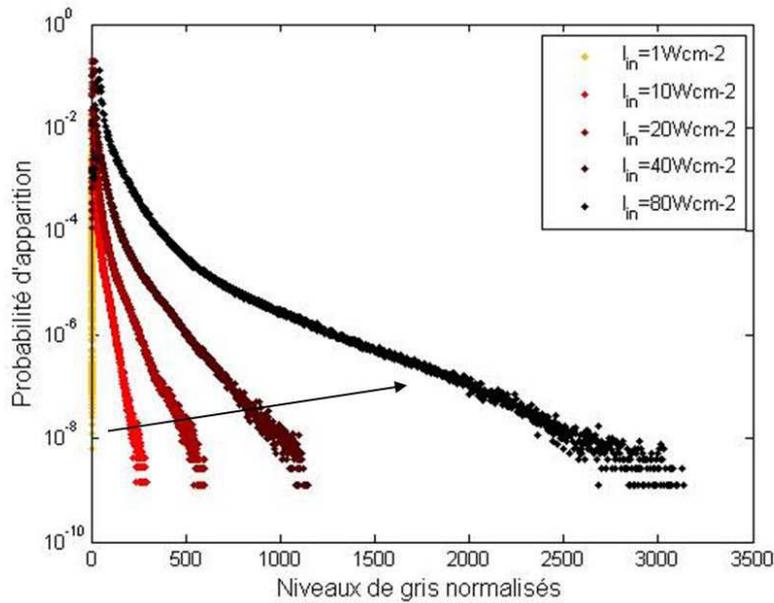


FIGURE 5.8 – Statistique des niveaux de gris du pattern en champ proche pour différentes valeurs de l'intensité pompe.

Pour aller plus loin, nous avons ajouté des courbes de tendance aux fonctions de densité de probabilité pour quantifier la déviation à la statistique gaussienne. Comme dans [119], nous modélisons nos statistiques avec la fonction suivante :

$$P(I_{norm}) = K \exp\left(-\sqrt{c_1 + c_2 I_{norm}}\right) \quad (5.1)$$

K , c_1 et c_2 sont les paramètres de la courbe de tendance. Le paramètre c_1 mesure la déviation par rapport à la statistique gaussienne. Quand c_1 tend vers l'infini, la statistique tend vers une statistique gaussienne. Inversement, quand c_1 tend vers 0, la statistique s'éloigne de la statistique gaussienne. La figure 5.9 présente les fonctions de densité de probabilité des cas $I = 10Wcm^{-2}$, $I = 20Wcm^{-2}$, $I = 40Wcm^{-2}$ et $I = 80Wcm^{-2}$ et les courbes de tendance associées. Pour chacun des cas, on constate que les quelques

premiers points des fonctions de densité de probabilité ont une probabilité d'occurrence assez basse ($P \simeq 10^{-3}$) par rapport aux points suivants ($P \simeq 10^{-1}$). Ceci s'explique par l'existence d'un certain niveau de bruit détecté par la caméra. Nous n'avons pas considéré ces premiers points pour le calcul des courbes de tendance. Le tableau 5.2 présente les valeurs du paramètre c_1 de la courbe de tendance (et son inverse $1/c_1$) en fonction de l'intensité pompe. Nous remarquons tout d'abord que ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par *Arecchi et al.* Dans leur expérience utilisant des cristaux liquides placés en cavité, les auteurs ont mesuré $c_1 = 29.5$ (pour une valeur de l'intensité pompe 6.4 fois supérieure à l'intensité de seuil de l'instabilité de modulation) [119]. Et concernant leur expérience linéaire utilisant une fibre optique multimode, ils ont mesuré $c_1 = 10$. De plus, on peut constater, malgré la valeur $c_1 = 40.3$ pour $I = 40 Wcm^{-2}$ qui paraît un peu élevée, que la valeur du paramètre c_1 diminue avec l'intensité pompe. Cette diminution caractérise une déviation par rapport à la statistique gaussienne et donc l'apparition d'événements extrêmes dans notre système photoréfractif.

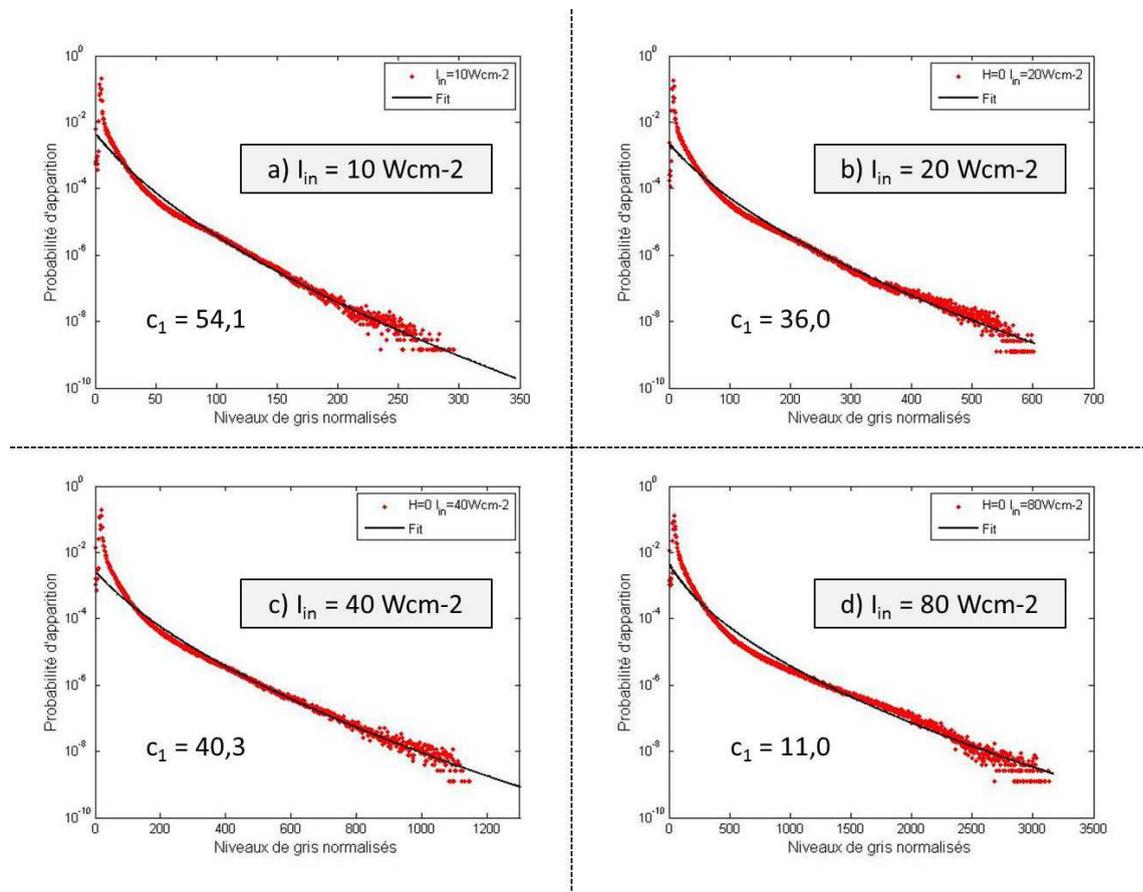


FIGURE 5.9 – Ajout d'une courbe de tendance ("fit") pour évaluer la déviation à la statistique gaussienne quand l'intensité pompe augmente.

5.2.3 Caractérisation des pics par leur "facteur d'anormalité"

Afin de confirmer la conclusion tirée de l'analyse des fonctions de densité de probabilité, nous étudions maintenant la question de l'apparition des événements extrêmes en utilisant le critère du "facteur d'anormalité" des pics. Pour rappel, le facteur d'anormalité d'un pic est par définition le rapport entre son amplitude et l' "amplitude significative". Cette

Intensité pompe	$10Wcm^{-2}$	$20Wcm^{-2}$	$40Wcm^{-2}$	$80Wcm^{-2}$
c_1	54.1	36.0	40.3	11.0
$1/c_1$	$1.85 * 10^{-2}$	$2.78 * 10^{-2}$	$2.48 * 10^{-2}$	$9.09 * 10^{-2}$

TABLE 5.2 – Paramètre de la courbe de tendance mesurant la déviation à la statistique gaussienne quand on augmente l’intensité pompe.

dernière est l’amplitude moyenne du tiers le plus intense des pics détectés. Si un pic a un facteur d’anormalité supérieur à 2, alors il est considéré comme une onde scélérate [174].

La méthode ici est la suivante :

- Il est tout d’abord nécessaire de réaliser un algorithme de détection des pics à partir des images enregistrées. En effet, le facteur d’anormalité est une valeur associée à un pic, c’est-à-dire un maximum local. Nous donnons ici les résultats obtenus avec notre algorithme. Son fonctionnement détaillé est donné en annexe.
- Ensuite, à partir des valeurs de tous les pics détectés, nous calculons l’“amplitude significative” des pics. Dans la littérature, cette amplitude est calculée en considérant parfois l’intensité des pics, parfois les valeurs en champ. Nous réalisons les deux méthodes ici.
- Enfin, nous interprétons les résultats de notre étude. Nous concluons sur l’existence de pics dont le facteur d’anormalité dépasse 2 et constatons que l’augmentation de l’intensité pompe induit une augmentation du nombre d’“ondes scélérates”.

Algorithme de détection des pics

La figure 5.10 présente la détection des pics réalisées sur deux images-exemples. Les deux images de droite correspondent aux images initiales sur lesquelles nous avons indiqué chaque pic détecté par un carré rouge. Pour obtenir cette détection, nous avons tout d’abord appliqué un filtre passe-bas aux niveaux de gris de l’image. Cette étape, décrite en annexe, est indispensable à cause de la présence de bruit dans la mesure de la caméra. Nous avons ensuite appliqué un critère très simple pour détecter les maxima locaux : un pixel est considéré comme un pic si son intensité est supérieure aux intensités de ses huit pixels voisins. Comme le montre la figure 5.10, notre méthode fournit des résultats très satisfaisants.

Calcul des facteurs d’anormalité des pics

A partir des pics ainsi détectés, nous calculons maintenant le facteur d’anormalité de chaque pic. Pour cela, il est nécessaire de calculer l’“amplitude significative”. Nous sélectionnons donc le tiers le plus intense des pics détectés et calculons la moyenne de son amplitude. Cependant, il existe une ambiguïté dans cette définition : considère-t’on la valeur en intensité du pic ou sa valeur en champ ? Cette ambiguïté n’existe pas en hydrodynamique où l’“amplitude” correspond à la hauteur de l’onde. En optique, certains groupes considèrent les valeurs en intensité [184], d’autres les valeurs en champ [117]. Cependant la plupart considère la valeur en intensité car celle-ci est la valeur mesurable de l’expérience [184]. Dans la suite, nous faisons les deux calculs. Nous présentons tout d’abord les résultats dans le cas d’un calcul en considérant les valeurs en intensité des pixels. Nous présentons ensuite à titre indicatif les résultats en considérant les valeurs en champ.

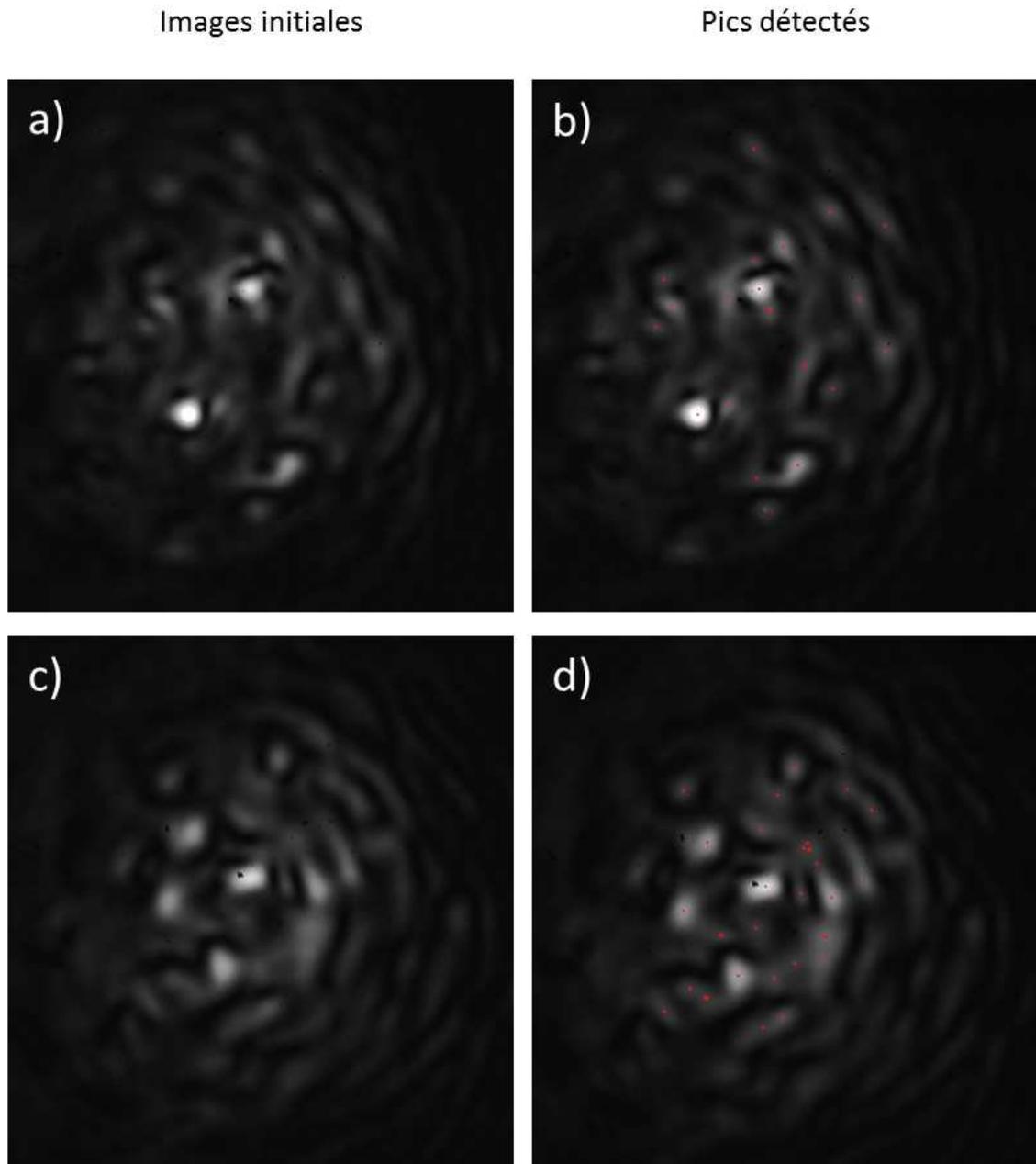


FIGURE 5.10 – Algorithme de détection des pics. A partir des images (a) et (c), notre algorithme détecte les pics de l'image. Ces pics sont indiqués en rouge sur les images (b) et (d).

La figure 5.11 représente les histogrammes du nombre d'occurrences de chaque valeur du facteur d'anormalité pour les différentes intensités incidentes $I = 10Wcm^{-2}$ (a), $I = 20Wcm^{-2}$ (b), $I = 40Wcm^{-2}$ (c) et $I = 80Wcm^{-2}$ (d). Le seuil à partir duquel un pic est considéré comme une onde scélérate est représenté par les tirets rouges (facteur d'anormalité supérieur à 2). Nous remarquons tout d'abord que ces histogrammes ont une forme en "L", caractéristique des régimes contenant des événements extrêmes [113]. De plus, quelle que soit la valeur de l'intensité incidente, il existe des pics au-dessus du seuil. Notre système photoréfractif à simple rétroaction peut donc permettre l'observation d'ondes scélérates.

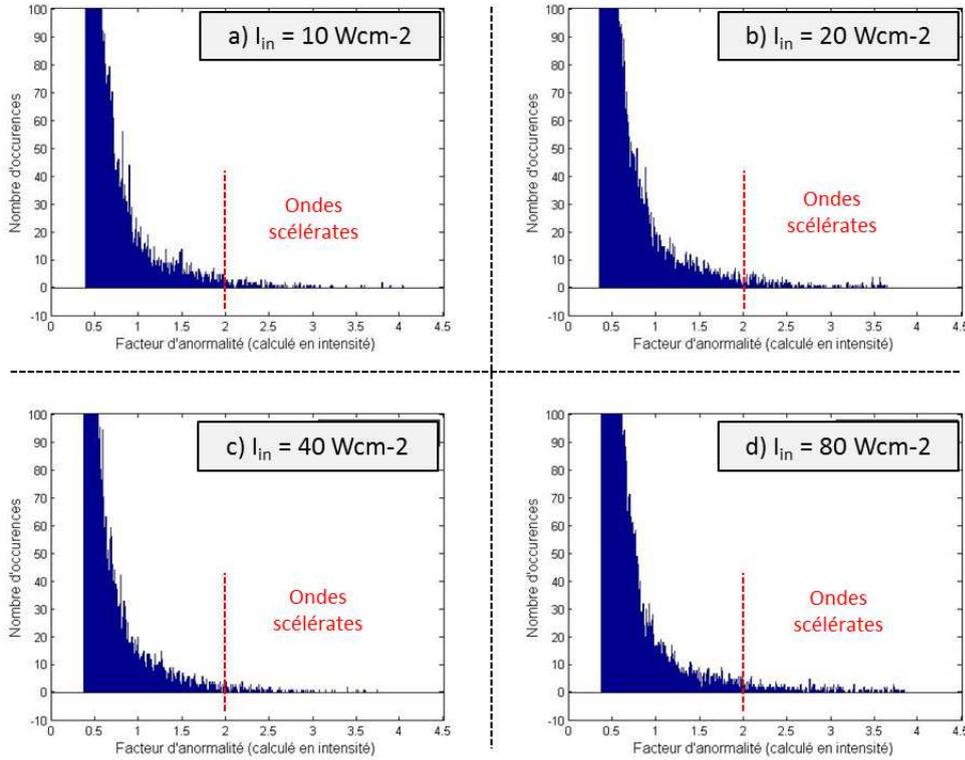


FIGURE 5.11 – Histogramme du nombre d’occurrences de chaque valeur du facteur d’anormalité (calculé en intensité). Le miroir de rétroaction est aligné.

Le tableau 5.3 analyse les résultats présentés dans les histogrammes de la figure 5.11. En considérant environ 600 images pour chaque cas, notre algorithme détecte un nombre de pics de l’ordre de 10000 (deuxième ligne du tableau). Ce nombre est suffisamment grand pour que parler de probabilité d’apparition d’ondes scélérates ait un sens. La troisième ligne du tableau présente le nombre de pics validant le critère. Ces nombres sont de l’ordre d’une centaine. La quatrième ligne présente la valeur du facteur d’anormalité du pic le plus puissant. Les valeurs sont de l’ordre de 4. Enfin, la ligne la plus significative pour tirer une conclusion sur l’influence de l’intensité sur la formation d’ondes scélérates est la cinquième. Elle indique le pourcentage de pics validant le critère. Pour $I = 10Wcm^{-2}$, 1.19% des pics vérifient le critère et sont donc des ondes scélérates. Pour $I = 20Wcm^{-2}$, $I = 40Wcm^{-2}$ et $I = 80Wcm^{-2}$, ce pourcentage vaut 1.63%, 1.23% et 2.05%. Nous constatons donc que, mis à part pour le cas $I = 40Wcm^{-2}$, le pourcentage d’événements validant le critère augmente avec l’intensité. Il est intéressant de comparer ces résultats avec les résultats issus de l’analyse des fonctions de densité de probabilité présentée précédemment. Les conclusions que l’on tire grâce aux deux analyses sont tout fait cohérentes entre elles et nous permettent d’affirmer que l’augmentation de l’intensité incidente dans notre système induit un régime turbulent caractérisé par la présence d’ondes scélérates.

La figure 5.12 présente deux coupes transverse d’une image contenant une onde scélérate. L’image (a) a été prise pour une intensité incidente $I = 80Wcm^{-2}$ et contient le pic ayant le facteur d’anormalité le plus élevé (3.83). Les intensités en niveaux de gris des pixels sur la ligne horizontale rouge sont représentées sur le graphique (b) et celles de la ligne verticale verte sont représentées sur le graphique (c). La ligne noire sur les graphiques représente le niveau de saturation de la caméra. La ligne bleue représente la valeur de l’

Intensité pompe	$10W cm^{-2}$	$20W cm^{-2}$	$40W cm^{-2}$	$80W cm^{-2}$
Nombre de pics détectés	12813	16084	10455	16712
Nombre de pics validant le critère	152	262	129	343
Valeur maximale du facteur d'anormalité	4.02	3.64	3.73	3.83
Pourcentage de pics validant le critère	1.19%	1.63%	1.23%	2.05%

TABLE 5.3 – Statistique d'apparition d'événements extrêmes dans le système aligné (**critère en intensité**)

“intensité significative”. Si un pic a une intensité supérieure à deux fois cette valeur, alors il est considéré comme une onde scélérate.

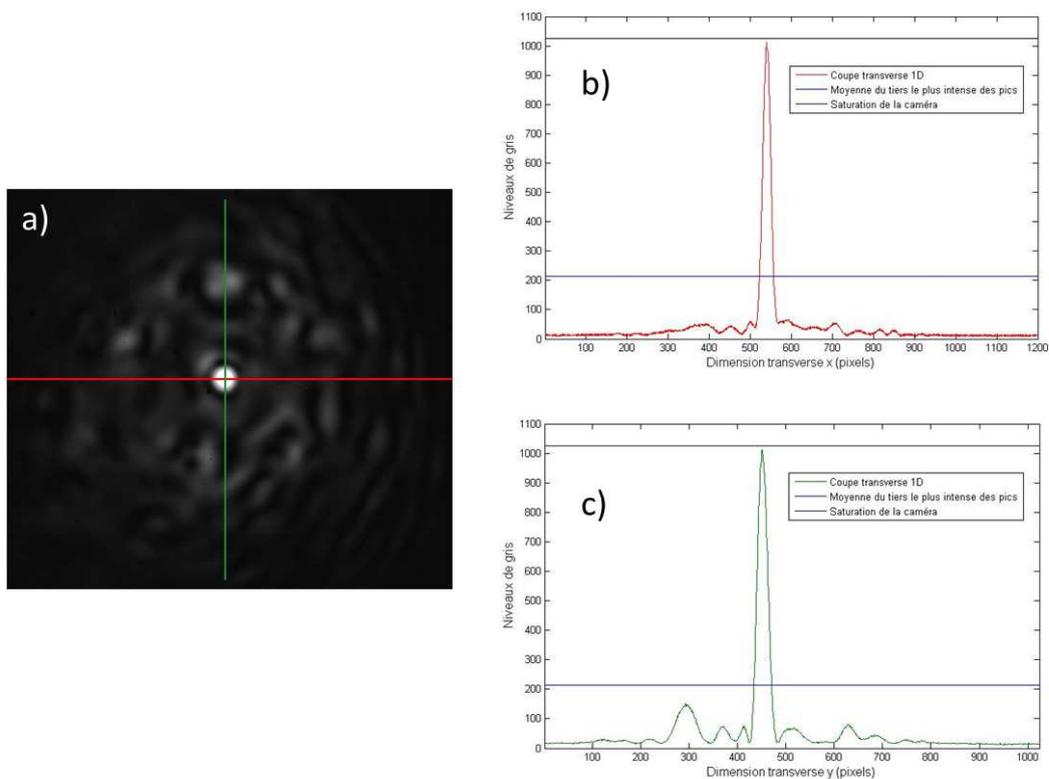


FIGURE 5.12 – Coupes transverses 1D d'une image contenant une “onde scélérate”.

On peut également considérer le calcul des facteurs d'anormalité à partir de l'amplitude en champ de chaque pic, comme le font Odent *et al.* [117]. La valeur mesurée par la caméra est l'intensité. La valeur en champ est obtenue en calculant la racine carrée de celle-ci. La figure 5.13 présente les histogrammes du nombre d'occurrences de chaque valeur du facteur d'anormalité (calculé en champ). On remarque tout d'abord que les valeurs du

facteur d'anormalité sont plus faibles que précédemment. En effet, la valeur calculée en champ vaut approximativement la racine carrée de la valeur calculée en intensité². Ainsi, si le seuil à partir duquel un pic est considéré comme une onde scélérate est toujours fixé à 2, on voit sur les histogrammes que quelle que soit la valeur de l'intensité incidente, le pic le plus intense a un facteur très proche de ce seuil.

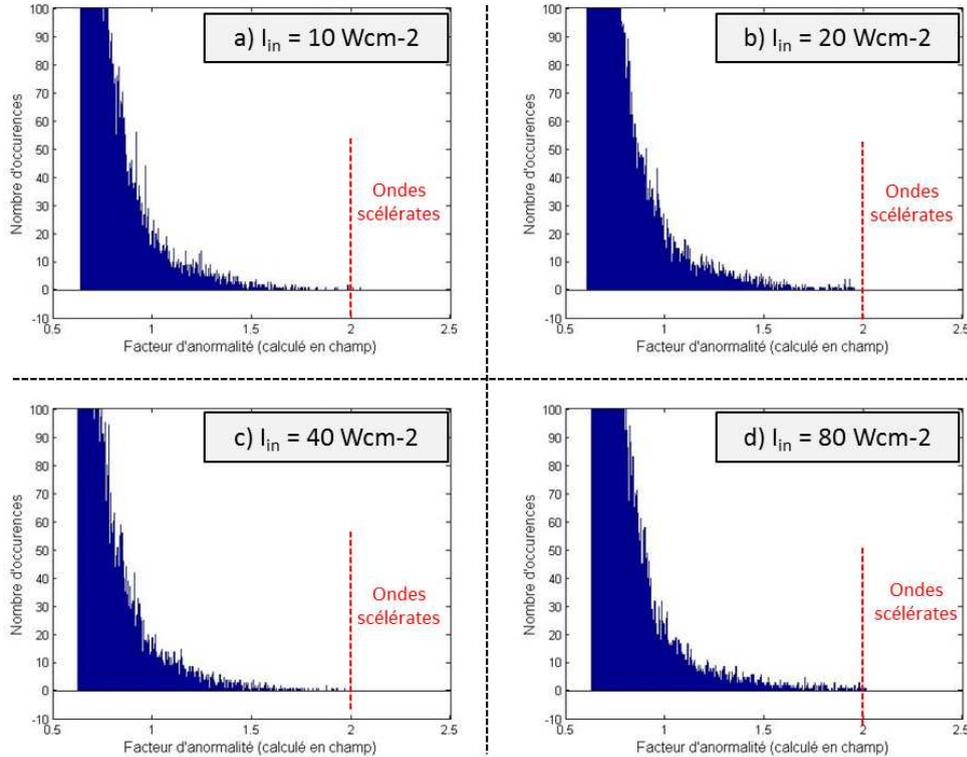


FIGURE 5.13 – Histogramme du nombre d'occurrences de chaque valeur du facteur d'anormalité (**calculé en champ**). Le miroir de rétroaction est aligné.

Le tableau 5.4 résume les résultats contenus dans ces histogrammes. En comparant ces résultats avec ceux présentés précédemment (tableau 5.3), on voit que le nombre de pics validant le critère en champ est beaucoup plus faible. Pour $I = 10Wcm^{-2}$, seulement 2 pics valident le critère. Pour $I = 20Wcm^{-2}$ et $I = 40Wcm^{-2}$, aucun pic n'est une onde scélérate. Et pour $I = 80Wcm^{-2}$, 6 pics valident le critère. De plus, on remarque que quelle que soit la valeur de l'intensité incidente, le pic le plus grand a un facteur d'anormalité très proche de 2 (2.04, 1.95, 1.96 et 2.10). Selon ce critère, le système est toujours proche de la limite de l'apparition d'ondes scélérates. Les pourcentages d'ondes scélérates parmi les pics valent donc 0.016% pour $I = 10Wcm^{-2}$, 0% pour $I = 20Wcm^{-2}$ et $I = 40Wcm^{-2}$ et 0.036% pour $I = 80Wcm^{-2}$. Cependant ces pourcentages n'ont ici pas vraiment de sens à cause du faible nombre de pics validant le critère.

En conclusion de cette étude sur les pics dans notre système photoréfractif à simple rétroaction optique avec un miroir aligné, nous avons vu que l'augmentation de l'intensité entraîne la transition du pattern vers un régime turbulent caractérisé par un grand nombre de vecteurs d'onde spatiaux et par un comportement dynamique. En étudiant les fonctions de densité de probabilité des valeurs des intensités mesurées par les pixels de notre caméra,

2. **Approximativement**, car la moyenne des racines carrées n'est pas exactement égale à la racine carrée de la moyenne.

Intensité pompe	$10Wcm^{-2}$	$20Wcm^{-2}$	$40Wcm^{-2}$	$80Wcm^{-2}$
Nombre de pics détectés	12813	16084	10455	16712
Nombre de pics validant le critère	2	0	0	6
Valeur maximale du facteur d'anormalité	2.04	1.95	1.96	2.01
Pourcentage de pics validant le critère	0.016%	0%	0%	0.036%

TABLE 5.4 – Statistique d'apparition d'événements extrêmes dans le système aligné (**critère en champ**)

nous avons vu que l'augmentation de l'intensité pompe entraîne une déviation par rapport à la statistique gaussienne. Cette déviation reflète la présence d' "événements extrêmes" dans le système. De plus, en caractérisant ces pics avec la notion de facteur d'anormalité, nous avons vu que certains d'entre eux dépassent le seuil à partir duquel ils sont considérés comme des ondes scélérates.

5.2.4 Influence d'un désalignement du miroir de rétroaction

Dans [116], Residori *et al.* ont montré qu'ils observent des événements extrêmes dans leur système à cristaux liquides placés en cavité. De plus, ces événements extrêmes sont observés seulement quand la cavité est réalisée avec 3 miroirs. Ils n'en observent pas en utilisant 4 miroirs. L'existence d'une brisure de symétrie joue donc un rôle important dans leur système. Nous testons donc ici l'influence d'un désalignement de notre miroir de rétroaction, imposant une brisure de symétrie, sur l'observation des ondes scélérates.

Statistique des niveaux de gris mesurés et déviation par rapport à la statistique gaussienne

La figure 5.14 présente l'allure du faisceau retour B en champ proche et en champ lointain issu de notre système à simple rétroaction désaligné. L'amplitude du désalignement (représentée par le paramètre de nonlocalité H) n'est pas réglable ici. En effet, la rotation du miroir n'est pas réglable précisément grâce à un éventuel micro-contrôleur électronique. Nous pouvons donc faire des mesures dans le cas d'un système désaligné sans toutefois étudier l'influence de la nonlocalité comme paramètre de contrôle. Nous faisons varier l'intensité incidente de $I = 5Wcm^{-2}$ à $I = 80Wcm^{-2}$. Comme précédemment, nous faisons varier le temps d'exposition de manière à obtenir un bon contraste dans nos images sans toutefois saturer la caméra. Pour $I = 5Wcm^{-2}$, le système est proche du seuil d'instabilité. On devine dans l'image en champ proche du faisceau (a) un début de modulation transverse. Cette modulation n'est cependant pas assez puissante pour que l'on distingue la présence de faisceaux satellites en champ lointain (b). Pour $I = 10Wcm^{-2}$, le faisceau a bifurqué vers un état pattern. En champ proche, le faisceau a adopté une forme en raies (c). En champ lointain, des faisceaux satellites existent dans une direction préférentielle (d). Pour $I = 20Wcm^{-2}$, le faisceau en champ proche a une forme de type hexagonale mais assez

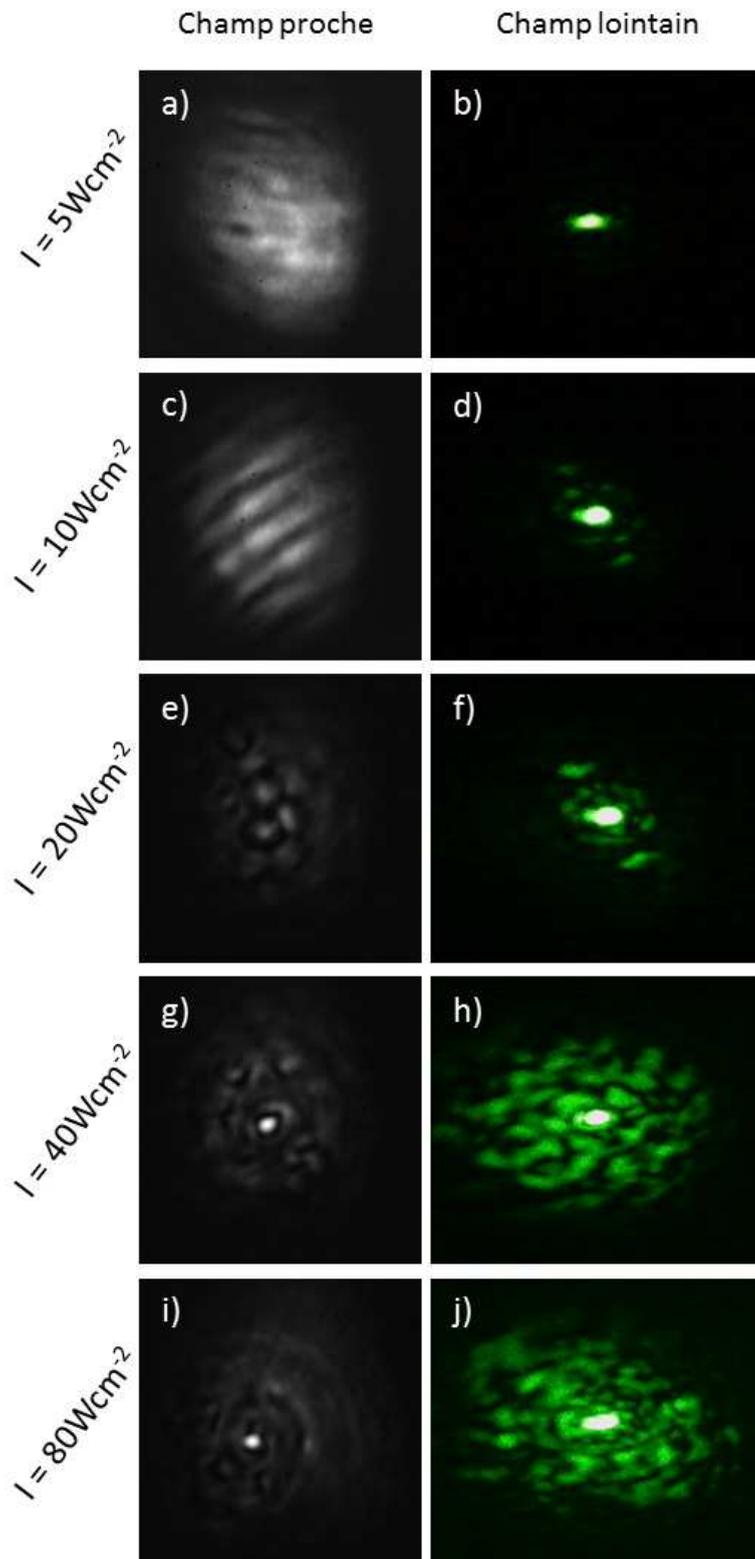


FIGURE 5.14 – Allure en champ proche et en champ lointain du faisceau retour issu du système désaligné pour différentes intensités incidentes ($I = 5$, $I = 10$, $I = 20$, $I = 40$ et $I = 80 Wcm^{-2}$).

irrégulière (e). En champ lointain, il existe peu de vecteurs d'onde (f). Le système n'est

pas encore passé dans un régime turbulent. Enfin, pour $I = 40Wcm^{-2}$ et $I = 80Wcm^{-2}$, le champ lointain est maintenant composé de nombreux vecteurs d'onde (h,j) tandis que le champ proche n'a pas de forme régulière. De plus, le champ proche est dynamique et est parfois parcouru par des pics de grande amplitude (g,i).

La figure 5.15 représente les fonctions de densité de probabilité des niveaux de gris mesurés par la caméra pour les différentes valeurs de l'intensité incidente. De manière analogue au cas du système aligné, on observe une déviation de la statistique quand on augmente l'intensité. Cette déviation est représentée par la flèche noire.

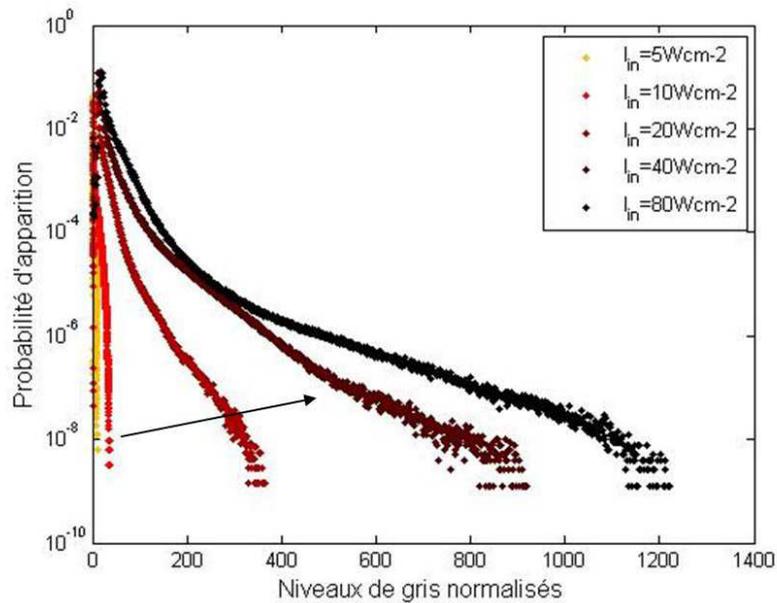


FIGURE 5.15 – Statistique des niveaux de gris du pattern en champ proche pour différentes valeurs de l'intensité pompe. Le système est ici désaligné.

Afin de quantifier cette déviation, nous avons déterminé des courbes de tendance du même type que précédemment³. Les valeurs du paramètre c_1 et son inverse $1/c_1$ sont indiquées dans les deuxième et troisième lignes du tableau 5.5. On constate que le paramètre c_1 diminue fortement quand on augmente l'intensité incidente. $c_1 = 37.2$ pour $I = 20Wcm^{-2}$, $c_1 = 6.08$ pour $I = 40Wcm^{-2}$ et $c_1 = 1.51$ pour $I = 80Wcm^{-2}$. Cette diminution reflète la déviation par rapport à la statistique gaussienne constatée sur la figure 5.15. L'augmentation de l'intensité favorise l'apparition d'événements extrêmes.

Caractérisation des pics par leur “facteur d'anormalité”

Enfin, nous avons appliqué notre algorithme de détection des pics aux images mesurées pour étudier l'amplitude des pics avec le critère du facteur d'anormalité. Les résultats, qu'ils soient obtenus avec le calcul en intensité ou en champ, sont présentés dans le tableau 5.5. Si on considère tout d'abord le calcul en intensité, les pics à la plus forte amplitude ont un facteur d'anormalité de 3.31, 3.96 et 4.42 respectivement pour $I = 20$, $I = 40$ et $I = 80Wcm^{-2}$. Le système est donc parcouru par des ondes scélérates. Les proportions de pics validant le critère parmi tous les pics détectés valent 0.6%, 0.91% et 2.12%. On conclut donc que l'augmentation de l'intensité incidente favorise l'apparition des ondes scélérates.

3. Ces courbes ne sont pas représentées dans le manuscrit. Nous indiquons juste les résultats des courbes de tendances dans le tableau 5.5

Intensité pompe	$20Wcm^{-2}$	$40Wcm^{-2}$	$80Wcm^{-2}$
Paramètre c_1 de la courbe de tendance	37.2	6.08	1.51
Nombre de pics détectés	4834	10922	12364
Nombre de pics validant le critère (en intensité)	29	99	262
Valeur maximale du facteur d'anormalité (en intensité)	3.31	3.96	4.42
Pourcentage de pics validant le critère (en intensité)	0.6%	0.91%	2.12%
Nombre de pics validant le critère (en champ)	0	4	26
Valeur maximale du facteur d'anormalité (en champ)	1.84	2.02	2.16
Pourcentage de pics validant le critère (en champ)	0%	0.037%	0.21%

TABLE 5.5 – Statistique d'apparition d'événements intenses dans le système désaligné

Si on considère les facteurs d'anormalité calculés en champ, les pics les plus forts ont des facteurs d'anormalité de 1.84, 2.02 et 2.16 pour $I = 20$, $I = 40$ et $I = 80Wcm^{-2}$. On n'observe donc des ondes scélérates qu'à partir de $I = 40Wcm^{-2}$. Quant aux probabilités qu'un pic soit une onde scélérate, elles valent 0%, 0.037% et 0.21%. En considérant ce critère, on aboutit à la même conclusion : l'augmentation de l'intensité incidente dans notre système favorise l'apparition d'ondes scélérates.

5.3 Conclusion

Nous avons donc vu dans ce chapitre que l'augmentation de l'intensité incidente entraîne notre système photoréfractif à simple rétroaction optique dans un régime turbulent. Le faisceau retour en champ proche a alors une allure dynamique et des pics très intenses sont observés. En étudiant les fonctions de densité de probabilité des intensités mesurées par les pixels de la caméra, nous avons montré que celles-ci dévient de la statistique gaussienne, ce qui caractérise une augmentation du nombre d'événements extrêmes. De plus, nous avons aussi utilisé le critère du facteur d'anormalité pour étudier ces événements. Nous avons vu que, selon ce critère, nous observons bien des ondes scélérates dans notre système photoréfractif. L'apparition de ces ondes est favorisée par l'augmentation de l'intensité pompe et par la nonlocalité introduite par le désalignement du miroir de la rétroaction optique.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Conclusions

Nous avons étudié dans cette thèse un système photoréfractif à simple rétroaction optique. Ce système permet l'observation de patterns dans les dimensions transverses d'un faisceau laser. Le travail présenté ici avait trois principaux objectifs :

- Tout d'abord, tester une nouvelle configuration de formation de pattern en remplaçant le faisceau gaussien incident par un faisceau "vortex", un faisceau non-conventionnel possédant un moment angulaire orbital.
- Ensuite, contrôler ce pattern grâce à une rétroaction nonlocale.
- Enfin, étudier la dynamique du pattern dans le cas gaussien en augmentant l'intensité pompe et/ou avec une rétroaction nonlocale.

Des patterns optiques ont été observés dans des vapeurs atomiques [2], des matériaux organiques [3], des cristaux liquides [1] ou des cristaux photoréfractifs [4]. Notre système est un composé d'un cristal de Titanate de Baryum dopé avec des atomes de Cobalt ($BaTiO_3 : Co$). Il s'agit d'un matériau isolant ayant des propriétés photoréfractives. La caractéristique de ces matériaux est d'avoir un indice de réfraction modulé lorsqu'ils sont soumis à une illumination périodique. Quand deux faisceaux laser y interfèrent, des réseaux d'indice de réfraction apparaissent. Si le milieu est spatialement étendu, une instabilité de modulation peut entretenir des vecteurs d'onde transverses qui sont autrement instables. Ces vecteurs d'onde transverses diffractent alors sur les réseaux d'indice photoréfractif. Ce phénomène permet l'observation de structures optiques auto-organisées, de patterns. Un des avantages des matériaux photoréfractifs pour l'étude des patterns est la valeur de la constante de temps photoréfractive. Cette constante de temps, qui caractérise la dynamique de formation des réseaux d'indice, est de l'ordre de la seconde [39]. Cet ordre de grandeur nous permet d'observer l'évolution du pattern à l'oeil nu. Notre système est un système à simple rétroaction optique ; un miroir est placé derrière le cristal. Le faisceau laser incident interfère donc dans le cristal avec sa réflexion sur le miroir.

Nous disposons d'outils théoriques pour modéliser le système. Un système d'équations non-linéaires couplées modélise la propagation des faisceaux aller et retour dans le cristal et leur couplage grâce aux réseaux d'indice obtenus par effet photoréfractif. Une analyse de stabilité linéaire de ce système d'équations prévoit l'apparition de patterns grâce au processus d'instabilité de modulation. Quand le coefficient de couplage non-linéaire dépasse un certain seuil, l'intensité des faisceaux devient modulé. Le système bifurque d'une solution homogène vers une solution modulée, un pattern. De plus, nous avons proposé dans cette thèse de simuler ce modèle numérique par un algorithme de type "Beam Propagation Method". L'analyse de stabilité linéaire prévoit l'apparition d'une modulation du faisceau mais

ne donne pas l'orientation des vecteurs d'onde qui apparaissent. C'est l'objectif de la simulation numérique des équations non-linéaires. Dans le cas classique d'un faisceau gaussien incident, la simulation montre l'émergence d'un pattern hexagonal au seuil d'instabilité de modulation.

Dans le chapitre 3, nous avons étudié l'influence de l'utilisation d'un faisceau vortex en entrée du système. Un tel faisceau possède un moment angulaire orbital : son front d'onde est hélicoïdal et dans un plan transverse son intensité a l'allure d'un anneau avec un point central sombre. Nous avons montré que ce moment entraîne une rotation du pattern. La géométrie est hexagonale, comme dans le cas gaussien classique, mais elle tourne autour du point central. Un nouveau type de dynamique de pattern a donc été observé. Nos résultats de simulation sont en bon accord qualitatif avec l'expérience. Nous avons étudié l'influence de la charge topologique et de l'intensité du faisceau vortex incident sur la vitesse de rotation du pattern. La vitesse augmente avec la charge topologique et l'intensité mais cette dépendance est non-linéaire. Notamment, quand on augmente l'intensité pompe, on observe une saturation de la dynamique du pattern. De plus, nous avons montré que les faisceaux satellites obtenus par instabilité de modulation possèdent des propriétés de phase particulières. La présence d'une singularité de phase (point central sombre) dans le faisceau incident induit la présence de singularités dans les faisceaux satellites observés dans le champ lointain du faisceau.

Dans le chapitre 4, nous avons étudié l'influence simultanée d'un faisceau vortex incident et d'un désalignement du miroir de rétroaction. Un tel désalignement induit une dérive du pattern qui entre en compétition avec la rotation induite par le vortex. Pour une certaine valeur de la non-localité de la rétroaction, ces deux dynamiques se compensent et une zone statique émerge dans le champ proche du pattern. Lorsque le désalignement est important, les patterns observés peuvent contenir différents domaines en champ proche chacun associé à un vecteur d'onde d'une amplitude et d'une direction particulière. Notre simulation fournit des résultats en bon accord qualitatif avec l'expérience. Enfin, nous avons montré que la non-linéarité, réglée grâce à l'intensité incidente dans l'expérience et par le coefficient de couplage dans la simulation, est un paramètre de contrôle pour la sélection des vecteurs d'onde de ces patterns complexes.

Dans le chapitre 5, nous avons étudié l'apparition de pics intenses lorsque le système est pompé avec un faisceau incident gaussien de forte intensité. Une telle configuration mène le système dans un état turbulent. Nous avons tout d'abord caractérisé ces apparitions de pics intenses grâce aux fonctions de densité de probabilité des intensités mesurées par chaque pixel de la caméra. Lorsqu'on augmente l'intensité incidente, on observe une déviation de cette fonction pour les niveaux de gris élevés. De plus, nous avons aussi caractérisé ces pics intenses à l'aide du critère statistique du "facteur d'anormalité". Selon ce critère d'abord utilisé en hydrodynamique, certains pics sont suffisamment intenses pour être considérés comme des "ondes scélérates". L'apparition de ces ondes est favorisée par l'augmentation de l'intensité pompe.

Perspectives

En guise de perspectives, il serait tout d'abord intéressant d'approfondir notre compréhension analytique de la formation des patterns avec un faisceau pompe vortex. Nous avons présenté dans cette thèse les patterns expérimentaux obtenus dans ce cas et avons mesuré la vitesse de rotation en fonction de l'intensité et de la charge topologique du vortex incident. Dès lors, peut-on réaliser une analyse de stabilité linéaire qui prend en compte la présence d'un vortex incident, c'est-à-dire d'un moment angulaire orbital dans le faisceau ?

Cette analyse peut-elle fournir une expression mathématique de la vitesse de rotation en fonction de l'intensité et de la charge topologique incidente? De plus, il serait aussi intéressant de compléter l'analyse de stabilité linéaire en prenant en compte la nonlocalité de la rétroaction. L'analyse prévoirait-elle l'existence de plusieurs vecteurs d'onde dans le pattern? Une telle conclusion fournirait une explication théorique à nos observations de patterns "multizones".

Une deuxième perspective intéressante serait d'étudier la formation des patterns vortex dans les milieux discrétisés, c'est-à-dire dans les milieux où un réseau photonique (un "lattice") est inscrit. L'influence d'un tel réseau sur la formation des patterns dans le cas gaussien a été étudié dans notre montage expérimental par N. Marsal *et al.* [52, 84, 185]. Dans le cas d'un faisceau vortex incident, on peut se poser la question de l'influence d'un réseau photonique sur la rotation du pattern. Le réseau bloque-t'il la rotation? Le réseau influence-t'il la vitesse de rotation?

Enfin, un axe de recherche prometteur pour ce système photoréfractif à simple rétroaction optique est l'observation de "solitons de cavité" aussi appelés "solitons dissipatifs". Contrairement à un pattern qui est une structure modulée périodique de l'intensité d'un faisceau laser, un soliton de cavité est une modification locale de l'état du faisceau dans son plan transverse. Il s'agit d'un pic de lumière localisé entretenu par le flux d'énergie du faisceau laser. Cependant, les deux phénomènes sont liés. En effet, pour observer un tel soliton dissipatif, le système doit être bistable. Deux solutions, l'une homogène et l'autre modulée (un pattern), doivent "co-exister" [186]. Ces solitons de cavité ont été observés dans des matériaux semi-conducteurs [126, 187], des vapeurs de Sodium [124] et dans des cristaux liquides [123]. Dans les matériaux photoréfractifs, une observation de structure localisée est rapportée dans la littérature par Saffman *et al.* [125]. Cependant, les auteurs n'ont pas montré la possibilité de l'adresser, c'est-à-dire de contrôler où est inscrite la structure, ni de l'effacer. Des tentatives d'adressage de soliton dissipatif dans notre système expérimental photoréfractif ont déjà été menées par N. Marsal [28]. S'inspirant des résultats obtenus par Odoulov *et al.* qui ont montré l'existence d'une bistabilité dans un système photoréfractif à simple rétroaction optique lorsqu'un éclairage de fond est ajouté au cristal [51], une bistabilité entre un état homogène et un état modulé a été observée dans notre montage [28]. Cette bistabilité dépend de plusieurs paramètres de contrôle, notamment l'intensité pompe, le gain photoréfractif et l'intensité de l'éclairage de fond. Cependant, l'adressage d'une structure localisée n'a pas encore été obtenu. Cette tentative a été réalisée dans notre système étendu spatialement à deux dimensions. Il serait intéressant d'essayer dans un système étendu 1D. Montrer la possibilité d'enregistrer, de contrôler et d'effacer un soliton dissipatif dans notre système photoréfractif à simple rétroaction optique serait un excellent résultat et un grand pas vers une éventuelle réalisation de mémoires optiques photoréfractives.

Bibliographie

- [1] M. Tamburrini, M. Bonavita, S. Wabnitz, and E. Santamato. Hexagonally patterned beam filamentation in a thin liquid-crystal film with a single feedback mirror. *Opt. Lett.*, 18(11) :855–857, 1993.
- [2] A. Petrossian, M. Pinard, A. Maître, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg. Transverse-pattern formation for counterpropagating laser beams in rubidium vapour. *EPL (Europhysics Letters)*, 18(8) :689, 1992.
- [3] J. Glückstad and M. Saffman. Spontaneous pattern formation in a thin film of bacteriorhodopsin with mixed absorptive-dispersive nonlinearity. *Opt. Lett.*, 20(6) :551–553, 1995.
- [4] T. Honda. Hexagonal pattern formation due to counterpropagation in KNbO_3 . *Opt. Lett.*, 18(8) :598–600, 1993.
- [5] F.T. Arecchi. Space-time complexity in nonlinear optics. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 51(1-3) :450 – 464, 1991.
- [6] N. Akhmediev and A. Ankiewicz. *Dissipative Solitons*. Springer, 2005.
- [7] N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, and G. Montemezzani. Noise- and dynamics-sustained patterns in a nonlinear photorefractive system. *Phys. Rev. A*, 81 :031804, 2010.
- [8] I. Prigogine and I. Stengers. *Entre le temps et l'éternité*. Fayard, 1988.
- [9] I. Prigogine and I. Stengers. *La nouvelle alliance : métamorphose de la science*. Gallimard, 1978.
- [10] M. C. Cross and P. C. Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. *Rev. Mod. Phys.*, 65 :851–1112, 1993.
- [11] F. Melo, P. B. Umbanhowar, and H. L. Swinney. Hexagons, kinks, and disorder in oscillated granular layers. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3838–3841, 1995.
- [12] M. Cross and H. Greenside. *Pattern formation and dynamics in nonequilibrium systems*. Cambridge University Press, 2009.
- [13] A. M. Turing. The chemical basis of morphogenesis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 237(641) :37–72, 1952.
- [14] J. S. Langer. Instabilities and pattern formation in crystal growth. *Rev. Mod. Phys.*, 52 :1–28, 1980.
- [15] L. A. Lugiato and R. Lefever. Spatial dissipative structures in passive optical systems. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :2209–2211, 1987.
- [16] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Proceedings of the IEEE*, 54(10) :1312–1329, 1966.
- [17] J. Scheuer and M. Orenstein. Optical vortices crystals : Spontaneous generation in nonlinear semiconductor microcavities. *Science*, 285(5425) :230–233, 1999.

- [18] M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss. Transverse laser patterns. i. phase singularity crystals. *Phys. Rev. A*, 43 :5090–5113, 1991.
- [19] M. Brambilla, M. Cattaneo, L. A. Lugiato, R. Pirovano, F. Prati, A. J. Kent, G.-L. Oppo, A. B. Coates, C. O. Weiss, C. Green, E. J. D’Angelo, and J. R. Tredicce. Dynamical transverse laser patterns. i. theory. *Phys. Rev. A*, 49 :1427–1451, 1994.
- [20] A. B. Coates, C. O. Weiss, C. Green, E. J. D’Angelo, J. R. Tredicce, M. Brambilla, M. Cattaneo, L. A. Lugiato, R. Pirovano, F. Prati, A. J. Kent, and G.-L. Oppo. Dynamical transverse laser patterns. ii. experiments. *Phys. Rev. A*, 49 :1452–1466, 1994.
- [21] G. Balzer, C. Denz, O. Knaup, and T. Tschudi. Circling vortices and pattern dynamics in unidirectional photorefractive ring oscillator. *Chaos, Solitons and Fractals*, 10 :725 – 730, 1999.
- [22] F. T. Arecchi, S. Boccaletti, G. B. Mindlin, and C. Perez Garcia. Periodic and chaotic alternation in systems with imperfect $o(2)$ symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 69 :3723–3726, 1992.
- [23] A. V. Mamaev and M. Saffman. Optical vortex patterns in a unidirectional ring oscillator. *Physica Scripta*, 1996(T67) :21–25, 1996.
- [24] M. A. Vorontsov. Akhseals : new class of spatial-temporal instabilities of optical fields. *Quantum Electronics*, 23(4) :269–271, 1993.
- [25] F. T. Arecchi, S. Boccaletti, P. L. Ramazza, and S. Residori. Transition from boundary- to bulk-controlled regimes in optical pattern formation. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :2277–2280, 1993.
- [26] K. Tai, A. Hasegawa, and A. Tomita. Observation of modulational instability in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 56 :135–138, 1986.
- [27] G. P. Agrawal. Modulation instability induced by cross-phase modulation. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :880–883, 1987.
- [28] N. Marsal. *Auto-organisation de la lumière dans un système à simple rétro-action optique*. PhD thesis, Supélec, 2010.
- [29] W. J. Firth and C. Paré. Transverse modulational instabilities for counterpropagating beams in Kerr media. *Opt. Lett.*, 13(12) :1096–1098, 1988.
- [30] G. Grynberg and J. Paye. Spatial instability for a standing wave in a nonlinear medium. *EPL (Europhysics Letters)*, 8(1) :29–33, 1989.
- [31] W. J. Firth, A. Fitzgerald, and C. Paré. Transverse instabilities due to counterpropagation in Kerr media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7(6) :1087–1097, 1990.
- [32] G. G. Luther and C. J. McKinstrie. Transverse modulational instability of collinear waves. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7(6) :1125–1141, 1990.
- [33] G. P. Agrawal. Transverse modulation instability of copropagating optical beams in nonlinear Kerr media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7(6) :1072–1078, 1990.
- [34] G. D’Alessandro and W. J. Firth. Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2597–2600, 1991.
- [35] G. G. Luther and C. J. McKinstrie. Transverse modulational instability of counterpropagating light waves. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(7) :1047–1060, 1992.
- [36] M. Saffman, D. Montgomery, A. A. Zozulya, K. Kuroda, and D. Z. Anderson. Transverse instability of counterpropagating waves in photorefractive media. *Phys. Rev. A*, 48 :3209–3215, 1993.

- [37] M. Saffman, A. A. Zozulya, and D. Z. Anderson. Transverse instability of energy-exchanging counterpropagating waves in photorefractive media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(8) :1409–1417, 1994.
- [38] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein, and K. Nassau. Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO_3 and LiTaO_3 . *Appl. Phys. Lett.*, 9(1) :72–74, 1966.
- [39] P. Yeh. *Introduction to photorefractive nonlinear optics*. Wiley, 1993.
- [40] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, and V. L. Vinetskii. Holographic storage in electrooptic crystals. i. steady state. *Ferroelectrics*, 22(1) :949–960, 1978.
- [41] R. H. Berg, S. Hvilsted, and P. S. Ramanujam. Peptide oligomers for holographic data storage. *Nature*, 383 :505–508, 1996.
- [42] L. Hesselink, S. S. Orlov, A. Liu, A. Akella, D. Lande, and R. R. Neurgaonkar. Photorefractive materials for nonvolatile volume holographic data storage. *Science*, 282(5391) :1089–1094, 1998.
- [43] J. H. Hong, A. E. Chiou, and P. Yeh. Image amplification by two-wave mixing in photorefractive crystals. *Appl. Opt.*, 29(20) :3026–3029, 1990.
- [44] A. E. T. Chiou and P. Yeh. Beam cleanup using photorefractive two-wave mixing. *Opt. Lett.*, 10(12) :621–623, 1985.
- [45] J. Feinberg. Self-pumped, continuous-wave phase conjugator using internal reflection. *Opt. Lett.*, 7(10) :486–488, 1982.
- [46] D. Psaltis, D. Brady, X.-G. Gu, and S. Lin. Holography in artificial neural networks. *Nature*, 343 :325–330, 1990.
- [47] M. Saffman, G. McCarthy, and W. Krolikowski. Two-dimensional modulational instability in photorefractive media. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 6(5) :S397, 2004.
- [48] A. V. Mamaev, M. Saffman, D. Z. Anderson, and A. A. Zozulya. Propagation of light beams in anisotropic nonlinear media : From symmetry breaking to spatial turbulence. *Phys. Rev. A*, 54 :870–879, 1996.
- [49] P. P. Banerjee, H.-L. Yu, D. A. Gregory, N. Kukhtarev, and H. J. Caulfield. Self-organization of scattering in photorefractive KNbO_3 into a reconfigurable hexagonal spot array. *Opt. Lett.*, 20(1) :10–12, 1995.
- [50] T. Honda and H. Matsumoto. Buildup of spontaneous hexagonal patterns in photorefractive BaTiO_3 with a feedback mirror. *Opt. Lett.*, 20(17) :1755–1757, 1995.
- [51] S. G. Odoulov, M. Yu. Goukov, and O. A. Shinkarenko. Threshold behavior in formation of optical hexagons and first order optical phase transition. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :3637–3640, 1999.
- [52] N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D. N. Neshev. Experimental control of pattern formation by photonic lattices. *Opt. Lett.*, 33(21) :2509–2511, 2008.
- [53] S. Odoulov, B. Sturman, and E. Krätzig. Light hexagons in $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$. In *Advances in Photorefractive Materials, Effects and Devices*, page SDPF5. Optical Society of America, 1999.
- [54] F.T. Arecchi, S. Boccaletti, G. Giacomelli, G.P. Puccioni, P.L. Ramazza, and S. Residori. Boundary dominated versus bulk dominated regime in optical space-time complexity. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 04(05) :1281–1295, 1994.

- [55] A.V. Mamaev and M. Saffman. Pattern formation in a linear photorefractive oscillator. *Optics Communications*, 128(4-6) :281 – 286, 1996.
- [56] K. Staliūnas, G. Šlekys, and C. O. Weiss. Nonlinear pattern formation in active optical systems : Shocks, domains of tilted waves, and cross-roll patterns. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2658–2661, 1997.
- [57] J. A. Arnaud. Degenerate optical cavities. *Appl. Opt.*, 8(1) :189–195, Jan 1969.
- [58] K. Staliūnas, M. F. H. Tarroja, G. Šlekys, C. O. Weiss, and L. Dambly. Analogy between photorefractive oscillators and class- *A* lasers. *Phys. Rev. A*, 51 :4140–4151, 1995.
- [59] D. Kip, M. Soljacic, M. Segev, E. Eugenieva, and D. N. Christodoulides. Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams. *Science*, 290(5491) :495–498, 2000.
- [60] J. Klinger, H. Martin, and Z. Chen. Experiments on induced modulational instability of an incoherent optical beam. *Opt. Lett.*, 26(5) :271–273, 2001.
- [61] T. Carmon, M. Soljačić, and M. Segev. Pattern formation in a cavity longer than the coherence length of the light in it. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :183902, 2002.
- [62] T. Carmon, H. Buljan, and M. Segev. Spontaneous pattern formation in a cavity with incoherent light. *Opt. Express*, 12(15) :3481–3487, 2004.
- [63] T. Schwartz, T. Carmon, H. Buljan, and M. Segev. Spontaneous pattern formation with incoherent white light. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :223901, 2004.
- [64] T. Honda, H. Matsumoto, M. Sedlatschek, C. Denz, and T. Tschudi. Spontaneous formation of hexagons, squares and squeezed hexagons in a photorefractive phase conjugator with virtually internal feedback mirror. *Optics Communications*, 133 :293 – 299, 1997.
- [65] M. Schwab, C. Denz, and M. Saffman. Multiple-pattern stability in a photorefractive feedback system. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 69 :429–433, 1999.
- [66] M. Schwab, C. Denz, and M. Saffman. Transverse modulational instability in counterpropagating two-wave mixing with frequency-detuned pump beams. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(5) :628–638, 2001.
- [67] P. Jander, C. Ripperda, and C. Denz. Pattern control and mode interaction in a photorefractive single feedback system. *J. Opt. Soc. Am. B*, 24(3) :553–558, 2007.
- [68] R. Zambrini and F. Papoff. Signal amplification and control in optical cavities with off-axis feedback. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :063907, 2007.
- [69] P. L. Ramazza, P. Bigazzi, E. Pampaloni, S. Residori, and F. T. Arecchi. One-dimensional transport-induced instabilities in an optical system with nonlocal feedback. *Phys. Rev. E*, 52 :5524–5531, 1995.
- [70] J. P. Seipenbusch, T. Ackemann, B. Schäpers, B. Berge, and W. Lange. Drift instability and locking behavior of optical patterns. *Phys. Rev. A*, 56 :R4401–R4404, 1997.
- [71] Y. Hayasaki, Y. Yuasa, H. Yamamoto, and N. Nishida. Flow of optical patterns due to small lateral wave-front shifts in a nonlinear optical feedback system. *Optics Communications*, 220 :281 – 287, 2003.
- [72] B. Schäpers, T. Ackemann, J. P. Seipenbusch, and W. Lange. Nonequilateral drifting hexagons in a strongly misaligned single-mirror system. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 1(1) :58, 1999.

- [73] T. Honda. Flow and controlled rotation of the spontaneous optical hexagon in KNbO_3 . *Opt. Lett.*, 20(8) :851–853, 1995.
- [74] C. Denz, M. Schwab, M. Sedlatschek, T. Tschudi, and T. Honda. Pattern dynamics and competition in a photorefractive feedback system. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(7) :2057–2064, 1998.
- [75] R. Macdonald and H. Danlewski. Self-induced optical gratings in nematic liquid crystals with a feedback mirror. *Opt. Lett.*, 20(5) :441–443, 1995.
- [76] P. L. Ramazza, S. Boccaletti, A. Giaquinta, E. Pampaloni, S. Soria, and F. T. Arecchi. Optical pattern selection by a lateral wave-front shift. *Phys. Rev. A*, 54 :3472–3475, 1996.
- [77] A. V. Mamaev and M. Saffman. Modulational instability and pattern formation in the field of noncollinear pump beams. *Opt. Lett.*, 22(5) :283–285, 1997.
- [78] E. Pampaloni, P. L. Ramazza, S. Residori, and F. T. Arecchi. Two-dimensional crystals and quasicrystals in nonlinear optics. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :258–261, 1995.
- [79] E. Pampaloni, S. Residori, and F. T. Arecchi. Roll-hexagon transition in a Kerr-like experiment. *EPL (Europhysics Letters)*, 24(8) :647, 1993.
- [80] R. Martin, A. J. Scroggie, G.-L. Oppo, and W.J. Firth. Stabilization, selection, and tracking of unstable patterns by fourier space techniques. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :4007–4010, 1996.
- [81] S. J. Jensen, M. Schwab, and C. Denz. Manipulation, stabilization, and control of pattern formation using fourier space filtering. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :1614–1617, 1998.
- [82] M. Schwab, M. Saffman, C. Denz, and T. Tschudi. Fourier control of pattern formation in an interferometric feedback configuration. *Optics Communications*, 170(1-3) :129 – 136, 1999.
- [83] A. V. Mamaev and M. Saffman. Selection of unstable patterns and control of optical turbulence by fourier plane filtering. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :3499–3502, 1998.
- [84] N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D.N. Neshev. All-optical control of nonlinear pattern modes by periodic photonic structures. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 45(11) :1380–1387, 2009.
- [85] D. Gomila, R. Zambrini, and G.-L. Oppo. Photonic band-gap inhibition of modulational instabilities. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :253904, 2004.
- [86] A. Gahl, J. Seipenbusch, A. Aumann, M. Möller, and W. Lange. Self-induced planar and cylindrical splitting of a laser beam in sodium vapor. *Phys. Rev. A*, 50 :R917–R920, 1994.
- [87] A. C. Tam and W. Happer. Long-range interactions between cw self-focused laser beams in an atomic vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 38 :278–282, 1977.
- [88] G. Grynberg, A. Maître, and A. Petrossian. Flowerlike patterns generated by a laser beam transmitted through a rubidium cell with single feedback mirror. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :2379–2382, 1994.
- [89] W. Lange, A. Aumann, T. Ackemann, and E. Büthe. Polarization patterns in alkaline vapours. *Quantum and Semiclassical Optics : Journal of the European Optical Society Part B*, 10(1) :R23, 1998.
- [90] T. Ackemann, Yu. A. Logvin, A. Heuer, and W. Lange. Transition between positive and negative hexagons in optical pattern formation. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3450–3453, 1995.

- [91] A. Aumann, E. Büthe, Yu. A. Logvin, T. Ackemann, and W. Lange. Polarized patterns in sodium vapor with single mirror feedback. *Phys. Rev. A*, 56 :R1709–R1712, 1997.
- [92] R. Herrero, E. Große Westhoff, A. Aumann, T. Ackemann, Yu. A. Logvin, and W. Lange. Twelffold quasiperiodic patterns in a nonlinear optical system with continuous rotational symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :4627–4630, 1999.
- [93] A. Aumann, T. Ackemann, E. Große Westhoff, and W. Lange. Eightfold quasipatterns in an optical pattern-forming system. *Phys. Rev. E*, 66 :046220, 2002.
- [94] E. Große Westhoff, R. Herrero, T. Ackemann, and W. Lange. Self-organized superlattice patterns with two slightly differing wave numbers. *Phys. Rev. E*, 67 :025203, 2003.
- [95] E. Große Westhoff, V. Kneisel, Yu. A. Logvin, T. Ackemann, and W. Lange. Pattern formation in the presence of an intrinsic polarization instability. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 2(3) :386, 2000.
- [96] J. Schüttler, I. Babushkin, and W. Lange. Labyrinthine patterns on an inhomogeneous background in a nonlinear optical system. *Phys. Rev. A*, 78 :035802, 2008.
- [97] E. N. Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2) :130–141, 1963.
- [98] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza, and S. Residori. Experimental evidence of chaotic itinerancy and spatiotemporal chaos in optics. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :2531–2534, 1990.
- [99] L. Pastur, U. Bortolozzo, and P. L. Ramazza. Transition to space-time chaos in an optical loop with translational transport. *Phys. Rev. E*, 69 :016210, 2004.
- [100] K. L. Babcock, G. Ahlers, and D. S. Cannell. Noise-sustained structure in Taylor-Couette flow with through flow. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :3388–3391, 1991.
- [101] A. Tsameret and V. Steinberg. Noise-modulated propagating pattern in a convectively unstable system. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :3392–3395, 1991.
- [102] P. Gondret, P. Ern, L. Meignin, and M. Rabaud. Experimental evidence of a nonlinear transition from convective to absolute instability. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :1442–1445, 1999.
- [103] G. Agez, P. Glorieux, M. Taki, and E. Louvergneaux. Two-dimensional noise-sustained structures in optics : Theory and experiments. *Phys. Rev. A*, 74 :043814, 2006.
- [104] M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef. Noise-sustained convective structures in nonlinear optics. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :3633–3636, 1997.
- [105] M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef. Two-dimensional noise-sustained structures in optical parametric oscillators. *Phys. Rev. E*, 58 :3843–3853, 1998.
- [106] M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef. Space inversion symmetry breaking and pattern selection in nonlinear optics. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 1(1) :191, 1999.
- [107] E. Louvergneaux, C. Sz waj, G. Agez, P. Glorieux, and M. Taki. Experimental evidence of absolute and convective instabilities in optics. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :043901, 2004.
- [108] A. Mussot, E. Louvergneaux, N. Akhmediev, F. Reynaud, L. Delage, and M. Taki. Optical fiber systems are convectively unstable. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :113904, 2008.

- [109] F. Papoff and R. Zambrini. Lasers with nonlocal feedback, diffraction, and diffusion. *Phys. Rev. A*, 79 :033811, 2009.
- [110] F. Papoff and R. Zambrini. Convective instability induced by nonlocality in nonlinear diffusive systems. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :243903, 2005.
- [111] R. Zambrini and F. Papoff. Convective instability induced by two-points nonlocality. *Phys. Rev. E*, 73 :016611, 2006.
- [112] M. Onorato, T. Waseda, A. Toffoli, L. Cavaleri, O. Gramstad, P. A. E. M. Janssen, T. Kinoshita, J. Monbaliu, N. Mori, A. R. Osborne, M. Serio, C. T. Stansberg, H. Tamura, and K. Trulsen. Statistical properties of directional ocean waves : The role of the modulational instability in the formation of extreme events. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :114502, 2009.
- [113] D.R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali. Optical rogue waves. *Nature*, 450 :1054–1057, 2007.
- [114] C. Bonatto, M. Feyereisen, S. Barland, M. Giudici, C. Masoller, J. R. Rios Leite, and J. R. Tredicce. Deterministic optical rogue waves. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :053901, 2011.
- [115] A. Montina, U. Bortolozzo, S. Residori, and F. T. Arecchi. Non-gaussian statistics and extreme waves in a nonlinear optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :173901, 2009.
- [116] A. Montina F. Lenzini S. Residori, U. Bortolozzo and F. T. Arecchi. Rogue waves in spatially extended optical systems. *Fluctuation and Noise Letters*, 11(1) :1240014, 2012.
- [117] M. Taki V. Odent and E. Louvergneaux. Experimental spatial rogue patterns in an optical feedback system. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 10 :2727–2732, 2010.
- [118] J. W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications*. Roberts and Company Publishers, 2007.
- [119] F. T. Arecchi, U. Bortolozzo, A. Montina, and S. Residori. Granularity and inhomogeneity are the joint generators of optical rogue waves. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :153901, 2011.
- [120] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney. Localized excitations in a vertically vibrated granular layer. *Nature*, 382 :793, 796.
- [121] R. Richter and I. V. Barashenkov. Two-dimensional solitons on the surface of magnetic fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :184503, 2005.
- [122] Y. Menesguen, S. Barbay, X. Hachair, L. Leroy, I. Sagnes, and R. Kuszelewicz. Optical self-organization and cavity solitons in optically pumped semiconductor microresonators. *Phys. Rev. A*, 74 :023818, Aug 2006.
- [123] S. Residori, A. Petrossian, T. Nagaya, and M. Clerc. Localized structures and their dynamics in a liquid crystal light valve with optical feedback. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 6(5) :S169, 2004.
- [124] B. Schäpers, M. Feldmann, T. Ackemann, and W. Lange. Interaction of localized structures in an optical pattern-forming system. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :748–751, 2000.
- [125] M. Saffman, D. Montgomery, and D. Z. Anderson. Collapse of a transverse-mode continuum in a self-imaging photorefractively pumped ring resonator. *Opt. Lett.*, 19(8) :518–520, 1994.
- [126] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knodl, M. Miller, and R. Jager. Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities. *Nature*, 419 :699–702, 2002.

- [127] M. Tlidi, A. G. Vladimirov, D. Pieroux, and D. Turaev. Spontaneous motion of cavity solitons induced by a delayed feedback. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :103904, 2009.
- [128] G. Montemezzani. Optimization of photorefractive two-wave mixing by accounting for material anisotropies : KNbO_3 and BaTiO_3 . *Phys. Rev. A*, 62 :053803, 2000.
- [129] T. Honda and P. P. Banerjee. Threshold for spontaneous pattern formation in reflection-grating-dominated photorefractive media with mirror feedback. *Opt. Lett.*, 21(11) :779–781, 1996.
- [130] J. B. Geddes, R. A. Indik, J. V. Moloney, and W. J. Firth. Hexagons and squares in a passive nonlinear optical system. *Phys. Rev. A*, 50 :3471–3485, 1994.
- [131] B. Sturman and A. Chernykh. Mechanism of transverse instability of counterpropagation in photorefractive media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(7) :1384–1386, 1995.
- [132] O. Sandfuchs, J. Leonardy, F. Kaiser, and M. R. Belić. Transverse instabilities in photorefractive counterpropagating two-wave mixing. *Opt. Lett.*, 22(8) :498–500, 1997.
- [133] A. I. Chernykh, B. I. Sturman, María Aguilar, and F. Agulloó-Loópez. Threshold for pattern formation in a medium with a local photorefractive response. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14(7) :1754–1760, 1997.
- [134] P. Lushnikov. Hexagonal optical structures in photorefractive crystals with a feedback mirror. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 86 :614–627, 1998. 10.1134/1.558513.
- [135] O. Sandfuchs, F. Kaiser, and M. R. Belić. Self-organization and fourier selection of optical patterns in a nonlinear photorefractive feedback system. *Phys. Rev. A*, 64 :063809, 2001.
- [136] M. D. Feit and Jr. J. A. Fleck. Light propagation in graded-index optical fibers. *Appl. Opt.*, 17(24) :3990–3998, 1978.
- [137] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen. Light’s orbital angular momentum. *Physics Today*, 57(5) :35–40, 2004.
- [138] J. H. Poynting. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 82(557) :560–567, 1909.
- [139] R. A. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Phys. Rev.*, 50 :115–125, 1936.
- [140] L. Allen, M.J. Padgett, and M. Babiker. {IV} the orbital angular momentum of light. volume 39 of *Progress in Optics*, pages 291 – 372. Elsevier, 1999.
- [141] M.J. Padgett and L. Allen. The poynting vector in laguerre-gaussian laser modes. *Optics Communications*, 121(1-3) :36 – 40, 1995.
- [142] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Phys. Rev. A*, 45 :8185–8189, 1992.
- [143] M. Berry. Making waves in physics. *Nature*, 403 :21, 2000.
- [144] M.V. Berry and C. Upstill. {IV} catastrophe optics : Morphologies of caustics and their diffraction patterns. volume 18 of *Progress in Optics*, pages 257 – 346. Elsevier, 1980.
- [145] M. V. Berry, M. R. Dennis, and R. L. Lee Jr. Polarization singularities in the clear sky. *New Journal of Physics*, 6(1) :162, 2004.

- [146] J. F. Nye and M. V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 336(1605) :165–190, 1974.
- [147] P. Couillet, L. Gil, and F. Rocca. Optical vortices. *Optics Communications*, 73(5) :403 – 408, 1989.
- [148] K. O’Holleran, M. J. Padgett, and M. R. Dennis. Topology of optical vortex lines formed by the interference of three, four, and five plane waves. *Opt. Express*, 14(7) :3039–3044, 2006.
- [149] K. O’Holleran, M. R. Dennis, and M. J. Padgett. Topology of light’s darkness. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :143902, 2009.
- [150] K. O’Holleran, M. R. Dennis, F. Flossmann, and M. J. Padgett. Fractality of light’s darkness. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :053902, 2008.
- [151] S. S. R. Oemrawsingh, J. A. W. van Houwelingen, E. R. Eliel, J. P. Woerdman, E. J. K. Verstegen, J. G. Kloosterboer, and G. W. ’t Hooft. Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths. *Appl. Opt.*, 43(3) :688–694, 2004.
- [152] M. Uchida and A. Tonomura. Generation of electron beams carrying orbital angular momentum. *Nature*, 464 :737–739, 2010.
- [153] J. Leach, E. Yao, and M. J. Padgett. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam. *New Journal of Physics*, 6(1) :71, 2004.
- [154] J. E. Curtis and D. G. Grier. Structure of optical vortices. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :133901, 2003.
- [155] M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen, and J.P. Woerdman. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Optics Communications*, 96(1-3) :123 – 132, 1993.
- [156] A.Ya. Bekshaev and A.I. Karamoch. Spatial characteristics of vortex light beams produced by diffraction gratings with embedded phase singularity. *Optics Communications*, 281(6) :1366 – 1374, 2008.
- [157] D. G. Grier. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424(6950) :810–816, 2003.
- [158] G. Molina-Terriza, J. P. Torres, and L. Torner. Twisted photons. *Nat. Phys.*, 3 :305–310, 2007.
- [159] G. Weihs A. Mair, A. Vaziri and A. Zeilinger. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature*, 412(6844) :313–316, 2001.
- [160] M. Harwit. Photon orbital angular momentum in astrophysics. *The Astrophysical Journal*, 597(2) :1266, 2003.
- [161] G. Duree, M. Morin, G. Salamo, M. Segev, B. Crosignani, P. Di Porto, E. Sharp, and A. Yariv. Dark photorefractive spatial solitons and photorefractive vortex solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :1978–1981, 1995.
- [162] Z. Chen, M. Segev, D. W. Wilson, R. E. Muller, and P. D. Maker. Self-trapping of an optical vortex by use of the bulk photovoltaic effect. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :2948–2951, 1997.
- [163] Z. Chen, M.-F. Shih, M. Segev, D. W. Wilson, R. E. Muller, and P. D. Maker. Steady-state vortex-screening solitons formed in biased photorefractive media. *Opt. Lett.*, 22(23) :1751–1753, 1997.
- [164] A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya. Vortex evolution and bound pair formation in anisotropic nonlinear optical media. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :4544–4547, 1996.

- [165] A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya. Decay of high order optical vortices in anisotropic nonlinear optical media. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :2108–2111, 1997.
- [166] A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya. Propagation of a mutually incoherent optical vortex pair in anisotropic nonlinear media. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 6(5) :S318, 2004.
- [167] R. Passier, F. Devaux, and M. Chauvet. Impact of tensorial nature of the electro-optic effect on vortex beam propagation in photorefractive media. *Opt. Express*, 16(10) :7134–7141, 2008.
- [168] R. Passier, M. Chauvet, B. Wacogne, and F. Devaux. Light-induced waveguide by a finite self-trapped vortex beam in a photorefractive medium. *Journal of Optics*, 13(8) :085502, 2011.
- [169] R. Passier. *Propagation de vortex optiques en milieu photoréfractif : application à la génération de guides optiques*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2009.
- [170] M. Belic, Ph. Jander, K. Motzek, A. Desyatnikov, D. Jovic, A. Strinic, M. Petrovic, C. Denz, and F. Kaiser. Counterpropagating self-trapped beams in photorefractive crystals. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 6(5) :S190, 2004.
- [171] M. Belic, M. Petrovic, D. Jovic, Aleksandra Strinic, D. Arsenovic, K. Motzek, F. Kaiser, Ph. Jander, C. Denz, M. Tlidi, and Paul Mandel. Transverse modulational instabilities of counterpropagating solitons in photorefractive crystals. *Opt. Express*, 12(4) :708–716, 2004.
- [172] D. Jovic, D. Arsenovic, A. Strinic, M. Belic, and M. Petrovic. Counterpropagating optical vortices in photorefractive crystals. *Opt. Express*, 13(12) :4379–4389, 2005.
- [173] S. Residori, A. Petrossian, and L. Gil. Sum-frequency generation in dissipative systems : Experimental evidence for optical wave patterns. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :233901, May 2002.
- [174] C. Kharif and E. Pelinovsky. Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 22(6) :603 – 634, 2003.
- [175] J.H.E. Cartwright and H. Nakamura. What kind of a wave is hokusai’s great wave off kanagawa? *Notes and Records of the Royal Society*, 63(2) :119–135, 2009.
- [176] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev. Rogue wave observation in a water wave tank. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :204502, 2011.
- [177] M. Shats, H. Punzmann, and H. Xia. Capillary rogue waves. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :104503, 2010.
- [178] A. N. Ganshin, V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, L. P. Mezhov-Deglin, and P. V. E. McClintock. Observation of an inverse energy cascade in developed acoustic turbulence in superfluid helium. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :065303, 2008.
- [179] G. Genty J. M. Dudley and B. J. Eggleton. Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation. *Opt. Expr.*, 16 :3644, 2008.
- [180] A. Mussot, A. Kudlinski, M. Kolobov, E. Louvergneaux, M. Douay, and M. Taki. Observation of extreme temporal events in cw-pumped supercontinuum. *Opt. Express*, 17(19) :17010–17015, 2009.
- [181] M. G. Kovalsky, A. A. Hnilo, and J. R. Tredicce. Extreme events in the ti :sapphire laser. *Opt. Lett.*, 36(22) :4449–4451, 2011.
- [182] A. Karsaklian Dal Bosco, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna. Extreme events in time-delayed nonlinear optics. *Opt. Lett.*, 38(5) :703–705, 2013.

- [183] L. Du, Q. Chen, Y.-C. Lai, and W. Xu. Observation-based control of rare intense events in the complex ginzburg-landau equation. *Phys. Rev. E*, 78 :015201, 2008.
- [184] J. M. Soto-Crespo, Ph. Grelu, and Nail Akhmediev. Dissipative rogue waves : Extreme pulses generated by passively mode-locked lasers. *Phys. Rev. E*, 84 :016604, 2011.
- [185] A. A. Sukhorukov, N. Marsal, A. Minovich, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D. N. Neshev. Lattice-controlled modulation instability in photorefractive feedback systems. *Opt. Lett.*, 35(21) :3568–3570, 2010.
- [186] M. Tlidi, Paul Mandel, and R. Lefever. Localized structures and localized patterns in optical bistability. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :640–643, 1994.
- [187] S. Barbay, R. Kuszelewicz, and J. R. Tredicce. Cavity solitons in VCSEL devices. *Advances in Optical Technologies*, 2011(628761), 2011.
- [188] M. I. Kolobov. *Quantum Imaging*. Springer, 2007.
- [189] A.E. Siegman, M.W. Sasnett, and T.F. Johnston Jr. Choice of clip levels for beam width measurements using knife-edge techniques. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 27, 1991.

Annexe A

Taille et intensité du faisceau

Comment mesurer précisément la largeur et l'intensité d'un faisceau Laguerre-Gauss ?

On souhaite étudier ici les effets produits par les faisceaux Laguerre-Gauss de différentes charges topologiques. Si celle-ci vaut zéro, on a alors affaire au faisceau gaussien fondamental bien connu. Par contre, si elle est non nulle, le faisceau est un faisceau “vortex” : son intensité a la forme d’un “donut” et son front d’onde est hélicoïdal. Dans un plan transverse, il y a une circulation de phase autour du point central où la phase est indéfinie. On parle de singularité de phase. La question posée ici est : **comment définir la taille du faisceau dans le cas général, la mesurer et en déduire son intensité ?**

Tout d’abord, nous donnons l’expression analytique du faisceau dans le cas général. Nous verrons ensuite les différentes définitions envisageables de la taille et de l’intensité. Enfin nous verrons comment les mesurer par la méthode du couteau.

A.1 Expression analytique des modes de Laguerre-Gauss

Pour un endroit z fixé, l’amplitude complexe d’un faisceau de Laguerre-Gauss est donnée par [188] :

$$E_{l,c}(r, \phi, w) = \frac{\sqrt{P_{tot}}}{w} \sqrt{\frac{2}{\pi|c|!}} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w}\right)^c L_l^c\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) e^{-r^2/w^2} e^{ic\phi} \quad (\text{A.1})$$

où w est le “col” du faisceau (ou waist) et P_{tot} est la puissance totale du faisceau. Les fonctions $L_l^c(\cdot)$ sont les polynômes de Laguerre où l est l’ordre du polynôme et c un paramètre supplémentaire : la charge topologique.

Ici, nous nous intéressons seulement au mode gaussien fondamental et aux modes “donut”. Le paramètre l est donc fixé à 0.

En multipliant cette expression par son conjuguée, on obtient l’intensité :

$$I_c(r) = P_{tot} \frac{2^{c+1} w^{-2c-2}}{\pi c!} |r|^{2c} e^{-2r^2/w^2} \quad (\text{A.2})$$

Pour obtenir l’expression de l’intensité maximale, on calcule la dérivée de $I_c(r)$ et on cherche la valeur de r qui annule cette dérivée. L’intensité du faisceau est maximale en ce point.

$$\frac{\partial}{\partial r} I_c(r) = P_{tot} \frac{2^{c+1} w^{-2c-2}}{\pi c!} \left[2c - \frac{4r^2}{w^2} \right] r^{2c-1} e^{-2r^2/w^2} \quad (\text{A.3})$$

Donc

$$I_{c,max} = I_c \left(r = \sqrt{c} \frac{w}{\sqrt{2}} \right) = \frac{P_{tot}}{\pi \left[\sqrt{\frac{c! e^c}{2c^c}} w \right]^2} \quad (\text{A.4})$$

On remarque que pour une puissance totale égale, l'intensité maximale du faisceau dépend de la charge topologique.

A.2 Définitions possibles de la taille et de l'intensité du faisceau

Quatre définitions possibles pour le rayon R du faisceau peuvent être retenues. L'intensité est alors définie en considérant que toute la puissance P_{tot} traverse uniformément une surface effective πR^2 .

- $R = w$. On considère simplement que le waist est le rayon de la surface effective. Dans ce cas, $I = \frac{P_{tot}}{\pi w^2}$.
- $R = \sqrt{\frac{c! e^c}{2c^c}} w = "R_{max}"$. Selon cette définition de R , l'intensité vaut $I = I_{max}$.
- $R = d_{1090}/2$ avec d_{1090} la largeur du faisceau mesurée par la méthode du couteau à 10 et 90%. $I = \frac{P_{tot}}{\pi (d_{1090}/2)^2}$.
- $R = \sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \frac{I_c(x,y)}{P_{tot}} dx dy}$. σ est la déviation du faisceau [189]. Cette définition est de type statistique. Ici, $I = \frac{P_{tot}}{\pi \sigma^2}$.

A.3 Mesures par la méthode du couteau

On place une lame de cutter sur une table de translation. Dans le plan transverse (x,y) , quand la lame est positionnée en $x = X$, la photodiode placée derrière mesure la puissance suivante :

$$P_{Cout}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_X^{+\infty} I(x,y) dx dy \quad (\text{A.5})$$

$$(\text{A.6})$$

On mesure par la méthode du couteau la largeur d_{1090} du faisceau. C'est-à-dire que 80% du faisceau sont contenus dans cette largeur. Comment alors connaître la valeur de w , R_{max} et σ ? En réalisant une étude semblable à celle de [189], on détermine les facteurs permettant de déterminer w , R_{max} et σ en connaissant d_{1090} . Ces coefficients sont indiqués dans le tableau A.1.

Ce tableau se comprend de la manière suivante : connaissant la mesure de la largeur d_{1090} d'un faisceau gaussien classique, on obtient sa largeur $2w$ au waist en multipliant la mesure par le coefficient 1.56.

p	0	1	2	3	4
d_{1090}	1	1	1	1	1
$2w$	1.56	1.09	0.88	0.76	0.68
$2R_{max}$	1.11	1.27	1.20	1.14	1.09
2σ	0.78	0.77	0.77	0.77	0.77

TABLE A.1 – Coefficients multiplicateurs pour obtenir les largeurs $2w$, $2R_{max}$ et 2σ du faisceau à partir des mesures de d_{1090} pour différentes charges topologiques.

Cas particulier du mode gaussien fondamental

Le mode gaussien fondamental est défini par le champ électrique suivant :

$$E_0(r) = \sqrt{\frac{2P_{tot}}{\pi}} \frac{1}{w} e^{-\frac{r^2}{w^2}} \quad (\text{A.7})$$

$$(\text{A.8})$$

w est par définition le rayon à $1/e$ du champ électrique E . C'est à dire que :

$$E(w) = \frac{E_{max}}{e} \quad (\text{A.9})$$

L'intensité du faisceau s'écrit donc :

$$I(r) = \frac{2P_{tot}}{\pi} \frac{1}{w^2} e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \quad (\text{A.10})$$

$$I_{0,max} = I_0(r=0) = \frac{P_{tot}}{\pi \left(\frac{w}{\sqrt{2}}\right)^2} \quad (\text{A.11})$$

Suivant le tableau précédent, quand on mesure la largeur d_{1090} , on en déduit la valeur de w , R_{max} et σ :

$$w = \frac{1.56}{2} d_{1090} \quad (\text{A.12})$$

$$R_{max} = \frac{1.11}{2} d_{1090} \quad (\text{A.13})$$

$$\sigma = \frac{0.78}{2} d_{1090} \quad (\text{A.14})$$

A.4 Tailles de nos faisceaux

Le tableau A.2 présentent les tailles des faisceaux de charge topologique $p = 0$, $p = 1$, $p = 2$ et $p = 3$ pour différentes valeurs de la distance focale f_1 de la lentille L_1 . Nous avons mesuré la largeur d_{1090} par la méthode du couteau. Grâce aux coefficients du tableau A.1, on en déduit les largeurs $2w$, $2R_{max}$ et 2σ . L'incertitude de ces mesures vaut $10\mu m$.

p	0	0	0	1	1	1	2	3
$f_1 (cm)$	50	75	100	50	75	100	50	50
$d_{1090} (\mu m)$	80	110	160	170	290	410	280	340
$2w (\mu m)$	125	172	250	185	315	446	248	260
$2R_{max} (\mu m)$	89	122	178	215	367	519	337	386
$2\sigma (\mu m)$	63	86	125	131	223	315	215	262

TABLE A.2 – Largeurs d_{1090} , $2w$, $2R_{max}$ et 2σ des faisceaux de charge topologique $p = 0$, $p = 1$, $p = 2$ et $p = 3$ pour différentes valeurs de la distance focale f_1 de la lentille de focalisation L_1 .

Annexe B

Algorithme de détection des pics

Cette annexe présente le fonctionnement de l'algorithme de détection des pics utilisé dans le chapitre 5 pour la caractérisation des événements intenses.

B.1 Problématique

Dans le chapitre 5, pour déterminer si un pic lumineux dans l'image en champ proche du faisceau retour B est une "onde scélérate", on étudie son "facteur d'anormalité" en comparant son niveau de gris à celui des autres pics apparaissant dans le faisceau. Pour cela, nous devons tout d'abord réaliser un algorithme de détection des pics. La problématique est la suivante. Nous disposons d'images expérimentales comme celle de la figure B.1, dont les niveaux de gris des pixels varient entre 0 et 1023 (mesures sur 10 bits), et nous souhaitons détecter parmi tous les pixels de l'image ceux correspondant à un pic d'intensité. La méthode est donc la suivante :

- Tout d'abord, nous considérons qu'un pixel est un pic si son intensité est supérieure à celle de ses 8 pixels voisins. Ce critère aboutit à la détection de très nombreux pics, notamment dans les zones de l'image autour du faisceau.
- Nous ajoutons donc un seuil minimal de détection des pics. Les pixels d'intensité très faibles (notamment ceux autour du faisceau) sont donc exclus de la détection. Cependant, nous constatons qu'un nombre encore trop important de pics est détecté à cause de l'existence d'un certain niveau de bruit concernant l'intensité des pixels.
- Nous appliquons donc un filtre-bas aux images pour atténuer les variations de niveau de gris entre pixels voisins. L'algorithme de détection des pics est alors très satisfaisant.

B.2 Développement de l'algorithme sur une image-exemple

B.2.1 Critère le plus simple pour définir un pic

Nous considérons tout d'abord qu'un pixel de l'image est un pic si son intensité est supérieure à celle de ses 8 pixels voisins. Les résultats tirés de ce critère très simples sont illustrés sur l'image de la figure B.2. L'image est celle de la figure B.1 sur laquelle nous avons placé un carré rouge sur chaque pic ainsi détecté (chaque rouge recouvre 9 pixels : $3 * 3$). Le critère n'est manifestement pas suffisant. Un trop grand nombre de pics est détecté, notamment dans les zones *autour* du faisceau.

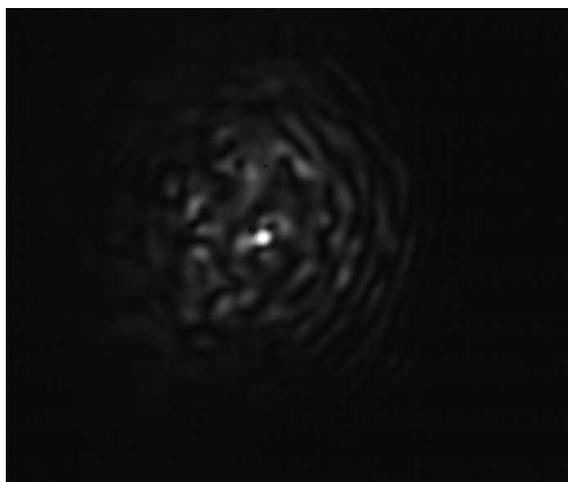


FIGURE B.1 – Faisceau retour B issu de notre système photoréfractif à simple rétroaction optique aligné pour une intensité incidente $I = 80Wcm^{-2}$.

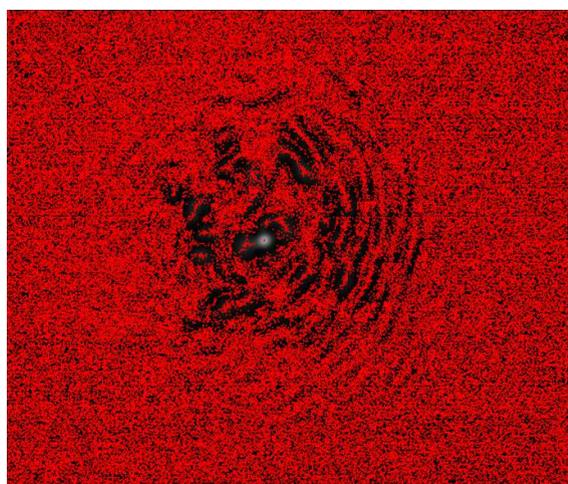


FIGURE B.2 – Pics détectés en appliquant ni filtre passe-bas, ni seuil minimal. Un carré rouge de 9 pixels ($3 * 3$) est placé au niveau de chaque pic détecté.

B.2.2 Ajout d'un seuil

Nous décidons donc de fixer un seuil en-dessous duquel aucun pixel ne sera considéré comme un pic. Nous choisissons de ne pas considérer les pixels dont l'intensité en niveau de gris est inférieur à 80 sur l'échelle allant de 0 à 1023. Les pics détectés sont alors représentés sur la figure B.3. Cette valeur du seuil, choisie arbitrairement, est suffisamment élevée pour que tous les pixels autour du faisceau soient exclus de la détection mais reste cependant assez faible pour ne pas exclure les pixels à intensité forte présents dans le faisceau.

Cependant on constate que de trop nombreux pixels sont encore considérés comme des pics. Le cercle bleu sur la figure B.3 entoure un maximum local de l'intensité du faisceau. Un algorithme efficace devrait ne détecter qu'un seul pic dans ce cercle. Ici, des dizaines de pics sont détectés pour ce seul maximum local à cause de l'existence d'un certain niveau de bruit dans les valeurs de l'intensité des pixels.

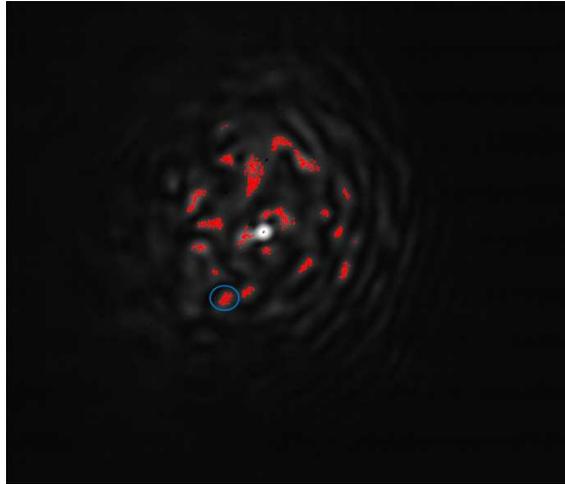


FIGURE B.3 – Pics détectés en appliquant un seuil minimal (pas de filtre passe-bas). Un carré rouge de 9 pixels (3 * 3) est placé au niveau de chaque pic détecté.

B.2.3 Ajout d'un filtre passe-bas

Pour résoudre ce problème, nous appliquons un filtre passe-bas aux intensités des pixels avant de déterminer si, oui ou non, ils sont des pics. Ce filtre “lisse” les variations de niveaux de gris des pixels. Nous réalisons ce filtre grâce à la fonction `imfilter` de Matlab. Cette fonction réalise une convolution de l'image par une matrice dite “matrice de convolution”. Autrement dit, nous modifions la valeur de l'intensité de chaque pixel par une somme pondérée des intensités des pixels du voisinage. Les coefficients de pondération sont les valeurs de la matrice. Nous testons ici 3 matrices de convolution $h1$, $h2$ et $h3$:

$$h1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{B.1}$$

$$h2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{B.2}$$

$$h3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{B.3}$$

La principale différence entre ces trois matrices est la zone considérée pour réaliser la somme pondérée. Avec la matrice $h1$, nous modifions l'intensité de chaque pixel avec les intensités de ses 8 pixels voisins. Avec la matrice $h2$, nous modifions l'intensité de chaque pixel avec les intensités de ses 24 pixels voisins. Enfin, avec la matrice $h3$, nous modifions l'intensité de chaque pixel avec les intensités de ses 48 pixels voisins. Les pics détectés en ajoutant ces différents filtres passe-bas (et en conservant le seuil de détection minimal)

sont représentés sur la figure B.4. Avec le filtre $h1$ (a), nous constatons que nous avons bien diminué le nombre de pics détectés mais nous avons malheureusement toujours trop de pics pour un seul maximum local de l'intensité du faisceau, comme indiqué par le cercle bleu. Environ une dizaine de pics est détectée pour ce maximum local. Avec le filtre $h2$ (b), nous détectons souvent deux ou trois pics par maximum local. Enfin, avec le filtre $h3$ (c), pour quasiment tous les maxima locaux, un seul pic est détecté. La détection des pics est ici satisfaisante.

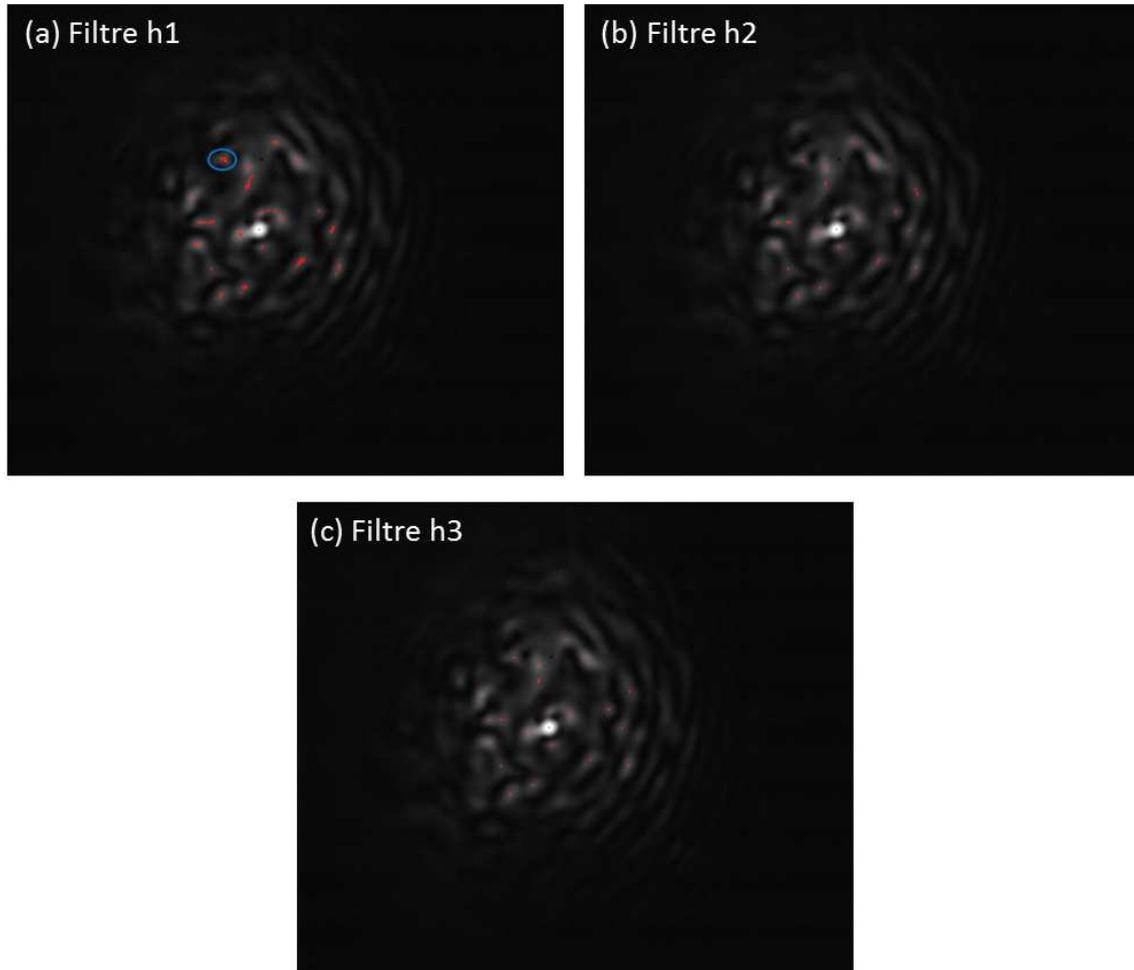


FIGURE B.4 – Pics détectés après application d'un filtre passe-bas sur l'image. (a) Filtre $h1$. (b) Filtre $h2$. (c) Filtre $h3$. Un carré rouge de 9 pixels (3×3) est placé au niveau de chaque pic détecté.

Publications

Pattern formation using optical vortices in a photorefractive single feedback system

Vianney Caulet,* Nicolas Marsal, Delphine Wolfersberger, and Marc Sciamanna

Supélec, Optics and Electronics (OPTEL) Research Group, Laboratoire Matériaux Optiques, Photonique et Systèmes (LMOPS)-EA4423, 2 rue Edouard Belin, 57070 Metz, France

*Corresponding author: vianney.caulet@supelec.fr

Received June 6, 2011; revised June 27, 2011; accepted June 28, 2011;
posted June 28, 2011 (Doc. ID 148594); published July 20, 2011

We analyze numerically the dynamics of optical patterns in a photorefractive single feedback system where a vortex beam is used as the input beam. Depending on the topological charge of the vortex and on the nonlinear photorefractive coupling strength, we observe different pattern geometries with a rotating dynamics. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 190.4420, 190.3100.

In many different configurations, nonlinear light-matter interaction leads to complex light propagation mechanisms, transverse instabilities, and self-organization in so-called optical patterns [1,2]. Patterned light modes appear when an initially homogeneous transverse field bifurcates to an ordered transverse field profile, through modulation instability. In optics, such a pattern formation process can be observed, e.g., in the case of a nonlinear medium subjected to optical feedback (in an optical cavity or a single feedback system). Examples have been given in a large variety of systems including photorefractive crystals [3–5], liquid crystal light valves [6], and sodium vapors [7]. Additionally, in cavity nonlinear optics, phase singularities can appear in the transverse plane due to the nonlinear interaction of cavity modes belonging to a frequency-degenerated family [8,9]. Such a set of regularly organized singularities is also called an “optical vortices crystal” [10].

In this Letter we analyze the scheme of a photorefractive single optical feedback (Fig. 1). This system can lead to a large variety of pattern complex geometries and pattern modes that can be supported through convective or absolute drifting instabilities [11]. We address the following question. Since the pattern formation is strongly related to a phase modulation converted to an intensity modulation (Talbot effect), we propose to analyze whether the pattern formation process may lead to different phenomena when the initial beam has peculiar phase properties. To this aim, we inject a vortex beam in our pattern forming system. In the transverse plane, the phase of such a beam varies from 0 to 2π around a singularity where the phase is undefined [Fig. 2(i)]. The combination of this singularity with pattern formation yields interesting new phenomena. Nonhexagonal patterns are produced with rotating dynamics on a slow time scale. The pattern formation threshold, the pattern geometry, and the dynamics are moreover influenced by the vortex topological charge. The propagation of vortices in optical nonlinear media has been studied in the context of self-trapped or soliton beams, forming azimuthons [12], new beam structures (dipoles, tripoles, etc.), and collective behaviors of vortex arrays [13]. We analyze here a different situation, where a vortex beam in a single feedback system leads to spontaneous pattern formation.

The model for the photorefractive wave mixing originates from the band transport model of Kukhtarev *et al.* [14], which is simplified here as done in [15]. We end up with a full $(3 + 1)$ -dimensional nonlinear model based on the slowly varying envelope paraxial equations for the two beams:

$$\partial_z F + if \Delta_{\perp}^2 F = -QB, \quad (1)$$

$$-\partial_z B + if \Delta_{\perp}^2 B = Q^* F, \quad (2)$$

$$\tau \partial_t Q + Q = \Gamma \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2}, \quad (3)$$

where F is the forward beam and B the backward beam. z is the propagation coordinate scaled by the crystal length L_c , Δ_{\perp} is the transverse Laplacian scaled by the beam waist w_0 . $f = L_c / (2k_0 w_0^2)$ represents the magnitude of the diffraction. f is proportional to the inverse of the Fresnel number. k_0 is the wavenumber in the longitudinal direction within the crystal. Q is the complex amplitude of the reflection grating. The two-wave mixing interaction geometry created by F and B produces a light interference pattern inside the crystal. Because of this periodic illumination, a space charge electric field is therefore created and converted into an index reflection grating by the Pockels effect. Q has a temporal evolution described by a relaxation equation [5,15] where τ is the relaxation time related to the photorefractive crystal used. The time of the simulation is scaled by this parameter τ . Γ is the so-called photorefractive coupling strength, as defined in [15]. Absorption losses have been neglected.

In our simulation, F can be set as a Gaussian beam or a vortex beam. The vortex input beam profile is then written

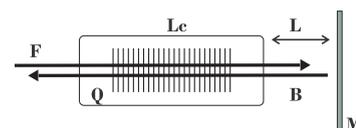


Fig. 1. Scheme of our photorefractive single feedback system. Labels are defined in the text.

$$F(r_{\perp}, \theta) = F_0 \left(\frac{r_{\perp}}{w_0} \right)^c \exp \left\{ - \left(\frac{r_{\perp}}{w_0} \right)^2 \right\} \exp(ic\theta), \quad (4)$$

where r_{\perp} and θ are the cylindrical coordinates and c the topological charge of the vortex.

We use the fast Fourier transform beam propagation method (FFT-BPM). The crystal has a transverse dimension of $6w_0$ and is of length $L_c = 0.8$ cm. Transverse and longitudinal dimensions are discretized over 100×100 and 300 points, respectively. The dynamics is analyzed with a time step equal to τ .

Figure 2 shows the near and far fields of the counter-propagating beam B at two different times and at the entrance face of the crystal ($z = 0$). Two conditions are considered for the initial transverse field profile: either a Gaussian beam [Figs. 2(a)–2(f)] or a vortex beam with $c = 1$ [Figs. 2(g)–2(l)]. The waist w_0 is equal to $200 \mu\text{m}$. On the right [Figs. 2(c), 2(f), 2(i), and 2(l)] is also plotted for all cases the transverse profile of the near-field phase, so that one can recognize the uniform phase field profile in the case of the Gaussian beam and the periodically varying phase profile in the case of the vortex beam. In both cases, when the coupling strength Γ exceeds a certain threshold, and after a given transient time, the initial beam bifurcates to a patterned solution. The Gaussian field leads to a hexagonal pattern [Figs. 2(a)–2(c), B at $t = 0$; Figs. 2(d)–2(f), B at $t = \infty$], as is already shown theoretically [15] and experimentally [3]. In the case of a vortex beam, we also see a patterned solution in intensity [Fig. 2(j)] and with a discretization of the phase transverse profile [Fig. 2(l)]. The pattern geometry is different, with a dodecagon in the far field [Fig. 2(k)]. Moreover, as indicated by the arrow [Figs. 2(j) and 2(k)], the pattern slowly rotates around the phase singularity. This rotation is not observed when the vortex beam is replaced by a “doughnut”-shaped beam without phase singularity. Therefore, the rotation of the pattern, i.e., the temporal

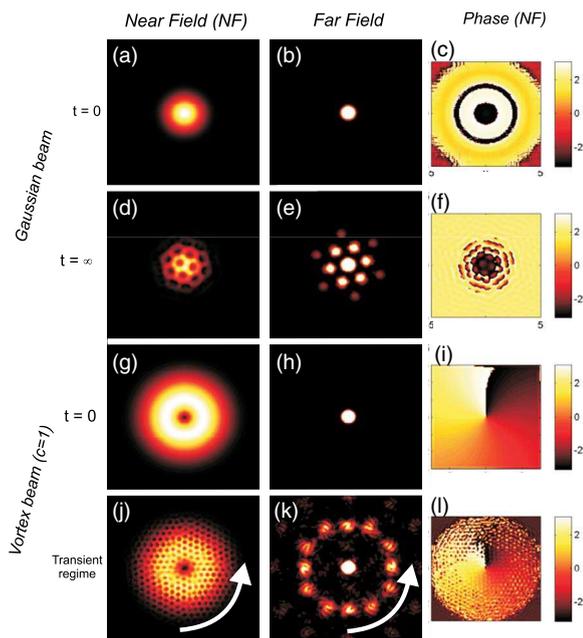


Fig. 2. (Color online) Patterns obtained with a Gaussian beam ($\Gamma L_c = 3.84$) and a vortex beam ($c = 1$, $\Gamma L_c = 3.8$). The pattern (j), (k), (l) is transient and is plotted at $t = 186\tau$.

symmetry breaking, is due to the phase circulation of the vortex beam. If we invert the phase circulation by using, for example, a vortex beam of topological charge -1 , we observe the same patterns, but the rotation becomes clockwise. When time increases, the pattern bifurcates to a more complex spatiotemporal dynamics.

The rotating dynamics that accompanies the vortex patterned beam is illustrated in Fig. 3. The horizontal axis represents the time scaled by the time constant τ of the photorefractive material. In the Gaussian case (Fig. 3, top), a stationary pattern is formed after a transient time of the order of 150τ . In the vortex case (Fig. 3, center and bottom), the forming pattern after a transient time is no longer stationary but exhibits an almost time-periodic dynamics of its individual components. The period is different for the pattern components close to the center of the beam and for those far from the beam center. Typically, we observe a period of the order of several hundreds of τ . The rotation is slow compared to the photorefractive grating formation speed. When comparing with the case of a vortex with $c = 4$, it appears that the period of rotation is almost not dependent on the topological charge, hence of the phase periodicity in the transverse plane. The rotating dynamics is therefore not in a simple relationship with the phase gradient in the transverse plane.

Figure 4 shows in addition the near and far fields obtained numerically when injecting in our system vortices of topological charges $+2$, $+3$, and $+4$. In all cases, we obtain a pattern that exhibits a rotating dynamics around the center of the beam. However, the pattern geometry depends on the topological charge.

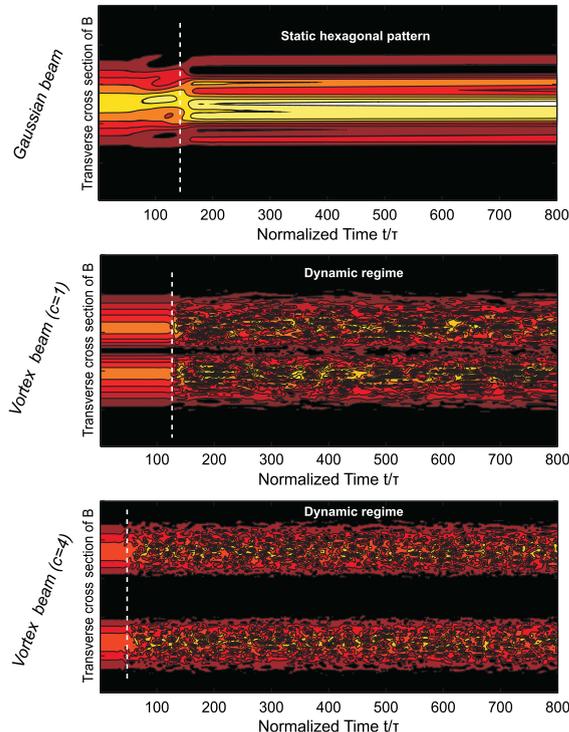


Fig. 3. (Color online) Temporal evolution of the cross section of the backward beam propagating in our single feedback system. The input beams are a Gaussian beam, a vortex of topological charge $c = 1$, and a vortex of topological charge $c = 4$. $\Gamma L_c = 3.9$ in the three cases.

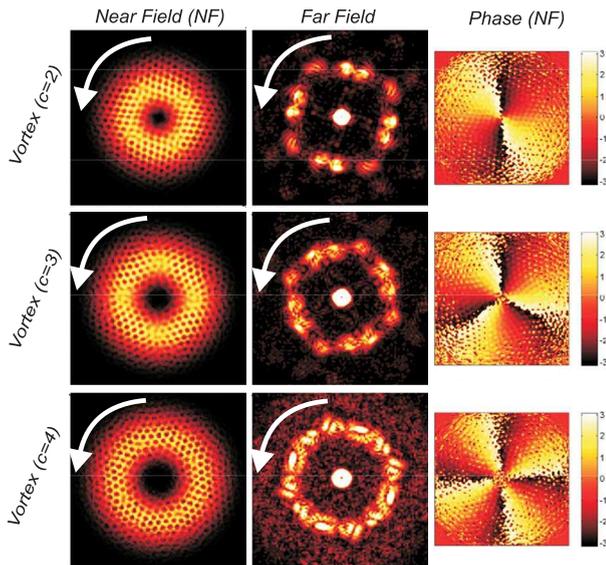


Fig. 4. (Color online) Patterns obtained with vortices of topological charges $+2$, $+3$, and $+4$. $\Gamma L_c = 3.8$.

Finally, we complement our analysis by comparing in Fig. 5 the pattern threshold $(\Gamma L_c)_{th}$ for different input beams: Gaussian (white), doughnut-shaped that is without phase singularity (black), or vortex (gray). It is a bar plot where the height of each bar is the ΓL_c value above which a pattern is observed numerically. In all cases, the same input power has been injected. In the case of a doughnut-shaped beam, the pattern formation threshold remains almost constant when varying c . However, when the phase transverse profile of a vortex is taken into account, the pattern formation threshold is significantly modified and decreases with the increase of the topological charge. The same conclusion holds when inverting the sign of c . This plot confirms that the pattern formation mechanism is affected by the vortex phase dynamics and not only by the input beam intensity profile or other system parameters.

In summary, we have shown theoretically that the pattern formation process in a single feedback nonlinear optical system is fully modified when the input beam is a vortex beam with its peculiar phase transverse dynamics. An optical pattern is formed with a rotating dynamics on a slow time scale when compared to the nonlinear interaction time. The pattern geometry and the pattern threshold are very much dependent on the vortex topological charge. Our work motivates additional experiments and

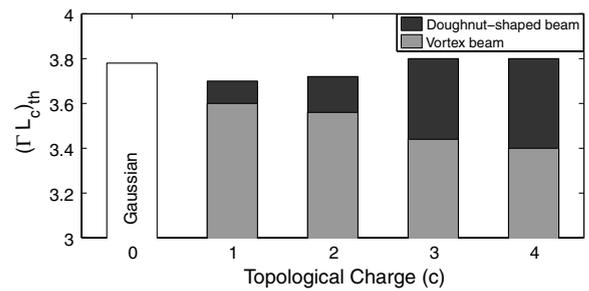


Fig. 5. Coupling strength threshold necessary for pattern formation in a single feedback system with a Gaussian, with doughnut-shaped beam and vortex beams of topological charge from 1 to 4.

contributes to the more general understanding of moving, rotating, and drifting patterns in a nonlinear system.

The authors acknowledge the support of Conseil Régional de Lorraine, of Fondation Supélec, and of Institut Carnot C3S.

References

1. F. T. Arecchi, S. Boccaletti, and P. L. Ramazza, *Phys. Rep.* **318**, 1 (1999).
2. D. Kip, M. Soljacic, M. Segev, E. Eugenieva, and D. Christodoulides, *Science* **290**, 495 (2000).
3. T. Honda, *Opt. Lett.* **18**, 598 (1993).
4. C. Denz, S. J. Jensen, M. Schwab, and T. Tschudi, *J. Opt. B* **1**, 114 (1999).
5. N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D. N. Neshev, *Opt. Lett.* **33**, 2509 (2008).
6. F. T. Arecchi, S. Boccaletti, S. Ducci, E. Pampaloni, P. L. Ramazza, and S. Residori, *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **9**, 183 (2000).
7. T. Ackemann and W. Lange, *Phys. Rev. A* **50**, R4468 (1994).
8. M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss, *Phys. Rev. A* **43**, 9 (1991).
9. A. V. Mamaev and M. Saffman, *Phys. Scr.* **T67**, 21 (1996).
10. J. Scheuer and M. Orenstein, *Science* **285**, 230 (1999).
11. N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, and G. Montemezzani, *Phys. Rev. A* **81**, 031804(R) (2010).
12. A. S. Desyatnikov and Y. S. Kivshar, *Topologica* **2**, 005 (2009).
13. D. Jović, D. Arsenović, A. Strinić, M. Belić, and M. Petrović, *Opt. Express* **13**, 4379 (2005).
14. N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, and V. L. Vinetskii, *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979).
15. O. Sandfuchs, F. Kaiser, and M. R. Belic, *Phys. Rev. A* **64**, 063809 (2001).

Vortex Induced Rotation Dynamics of Optical Patterns

V. Caullet, N. Marsal, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna

Supélec, OPTEL Research Group, Laboratoire Matériaux Optiques, Photonique et Systèmes (LMOPS), EA-4423, 2 rue Edouard Belin, 57070 Metz, France
(Received 6 March 2012; published 27 June 2012)

We demonstrate that modulation instability leading to optical pattern formation can arise by using nonconventional counterpropagating beams carrying an orbital angular momentum (optical vortices). Such a vortex beam is injected into a nonlinear single feedback system. We evidence different complex patterns with peculiar phase singularities and rotating dynamics. We prove that the dynamics is induced by the vortex angular momentum and the rotation velocity depends nonlinearly on both the vortex topological charge and the intensity of the input beam.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.108.263903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.263903)

PACS numbers: 42.65.Sf, 05.45.-a, 45.70.Qj

Photon orbital angular momentum has been a subject of growing interest. A beam carrying such a momentum, called an optical vortex, has a helicoidal wave front and a ring-shaped intensity profile [1] (Fig. 1). The electric field of such a beam can be written in cylindrical coordinates as $\mathbf{E}(r, \theta, z) = \mathbf{u}(r, z)e^{ic\theta}e^{-ikz}$. $\mathbf{k} = k\hat{z}$ is the wave vector and c is an integer called the topological charge indicating phase fronts which are c intertwined helical surfaces. The orbital angular momentum carried by each of the beam photons is equal to $c\hbar$. Contrary to the spin angular momentum associated with the polarization structure of the light, the orbital angular momentum relies on the photon phase property. Therefore, optical vortices are of both fundamental and application interest. For example, such beams are used as “optical tweezers” or actuators in biophysics [2], micro-mechanics, and microfluidics [3], or for extra solar planet detection [4]. In optics, propagation of vortices in nonlinear materials shows many interesting phenomena such as frequency conversion [5], wave mixing [6], beams’ self-trapping, or peculiar instabilities: spiraling multipoles and azimuthons [7]. While propagating through a nonlinear medium, a common laser beam may also become unstable against a mechanism called modulation instability. This later develops at a characteristic transverse length, resulting in the appearance of correlated satellite beams (pattern) that grow in preferential directions. Such a self-organization process is commonly studied using broad co-(counter)propagating Gaussian beams with wave mixing achieved in either cavity [8–11] or single feedback systems [12–16]. Because of unavoidable or voluntary misalignments in optical experiments, pattern formation is usually accompanied by convective drifting dynamics resulting from a nonlocal coupling between the propagating beams [17–19]. Pattern-forming optical systems may also show phase singularities in the transition to space time chaos [20]. Nevertheless, the effect of a singular beam instead of a nonsingular one as the input pump of a pattern-forming system remains unexplored.

In this Letter, we force our nonlinear single feedback experiment with an optical vortex and show nontrivial pattern

dynamics. Complex rotating hexagonal patterns with phase singularities in the satellite beams are evidenced in good qualitative agreement with recent numerical predictions [21]. Contrary to dynamics sustained by noise observed in convective regimes [17,18], we prove that the dynamics is here induced by the vortex orbital angular momentum.

Our demonstration is based on the experiment depicted in Fig. 1. It consists of a photorefractive cobalt doped barium titanate crystal ($\text{BaTiO}_3:\text{Co}$, $6 \times 6 \times 6 \text{ mm}^3$) in a single feedback configuration. The lens L_1 imposes the input beam size. The feedback mirror, placed behind the lens L_2 , can be precisely moved longitudinally to vary the position of the corresponding virtual mirror (VM) created by the $2f:2f$ imaging system (Fig. 1). This allows adjustment of positive (mirror outside the medium) or negative (mirror inside the medium) effective diffraction lengths [22]. We limit our study to the case where the VM is placed at the back face of the crystal. The crystal is

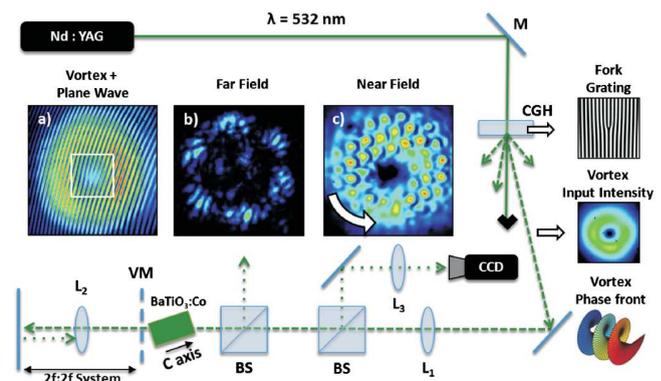


FIG. 1 (color online). Experimental setup. Computer generated hologram (CGH) printed on glass. (a) Interference picture between a vortex beam and a plane wave. (b) Far-field pattern obtained by linear diffraction after a beam splitter (BS) and corresponding to the Fourier transform of the near field observed on picture (c). In picture (b), the central spot has been removed to emphasize the satellite beams.

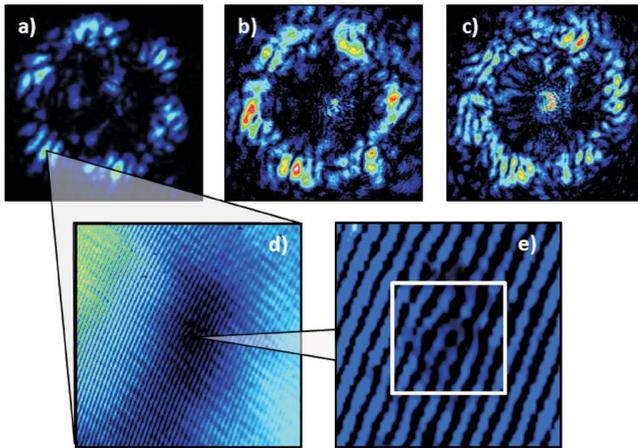


FIG. 2 (color online). (a)–(c) Far-field patterns obtained with different vortex topological charges $c = 1$, $c = 2$, and $c = 3$, respectively. (d)–(e) Zoom on the interference pattern between a part of the satellite beams and a plane wave. A first-order dislocation is visible inside the white square (e).

oriented to provide strong energy coupling between the two counterpropagating beams. The angle between the spontaneous polarization \hat{c} axis of the $\text{BaTiO}_3:\text{Co}$ crystal and the optical axis of the system is set to approximately 25° . For this orientation of the crystal, the large electro-optic coefficient r_{22} gives a strong contribution to the photorefractive response, leading to a two-wave mixing amplification in backward direction [23]. A continuous frequency-doubled Nd:YAG laser emitting at 532 nm is used as the coherent light source. To generate an optical vortex, the laser beam is sent through a transmission grating with a fork-shaped geometry (Fig. 1). Depending on the number of dislocations in the mask, vortices of different topological charges can be selected in the diffraction orders [24]. Finally, the observation of the far and corresponding near field is realized by projecting the backward beam, after passage through the crystal, on a CCD camera.

First, we consider the situation where the system is driven by a conventional Gaussian beam ($c = 0$). Such an experimental configuration has already proved its capacity to generate light self-organization due to modulation instability [16]. Depending on the distance of mirror-crystal and above a certain intensity threshold, a large number of unstable pattern modes can be formed but only a few of them are selected such as stripes or hexagons. The pattern selection intrinsically implies a spontaneous breaking of the translation and rotation symmetry in the system. By varying the feedback mirror tilt angle, an additional breaking of the reflection symmetry gives rise to various pattern geometries. The new pattern modes are usually accompanied by an advectionlike effect giving rise to convective instabilities sustained by noise [19].

The scenario changes when counterpropagating Gaussian beams are substituted by vortices. We first inject a $c = +1$ vortex beam. To test the vortex topological

charge, thus the efficiency of the fork grating, we temporarily remove the feedback mirror and monitor the interference pattern composed by the first diffraction order of the grating and a plane wave. The resulting dislocation in the center of Fig. 1(a) indicates a $c = +1$ vortex beam. Second- or third-order dislocations are observed for corresponding higher $c = +2$, $c = +3$. For negative topological charges, a forklike interference pattern similar to Fig. 1(a) is observed but in the opposite direction.

The first example of vortex induced pattern formation is the one shown in Figs. 1(b) and 1(c). The feedback mirror is placed at the back face of the crystal and the intensity of the focused vortex beam can be set from 1 to 100 W/cm^2 . For an intensity close to 10 W/cm^2 , modulation instability occurs and the system bifurcates to a dynamic pattern state. As for the Gaussian case, we measure an angle $\theta \approx 1^\circ$ between the central spot of the backward beam and the emerged satellite beams, consistent with previous observations [13]. The pattern of near-field intensity distribution looks like a honeycomb structure inside the vortex ring [Fig. 1(c)]. The white arrow indicates a rotating dynamics around the dark center where no instability pops up. The corresponding far field shows complex satellite beams belonging to a circle of instabilities where black lines are visible on top of the satellites [Fig. 1(b)]. A close inspection of the far field indicates the presence of dislocations. Figures 2(a)–2(c) represent the far-field patterns for three different vortex topological charges. The interferogram between one of the satellites and a plane wave is shown on Figs. 2(d) and 2(e). The zoom on Fig. 2(e) illustrates a first-order dislocation indicating the presence of $c = 1$ vortices in the satellites of the far-field pattern. By injecting vortices with higher topological charges ($c = 2$, $c = 3$), far-field patterns become more complex [Figs. 2(b) and 2(c)] as predicted in [21] and whatever the input charge is, the satellite beams are all composed by charge 1 vortices. Closely linked to what we observed but in a different context of beam propagation, similar results occur in anisotropic nonlinear media where the propagation of a vortex with a high topological charge may decay in several first-order vortices [25].

Although the structure of the satellite beams is not affected by the vortex topological charge, the dynamics of the near-field pattern changes drastically. Figure 3 displays a rotating dynamics for two different input vortices: $c = +1$ and $c = -3$. The beam waist of the first vortex ($c = 1$) is equal to $290 \mu\text{m}$. The second one ($c = -3$) is equal to $340 \mu\text{m}$. The values correspond to measurements realized by the "knife-edge" technique [27]. The time difference between two consecutive images is equal to 0.6 sec. Independent of the different topological charges, we first notice that the near-field patterns do not differ. We identify a honeycomblike self-organization similar to classical hexagonal pattern observed in experiments with counterpropagating Gaussian beams [13,16]. Nevertheless, the pattern is here accompanied by a rotating dynamics

depending on the sign of the topological charge. For positive charges [$c = +1$, Figs. 3(a)–3(d)], the sense of rotation is counterclockwise and clockwise for negative values [$c = -3$, Figs. 3(e)–3(h)]. Contrary to common advection-like effect imposed by a nonlocal coupling of the counter-propagating beams [17,18], the rotating dynamics is here induced by the intrinsic orbital angular momentum of the vortex. Similar results are obtained for pairs of opposite topological charges ($c = \pm 1$, $c = \pm 2$, $c = \pm 3$).

By knowing the time separation between two consecutive pictures, the distance travelled by one spot (red squares in Fig. 3) and the radius of the vortex, one can calculate the linear and angular velocities of the rotation. For $c = 1$, the angular velocity is $v \approx 0.15$ rad/s and for $c = -3$ it is $v \approx 0.17$ rad/s. These results suggest that the rotation velocity depends on the vortex topological charge. Furthermore, it is worth mentioning that due to photorefractive effect, the input beam intensity influences both the gain and the response time of the two-wave mixing interaction geometry in the crystal [28] and might also have impact on the pattern velocity. All these results are presented in Fig. 4. We study for different topological charges ($c = 1, 2, 3$) the dependency of the pattern near-field angular velocity versus the input beam intensity. For fruitful comparisons, the power and the beam waist of the different vortices have been adjusted to have the same intensity at the input face of the crystal. First, we see that all the curves start at the same input intensity equal to 10 W/cm^2 . Below this threshold value, it is difficult to clearly identify a pattern state and therefore impossible to measure a rotation velocity. Second, we observe that the velocity grows with the input intensity. For $c = 1$ the velocity increases from 0.10 to 0.17 rad/s, $c = 2$ from 0.12 to 0.20 rad/s, and $c = 3$ from 0.12 to 0.21 rad/s. These results seem consistent with the fact that, as already mentioned, the increase of the input intensity leads to a faster response time of the photorefractive effect. The corresponding mean linear

velocity is of tens of micrometers per second, which corresponds to the relatively slow time response of the photorefractive barium titanate crystal that is of the order of second. A saturation effect appears for intensities above 25 W/cm^2 and is more pronounced for higher charges $c = 2$ and $c = 3$ (Fig. 4). This effect could be linked to the saturation property of the photorefractive nonlinearity [29]. Finally, one can notice that the pattern velocity increases nonlinearly with the topological charge. For an input intensity equal to 20 W/cm^2 (below the saturation effect), the velocity increases from 0.15 rad/s for $c = 1$ to 0.17 rad/s for $c = 2$ and $c = 3$. These velocities correspond respectively to rotation periods of 43 sec for $c = 1$ and 36 sec for $c = 2$ and $c = 3$. The increasing values of the velocity versus the topological charges stem from the linear definition of the vortex orbital angular momentum: the higher c is, the faster the vortex energy flow runs. However, the nonlinear evolution may derive from the interplay between the vortex orbital angular momentum and the nonlinear mechanism of modulation instability. All these observations demonstrate that the rotation velocity depends nonlinearly not only on the input intensity but also on the vortex topological charge. These results should be compared with our previous theoretical study [21]. Although our model does not account for many of the experimental complexities (in particular, the intensity dependency), theory and experiment agree qualitatively on the facts that the mean rotation period ranges from 10 to 100 times the photorefractive time constant and the rotation period varies nonlinearly with c , although the difference remains small (max 15%).

In summary, we have shown experimentally that the peculiar transverse phase property of a vortex beam induces new interesting phenomena in a pattern-forming system. We investigated a photorefractive single feedback experiment where a vortex beam was used as the input beam. Above a certain intensity threshold, modulation

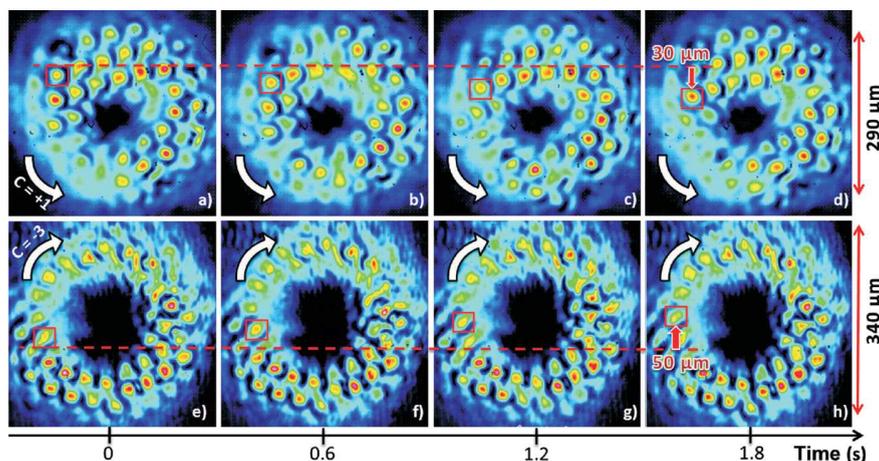


FIG. 3 (color online). Rotation dynamics of the near-field pattern over time for an intensity of the input beams equal to 20 W/cm^2 at the crystal input face. First line (a)–(d): $c = +1$. Second line (e)–(h): $c = -3$. The vertical arrows (d),(h) indicate the direction of motion of one spot located in the red square. The white arrows show the global counter or clockwise rotation of the pattern [26].

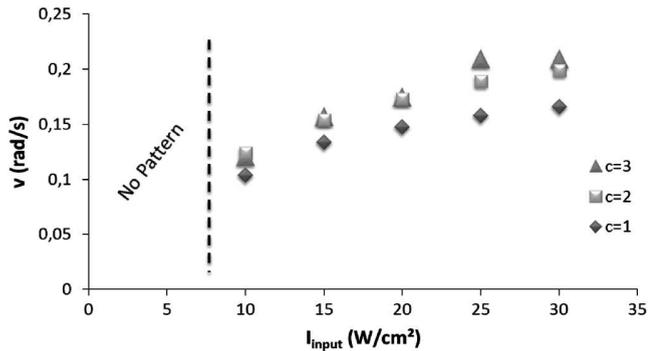


FIG. 4. Near-field pattern velocity for different topological charges c and different input beam intensities.

instability occurs and honeycomb patterns arise in near field. The self-organization is accompanied by a rotating dynamics of a few tens of micrometers per second around the dark center. The sense of rotation depends on the sign of the topological charge and the rotation velocity grows nonlinearly with both the vortex charge and the input beam intensity. Contrary to convective dynamics sustained by noise, the dynamics is here induced by the vortex orbital angular momentum. Finally we noticed that whatever the vortex topological charge is, the corresponding far-field patterns display complex distributed satellite beams with first-order phase dislocations. In a more general context of pattern formation, this result suggests that the geometry of the pattern components depends strongly on the input beam profile.

From the fundamental side, an extension of this work might be the study of the interplay between convective dynamics produced by an intentional nonlocal coupling between two counterpropagating vortices and a rotating dynamics induced by the vortex orbital angular momentum. An other interesting issue is the management of the individual components of the rotating pattern. This could lead, similar to the manipulation of drifting cavity solitons [30], to innovations towards optical buffers and delay lines applications.

The authors acknowledge the support of the Conseil Régional de Lorraine, the Fondation Supélec, the Institut Carnot C3S “Centrale-Supélec Sciences des Systèmes.”

- [1] G. Molina-Terriza, J.P. Torres, and L. Torner, *Nature Phys.* **3**, 305 (2007).
 [2] J.E. Curtis, B.A. Koss, and D.G. Grier, *Opt. Commun.* **207**, 169 (2002).

- [3] M.E.J. Friese, H. Rubinsztein-Dunlop, J. Gold, P. Hagberg, and D. Hanstorp, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 547 (2001).
 [4] J.H. Lee, G. Foo, E.G. Johnson, and G.A. Swartzlander, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 053901 (2006).
 [5] K. Dholakia, N.B. Simpson, M.J. Padgett, and L. Allen, *Phys. Rev. A* **54**, R3742 (1996).
 [6] F. Lenzini, S. Residori, F.T. Arecchi, and U. Bortolozzo, *Phys. Rev. A* **84**, 061801(R) (2011).
 [7] A.S. Desyatnikov, L. Torner, and Y.S. Kivshar, *Prog. Opt.* **47**, 291 (2005).
 [8] M. Saffman, D. Montgomery, and D.Z. Anderson, *Opt. Lett.* **19**, 518 (1994).
 [9] D. Kip, M. Soljacic, M. Segev, E. Eugenieva, and D.N. Christodoulides, *Science* **290**, 495 (2000).
 [10] R. Kuszelewicz, I. Ganne, I. Sagnes, G. Sleky, and M. Brambilla, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6006 (2000).
 [11] U. Bortolozzo, A. Montina, F.T. Arecchi, J.P. Huignard, and S. Residori, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 023901 (2007).
 [12] G. D’Alessandro and W.J. Firth, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2597 (1991).
 [13] T. Honda, *Opt. Lett.* **18**, 598 (1993).
 [14] G. D’Alessandro, E. Pampaloni, P.-L. Ramazza, S. Residori, and F.T. Arecchi, *Phys. Rev. A* **52**, 4176 (1995).
 [15] S. Residori, *Phys. Rep.* **416**, 201 (2005).
 [16] N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D.N. Neshev, *Opt. Lett.* **33**, 2509 (2008).
 [17] E. Louvergneaux, C. Szwej, G. Agez, P. Glorieux, and M. Taki, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 043901 (2004).
 [18] F. Papoff and R. Zambrini, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 243903 (2005).
 [19] N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, and G. Montemezzani, *Phys. Rev. A* **81**, 031804(R) (2010).
 [20] P. Couillet, L. Gil, and J. Lega, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1619 (1989).
 [21] V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, *Opt. Lett.* **36**, 2815 (2011).
 [22] S.J. Jensen, M. Schwab, and C. Denz, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1614 (1998).
 [23] G. Montemezzani, *Phys. Rev. A* **62**, 053803 (2000).
 [24] V.Y. Bazhenov, M.V. Vasnetsov, and M.S. Soskin, *JETP Lett.* **52**, 429 (1990).
 [25] A.V. Mamaev, M. Saffman, and A.A. Zozulya, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2108 (1997).
 [26] A video is available at http://www.metz.supelec.fr/metz/recherche/optel/images/May2012_vortex.avi
 [27] A.E. Siegman, M.W. Sasnett, and T.F. Johnston, *IEEE J. Quantum Electron.* **27**, 1098 (1991).
 [28] S.G. Odoulov, M. Yu. Goukov, and O.A. Shinkarenko, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3637 (1999).
 [29] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odoulov, M.S. Soskin, and V.L. Vinetskii, *Ferroelectrics* **22**, 949 (1978).
 [30] F. Pedaci *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 011101 (2008).

Nonlocal effect on vortex-induced pattern dynamics

V. Caulet,* N. Marsal, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna

Supélec, OPTEL Research Group, Laboratoire Matériaux Optiques, Photonique et Systèmes (LMOPS—EA4423),
2 rue Edouard Belin, Metz 57070, France

*Corresponding author: vianney.caulet@supelec.fr

Received March 20, 2013; accepted April 12, 2013;
posted April 22, 2013 (Doc. ID 187436); published May 21, 2013

We show experimentally and theoretically that the interplay between a vortex-induced pattern rotation and an optical feedback nonlocality-induced pattern drift leads to new dynamics and geometries of optical pattern formation. First, the vortex-induced pattern rotation and the nonlocality-induced drift can annihilate each other, resulting in the formation of static zones in the near field of the otherwise drifting pattern. Second, increasing the external mirror tilt leads to new pattern solutions that are composed of wave vectors of different amplitudes and directions, resulting in a multistriped pattern geometry. © 2013 Optical Society of America

OCIS codes: (190.4420) Nonlinear optics, transverse effects in; (190.3100) Instabilities and chaos.
<http://dx.doi.org/10.1364/OL.38.001823>

Optical self-organization processes occur when an initially homogeneous transverse field bifurcates to an ordered state, called an optical pattern, through modulation instability. Optical patterns have been observed in ring or linear Fabry–Pérot cavities and single feedback systems using materials, such as atomic vapors, liquid crystals, organic cells, and photorefractive crystals [1]. The control of pattern geometry and dynamics is a crucial issue within the perspective of either stabilizing a spatially extended optical system or making use of light structures for all-optical signal processing. Control of optical pattern geometry has so far been reported by moving the feedback mirror longitudinally [2], by modifying the input beam polarization [3], by annihilating the propagation of some transverse wave vectors with a spatial Fourier filter [4] or a photonic lattice [5], and finally by inducing nonlocality via a mirror misalignment [6]. Nonlocal feedback can also modify the dynamics of the pattern by inducing an advection effect [7]. The instability can be convective [8], leading to the formation of noise-sustained structures [9]. Recently, a rotating pattern dynamics has been reported when the system is pumped with an input vortex beam [10]. In addition to the optical vortex carrying orbital angular momentum [11], the phase property of the vortex beam here interacts with modulation instability to induce pattern dynamics at a speed depending on the vortex topological charge [10].

In this Letter, we study, both experimentally and numerically, the interplay between the vortex-induced rotation and a mirror tilt-induced drift of optical patterns in a photorefractive single feedback system. These two dynamics have so far been studied separately but are shown here to result in new pattern dynamics. We show that for a small mirror tilt, these two dynamics compete against each other, and the advection imposed by the nonlocality of the feedback can annihilate the dynamics of the vortex-induced rotating pattern. For a large mirror tilt, we observe new pattern solutions composed by wave vectors of different amplitudes and different arrangements that coexist in the near-field pattern.

In our experiment, we use a cobalt-doped barium titanate crystal ($\text{BaTiO}_3\text{:Co}$). The feedback is realized by a $2f$ - $2f$ system that allows us to place the virtual mirror (VM) inside the crystal. In our case, the VM is placed

at $L = -L_c/5$, where L_c is the length of the crystal and L is the distance between the crystal and the VM. This configuration leads to a large variety of pattern geometries [9]. We use a computer-generated hologram to create the input vortex beam. It is a grating containing a “fork” dislocation. When we send a typical Gaussian beam on this dislocation, we obtain vortex beams in the diffraction orders. The intensity profile of such a vortex beam looks like a doughnut with a dark spot at the center. In a transverse plane, the phase of a vortex beam varies from 0 to $2\pi c$ around the center where the phase is undefined. The wavefront of such a beam is helicoidal [Fig. 1(b)], the center is called a singularity, and c , an integer, is the topological charge of the beam. A vortex beam of topological charge $c = 1$ [Fig. 1(a)] is used here. Finally, the mirror can be precisely rotated to create non-local feedback effects.

Figures 2(a) and 2(b) show the experimental near-field patterns obtained without and with a small mirror tilt, corresponding to a small feedback shift H . The direction of the tilt (and so of the induced drift) is imposed from left to right, as indicated by the arrow above Fig. 2(b). Without tilt [Fig. 2(a)], the pattern geometry is hexagonal and rotates counterclockwise, as also strengthened by the yellow arrows. This rotation is induced by the orbital angular momentum of the input vortex beam, and the direction of rotation is determined by the sign of its topological charge c [10]. The dynamics of the upper zone of the pattern are directed from right to left, and the dynamics of the lower zone are directed from left to right. When we impose a small feedback shift [Fig. 2(b)], the near-field pattern remains hexagonal, but its dynamics are

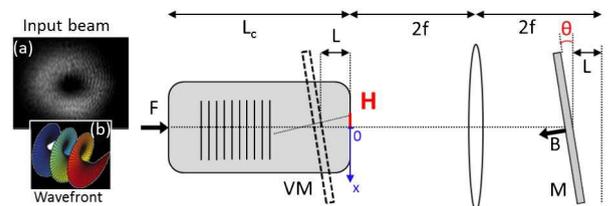


Fig. 1. Scheme of our photorefractive feedback system. (a) Experimental vortex input beam. (b) Vortex wavefront. θ is the mirror tilt angle, and H is the feedback shift. $H = L \tan \theta$.

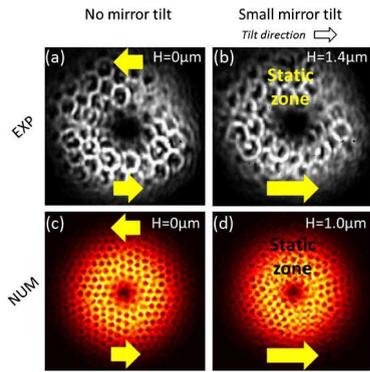


Fig. 2. Experimental (top) and numerical (bottom) near-field patterns obtained without [panels (a) and (c)] and with [panels (b) and (d)] a small mirror tilt. (a) and (b) Input intensities: $I = 30 \text{ Wcm}^{-2}$. (c) and (d) $\Gamma L_c = 4.2$.

modified. On the lower zone of the pattern, the addition of a mirror tilt on the same direction amplifies the drift (longer yellow arrow). However, on the upper zone of the pattern, the addition of tilt results in the appearance of a static zone in the pattern. We conclude that the rotation induced by the vortex beam and the drift imposed by the feedback shift compete and can annihilate each other.

To analyze these experimental results, we have performed numerical simulations of a photorefractive wave-mixing model, using a conventional split-step Fourier beam propagation method. The model is written [12]

$$\partial_z F + if \Delta_{\perp}^2 F = -QB, \quad (1)$$

$$-\partial_z B + if \Delta_{\perp}^2 B = Q^* F, \quad (2)$$

$$\tau \partial_t Q + Q = \Gamma \frac{FB^*}{|F|^2 + |B|^2}, \quad (3)$$

where F and B are the forward and backward beams (Fig. 1). z is the normalized propagation coordinate scaled by the crystal length L_c , and Δ_{\perp} is the transverse Laplacian scaled by the beam waist w_0 . $f = L_c / (2kw_0^2)$ represents the magnitude of the diffraction. f is proportional to the inverse of the Fresnel number. k is the wave number in the longitudinal direction within the crystal. Q is the complex amplitude of the photorefractive reflection grating, and τ is the photorefractive relaxation time. Γ is the photorefractive coupling strength. The vortex input beam profile is given in [12], and the boundary condition modeling the feedback is written: $B(x, y, L_c) = -e^{2ikx \tan(\theta)} \mathcal{F}^{-1}[e^{2ikL} \mathcal{F}[F(x, y, z = L_c)]]$, where \mathcal{F} is the 2D transverse Fourier transform.

The numerical near-field patterns calculated without and with a small mirror tilt are presented on Figs. 2(c) and 2(d), respectively. For $H = 0 \mu\text{m}$ [Fig. 2(c)], we observe a hexagonal rotating pattern with a counter-clockwise rotation related to the sign and magnitude of the topological charge (here $c = 1$). For $H = 1 \mu\text{m}$ [Fig. 2(d)], the lower zone of the pattern shows an amplified drift (longer yellow arrow) and a static zone appears in the upper zone of the near-field pattern due

to the competition of rotation and advection effects. These numerical results are in good qualitative agreement with the experimental ones.

Figure 3 shows some experimental and numerical patterns when increasing the feedback shift H over $1.5 \mu\text{m}$. Above this value for H , the patterns are not hexagonal anymore and the dynamics are different from those observed in Fig. 2. We say arbitrarily that the feedback shifts H are “large”. Figure 3(a) shows a near-field pattern composed by different geometries; we observe three regions of striped patterns with different stripe orientations and amplitudes. The corresponding far-field pattern [Fig. 3(d)] confirms this observation through the identification of three different wave vectors (we do not take into account the central spot). Each wave vector is associated to a striped region of the near-field pattern [indicated by the numbers 1, 2, and 3 of Figs. 3(a)–3(d)]. Moreover, as represented by the yellow arrow in Fig. 3(a), the stripes drift in the direction of the tilt (toward the right). For $H = 2.6 \mu\text{m}$ [Figs. 3(b)–3(e)], the pattern is still composed by different striped areas, but their distribution has changed [Fig. 3(b)]. For $H = 6.1 \mu\text{m}$, we observe some wave vectors of higher amplitudes [Fig. 3(f)], and the near-field pattern is static [Fig. 3(c)]; the stripes do not drift for this value of the feedback shift. These experimental observations for large tilts are qualitatively well reproduced by our numerical simulations [near-field patterns in Figs. 3(g)–3(i) and far-field patterns in Figs. 3(j)–3(l)]. The increase of nonlocality leads to a modification of both the pattern geometry and the dynamics. New pattern solutions emerge that result from the combination

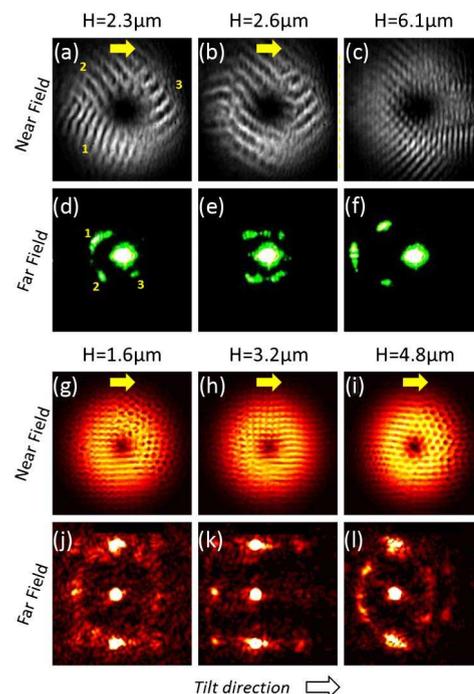


Fig. 3. Experimental (top) and numerical (bottom) patterns (near and far fields) for large mirror tilts. $H > 1.5 \mu\text{m}$. (a)–(f) Input intensities: $I = 30 \text{ Wcm}^{-2}$. (g)–(l) $\Gamma L_c = 4.2$. The yellow arrows represent the dynamics of the near-field patterns. The image of panel “a” is taken from the video available here at <http://hal-supelec.archives-ouvertes.fr/hal-00815888>.

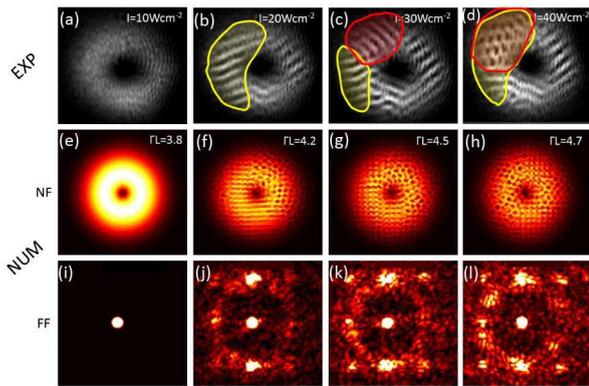


Fig. 4. Influence of nonlinearity on pattern formation in the case of a large mirror tilt. Experimentally [panels (a)–(d)], the feedback shift is fixed to $H = 2.6 \mu\text{m}$ and the nonlinearity is driven by the input intensity I from 10 to 40 Wcm^{-2} . In the simulation [panels (e)–(l)], $H = 1.6 \mu\text{m}$ and the nonlinearity is driven by the ΓL_c coefficient from 4.2 to 4.7. The red and yellow shapes have been added to highlight particular pattern geometries.

of k vectors of different orientations and amplitudes, i.e., a so-called multizone pattern with coexisting stripes of different orientations and amplitudes. We have checked that such a multistriped pattern geometry is not observed when the input beam is replaced by a Gaussian beam of the same intensity: when increasing the mirror tilt, the initial hexagonal pattern bifurcates to drifting single-stripe patterns and finally squared patterns [9]. These patches of different patterns could result from a sum-frequency generation process already known to induce new wave vectors in nonlinear feedback systems [13].

It is worth noting that all the previous results were observed for intensity values well above the pattern formation threshold. A further insight into these new pattern modes composed by different stripe geometries can be obtained by analyzing the influence of the nonlinearity strength for a fixed mirror tilt. We shift the feedback until a given “large” value ($H > 1.5 \mu\text{m}$) and observe the near-field pattern for different values of the nonlinearity strength, which can be achieved by increasing the input beam intensity I in our experiment or the product ΓL_c in our coupled wave equations. Figure 4 shows the experimental (top) and numerical (bottom) results. Concerning the experiment, for an input intensity $I = 10 \text{ Wcm}^{-2}$, we do not observe a pattern [Fig. 4(a)]. The system is below the modulation instability threshold. Between $I = 10 \text{ Wcm}^{-2}$ and $I = 20 \text{ Wcm}^{-2}$, some oblique stripes appear. For increasing input intensity up to 20, 30, and 40 Wcm^{-2} , we observe the coexistence of different wave vectors, as underlined in the previous paragraph. The different striped areas appear at different intensity thresholds, and if we study their spatial distribution when I is increased [yellow and red zones in Figs. 4(b)–4(d)], we

observe that the striped areas compete [Fig. 4(c)] or superimpose each other [Fig. 4(d)]. The input intensity, which directly influences the nonlinearity of the wave-mixing process, is therefore an important control parameter for the formation of new pattern modes. Finally, some numerical near and far-field patterns for different values of the nonlinear coefficient ΓL_c are shown in Figs. 4(e)–4(l). We observe that the patterns can be composed of hexagons, horizontal stripes, or squares. The patterns strongly depend on the nonlinearity parameter, as also found in the experiment.

In summary, we demonstrate both experimentally and theoretically that the interplay between a vortex-input beam and optical feedback nonlocality (achieved here by a mirror tilt) results in two new dynamical effects in optical pattern formation. First, the vortex-induced pattern rotation and the nonlocality-induced drift can annihilate each other, resulting in the formation of static zones in the near-field pattern. Second, increasing the external mirror tilt leads to new pattern solutions that are composed of wave vectors of different amplitudes and directions. These conclusions from a photorefractive single feedback experiment are qualitatively well reproduced by simulations of a two-wave mixing model.

The authors acknowledge the support of Conseil Régional de Lorraine, Fondation Supélec, C3S, IAP P7/35 (BELSPO), and Agence Nationale de la Recherche (ANR) (TINO project ANR-12-JS03-005).

References

1. F. T. Arecchi, S. Boccaletti, and P. Ramazza, *Phys. Rep.* **318**, 1 (1999).
2. M. Schwab, C. Denz, and M. Saffman, *Appl. Phys. B* **69**, 429 (1999).
3. R. Herrero, E. G. Westhoff, A. Aumann, T. Ackemann, Y. A. Logvin, and W. Lange, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4627 (1999).
4. A. V. Mamaev and M. Saffman, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3499 (1998).
5. N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, G. Montemezzani, and D. N. Neshev, *Opt. Lett.* **33**, 2509 (2008).
6. P. L. Ramazza, S. Boccaletti, A. Giaquinta, E. Pampaloni, S. Soria, and F. T. Arecchi, *Phys. Rev. A* **54**, 3472 (1996).
7. F. Papoff and R. Zambrini, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 243903 (2005).
8. E. Louvergneaux, C. Szwaj, G. Agez, P. Glorieux, and M. Taki, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 043901 (2004).
9. N. Marsal, D. Wolfersberger, M. Sciamanna, and G. Montemezzani, *Phys. Rev. A* **81**, 031804 (2010).
10. V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 263903 (2012).
11. M. Zürich, C. Kern, P. Hansinger, A. Dreischuh, and C. Spielmann, *Nat. Phys.* **8**, 743 (2012).
12. V. Caultet, N. Marsal, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, *Opt. Lett.* **36**, 2815 (2011).
13. S. Residori, A. Petrossian, and L. Gil, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 233901 (2002).